

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 14 (1912)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Kapitel:** Commission internationale de l'Enseignement mathématique

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Suède.** — M. Marcel RIESZ est admis en qualité de privat-docent à l'Université de Stockholm.

**Suisse.** — M. EINSTEIN, professeur à l'Université de Prague, a accepté un appel à la chaire de Physique mathématique qui vient d'être créée à l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich, dont il est ancien élève et ingénieur diplômé.

### Nécrologie.

**E. LEMOINE.** — Les mathématiciens apprendront avec regret la mort de M. Emile Lemoine, décédé à Paris le 21 février 1912, dans sa 72<sup>e</sup> année. Bien connu par ses travaux en Géométrie et tout particulièrement comme créateur de la *Géométreographie*, E. Lemoine est l'un des fondateurs de l'*Intermédiaire des mathématiciens*.

## NOTES ET DOCUMENTS

### Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

*Compte rendu des travaux des sous-commissions nationales*<sup>1</sup>.

(6<sup>e</sup> article.)

### ALLEMAGNE

#### La réforme de l'enseignement mathématique en Allemagne.

*Die Entwicklung der mathematischen Unterrichts-Reform in Deutschland*<sup>2</sup>, von Dr. Rud. SCHIMMACK, Oberlehrer am Gymnasium zu Göttingen. — Ce rapport forme le premier fascicule du tome 3 des *Abhandlungen* intitulé : Questions spéciales de l'enseignement mathématique dans les écoles supérieures. Il débute par une préface générale au Tome 3, rédigée par M. F. KLEIN.

Le rapport de M. Schimmack donne un aperçu historique très complet du mouvement de réforme de l'enseignement mathématique en Allemagne. L'auteur montre d'abord comment ce mouvement a pris naissance. Puis il examine en détail les progrès réalisés depuis 1907. Ce sont d'abord les travaux et les discussions qui ont eu lieu au sein de la Commission d'enseignement désignée par la Société des naturalistes et des médecins allemands, et qui, comme on sait, a joué un rôle important dans le mouvement de réforme. En dehors de cette Commission il donne également les résolutions votées par différentes associations, réunions de directeurs et enfin des indications concernant la Commission internationale de l'enseignement mathématique elle-même.

<sup>1</sup> Voir l'*Ens. math.*, 13<sup>e</sup> année, 1911, n<sup>o</sup>s 1 à 4; 14<sup>e</sup> année, 1912, n<sup>o</sup> 1.

<sup>2</sup> *Abhandlungen über den mathem. Unterricht in Deutschland*. Band III. Heft 1. — 1 fasc. de 146 p.; 3 M. 60; B. G. Teubner, Leipzig.

Il signale ensuite les nouveaux plans d'études et les progrès réalisés effectivement dans l'enseignement élémentaire et moyen des jeunes filles et des garçons. Puis vient un aperçu des idées développées dans les publications, articles et ouvrages, et se rapportant au mouvement de réforme.

Par sa documentation très complète, l'ouvrage de M. Schimmack constitue un guide très précieux pour tous ceux qui désirent s'initier et suivre les discussions actuelles sur la réforme de l'enseignement mathématique.

Le fascicule se termine par une Note que nous signalons tout particulièrement à ceux qui s'intéressent aux écoles dites réales (ou gymnases scientifiques). Cette Note donne un projet fort bien conçu d'un plan d'études pour ces écoles. On sait que la Commission d'enseignement de la Société des naturalistes et médecins allemands, avait publié dans ses propositions de Meran un projet de plan d'études<sup>1</sup> pour les gymnases (enseignement classique). Il restait à élaborer un projet de plan d'études pour l'*Oberrealschule*. C'est ce qu'a fait M. Schimmack pour répondre à un vœu qui a été exprimé à plusieurs reprises de divers côtés. Nous renvoyons les lecteurs au projet élaboré par M. Schimmack en tenant compte dans une juste mesure des tendances actuelles.

## FRANCE

### Les mathématiques dans l'enseignement supérieur.

*Enseignement supérieur*, publié sous la direction de M. Alb. de SAINT-GERMAIN<sup>2</sup>. — Nous ne saurions mieux rendre compte du contenu de ce volume qu'en reproduisant l'intéressante introduction que M. Alb. de SAINT-GERMAIN, président de la Sous-Commission française, a placée en tête du volume sous le titre *Aperçu général sur l'Enseignement supérieur des Mathématiques*.

