

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 15 (1913)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES AXES PRINCIPAUX D'INERTIE
Autor: Bouny, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-14868>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

calcul : il suffit de remplacer $\frac{d\varpi}{d\varphi}$, dans l'équation différentielle (3), par ϖ , et φ par $\varphi + \frac{\pi}{2}$.

Cette développée de la tractrice du cercle est d'après MORLEY la courbe que Ch. LABOULAYE appelle *courbe à n saillies*, dans le cas de la représentation au moyen des fonctions circulaires ; dans le cas de la représentation au moyen des fonctions hyperboliques, la courbe peut être aisément construite à partir de la *spirale de Poincot* : elle se rattache donc, dans ce cas, à la spirale logarithmique. Entre ces deux cas, se place celui où la courbe roulante est

$$r = \frac{2a}{1 - \theta^2},$$

c'est-à-dire est une transformée cissoïdale de deux spirales hyperboliques. (Voir G. KÆNIGS, *Leçons de Cinématique*, Paris, 1897, p. 170 ; G. LORIA, *Spezielle Kurven*, II, p. 158 et 128).

É. TURRIÈRE (Poitiers).

SUR LES AXES PRINCIPAUX D'INERTIE

Lorsqu'on étudie le complexe formé par les axes principaux d'inertie d'un système, on choisit généralement comme axes coordonnés les axes de symétrie de l'ellipsoïde central d'inertie. C'est à l'aide de ce système de référence que l'on rétablit ordinairement le remarquable théorème de Binet montrant, entre autre, que le complexe des axes principaux est identique au complexe des normales aux quadriques homofocales à l'ellipsoïde central de gyration. Dans beaucoup d'ouvrages d'enseignement on emploie aussi, pour chercher la condition à laquelle doit satisfaire une droite pour être axe principal, un système de référence dont l'axe des z coïncide avec la droite choisie. On se borne alors à établir une condition analytique. Il est pourtant facile d'interpréter géométriquement la relation à laquelle on arrive. On obtient ainsi des théorèmes qui, sans avoir l'importance du théorème de Binet, sont cependant intéressants.

Pour qu'une droite quelconque, choisie comme axe Oz , soit avec axe principal d'inertie il faut et il suffit que l'on puisse trou-

ver sur cette droite un point $O_1(0, 0, h)$ tel que les deux premiers produits d'inertie relatifs à des axes parallèles aux axes coordonnés et passant par ce point soient nuls, c'est-à-dire que l'on ait :

$$\Sigma my(z - h) = 0, \quad \Sigma mx(z - h) = 0,$$

ou, en appelant M la masse totale du système, x_g, y_g, z_g les coordonnées du centre de gravité, D et E les deux premiers produits d'inertie relatifs aux axes primitifs Ox, Oy, Oz :

$$D - hMy_g = 0, \quad E - hMx_g = 0.$$

D'où la condition classique :

$$Dx_g - Ey_g = 0. \quad (1)$$

Pour interpréter cette équation considérons l'ellipsoïde d'inertie ayant pour centre l'origine O des axes coordonnés :

$$AX^2 + BY^2 + CZ^2 - 2DYZ - 2EXZ - 2FXY = 1.$$

L'équation du plan diamétral conjugué, dans cet ellipsoïde, à l'axe Oz a des coefficients respectivement proportionnels à :

$$-E \quad -D \quad C.$$

D'autre part les coefficients de l'équation du plan déterminé par l'axe considéré et le centre de gravité du système sont proportionnels à :

$$y_g \quad -x_g \quad 0.$$

La condition (1) exprime la perpendicularité de ces deux plans. Donc, l'origine ayant été laissée arbitraire sur l'axe :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un axe soit principal est que le plan diamétral conjugué à la direction de l'axe dans l'ellipsoïde d'inertie relatif à un point quelconque de cet axe soit normal au plan déterminé par l'axe et le centre de gravité.

De là résulte que si un axe est principal tous les plans diamétraux conjugués à sa direction, dans les ellipsoïdes d'inertie ayant pour centre les différents points de l'axe, sont perpendiculaires à un même plan : le plan déterminé par l'axe et le centre de gravité.

L'axe des z étant toujours la droite considérée, supposée axe principal, prenons comme axe des x la perpendiculaire abaissée du centre de gravité sur Oz . Alors :

$$y_g = 0$$

et la condition (1) se réduit à :

$$D = 0 . \quad (1')$$

La cote h du point pour lequel l'axe Oz est principal est donnée par :

$$E - hMx_g = 0 \quad (2)$$

Soient $O_1(0, 0, \alpha)$ un point quelconque de Oz et $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$, les coefficients de l'équation de l'ellipsoïde d'inertie de centre O_1 rapporté à des axes menés par O_1 , parallèlement aux axes Ox, Oy, Oz . Les coefficients de l'équation du plan diamétral conjugué à la direction de l'axe dans l'ellipsoïde d'inertie relatif à O_1 sont proportionnels à :

$$\begin{array}{ccc} -E_1 & -D_1 & C_1 \\ \text{or} & & \\ E_1 = \Sigma mx(z - \alpha) = E - \alpha Mx_g & & \\ D_1 = \Sigma my(z - \alpha) = 0, & C_1 = \Sigma m(x^2 + y^2) = C. & \end{array}$$

Le plan diamétral considéré a comme équation par rapport aux axes Ox, Oy, Oz :

$$\begin{array}{l} -(E - \alpha Mx_g)X + C(Z - \alpha) = 0 \\ \text{ou :} \\ -EX + CZ + \alpha(Mx_gX - C) = 0 \end{array}$$

Il décrit donc, lorsque α varie, un faisceau dont l'axe a pour équations :

$$Mx_gX = C, \quad EX = CZ,$$

ou :

$$X = \frac{C}{Mx_g}, \quad Z = \frac{E}{Mx_g} = h.$$

Cette droite est située dans le plan perpendiculaire à l'axe au point pour lequel celui-ci est principal. Il suffit de se rapporter à l'étude des percussions pour remarquer que c'est la ligne suivant laquelle il faudrait faire agir une percussion appliquée au système pour que, celui-ci pouvant tourner autour de Oz , les appuis de l'axe ne supportent aucune percussion. Nous pouvons donc énoncer le théorème :

Si une droite est axe principal d'inertie, les plans diamétraux conjugués à la droite dans les différents ellipsoïdes d'inertie ayant pour centres les points de cette droite forment un faisceau de plans. L'axe de ce faisceau est la ligne suivant laquelle il faudrait faire agir une percussion appliquée au système pour que l'axe principal supposé immobilisé ne supporte aucune percussion.

F. BOUNY (Mons).