« On peut dire que les parties des mathématiques qui ressortissent à notre enseignement supérieur commencent au Calcul infinitésimal et à la Mécanique rationnelle pour s'étendre, dans des sens divers, jusqu'aux théories les plus générales et les plus élevées de la science. Ce vaste domaine ne fait pas immédiatement suite à celui des mathématiques élémentaires tel qu'il est envisagé dans l'ensemble de nos Lycées et assez exactement défini par le programme du Baccalauréat, 2<sup>e</sup> partie, mathématiques : entre eux s'étend une zone intermédiaire qui comprend notamment les parties fondamentales de l'Algèbre supérieure et de l'Analyse, la Géométrie analytique, la Dynamique du point, des compléments de Géométrie élémentaire et de Géométrie descriptive. Ces matières constituent, dans les Lycées, le cours de mathématiques spéciales, dans les Facultés, celui de mathématiques générales : des rapports sont présentés sur ces enseignements parallèles, l'un par M. BLUTEL (*enseignement secondaire*), l'autre par M. VESSIOT (*enseignement supérieur*).

Les mathématiques supérieures sont enseignées dans divers établissements, en tête desquels il faut citer les Facultés des Sciences de nos Universités. Ces Facultés sont au nombre de seize : Besançon, Bordeaux, Caen, Clermont, Dijon, Grenoble, Lille, Lyon, Marseille, Montpellier, Nancy,

<sup>1</sup> Traduit dans l'*Enseignement mathématique* du 15 janvier 1906.

<sup>2</sup> Volume III des *Rapports de la Sous-Commission française*, in-8°, de 122 p.; 4 fr.; Librairie Hachette, Paris.

Paris, Poitiers, Rennes, Toulouse ; la Faculté d'Alger, récemment créée, n'est pas encore complète.

Le personnel enseignant se compose de professeurs et de chargés de cours, pour les chaires magistrales, et de maîtres de conférences ; les uns et les autres sont parfois chargés d'enseignements complémentaires. Nous n'avons pas de *privat docenten* ; mais des maîtres, en général étrangers à la Faculté, peuvent être autorisés à y faire des cours libres<sup>1</sup>. La Faculté est administrée par un Doyen, nommé par le Ministre sur la présentation de ses collègues.

En général, les cours sont publics, les conférences réservées aux étudiants inscrits, lesquels doivent posséder le Baccalauréat ou un titre équivalent. Ces étudiants sont libres, mais le règlement leur prescrit l'assiduité aux cours et aux exercices ; d'ailleurs le plus grand nombre d'entre eux se proposent de subir des examens dont le programme diffère peu de celui des cours et où les juges sont généralement des professeurs de la Faculté.

Le premier grade après le Baccalauréat est la *Licence* : jusqu'en 1896, il y a eu trois ordres de licence, sciences mathématiques, physiques, naturelles ; le Ministre en arrêtait les programmes, ce qui tendait à uniformiser les enseignements fondamentaux dans les diverses Facultés. Le programme de la licence mathématique portait sur le Calcul infinitésimal, la Mécanique rationnelle, l'Astronomie, avec une épreuve pratique, calcul ou épure.

Le décret du 22 janvier 1896 vint donner plus de liberté aux étudiants et aux maîtres, par suite, plus de vie aux Facultés ; il institue les *Certificats d'études supérieures*, dont chacun se rapporte à une seule branche de la science, Mécanique rationnelle, Chimie appliquée, etc., et constitue assez exactement la sanction d'un cours déterminé ; il y a pour chaque certificat un examen séparé, avec épreuves écrite, pratique et orale. Le grade de licencié est conféré à tout étudiant pourvu de trois certificats choisis à son gré, ce qui lui permet d'étudier les parties de la science vers lesquelles il se sent le plus attiré ; toutefois, s'il veut que son grade de licencié lui serve pour entrer dans l'enseignement ou pour se présenter, soit à l'examen du doctorat, soit au concours d'agrégation, il ne peut choisir arbitrairement la nature de ses trois certificats : pour les mathématiciens, l'un de ces certificats est obligatoirement celui de Calcul différentiel et intégral, un autre celui de Mécanique rationnelle (voir le rapport de M. VESSIOT).

Chaque Faculté peut, sauf approbation du Ministre, choisir les matières des certificats qu'elle délivrera et arrêter le programme de chacun d'eux ; en fait, il y a une assez grande uniformité pour les matières fondamentales. Le nombre des certificats créés par les diverses Facultés varie entre 11 et 25, augmentant presque chaque année, peut-être un peu trop vite. Pour fixer les idées, nous donnerons comme annexe, à la suite des deux premiers rapports (A et B, MM. VESSIOT et BOREL), les programmes des certificats délivrés par la Faculté de Paris. Certaines branches des mathématiques telles que la Théorie des nombres, la Géométrie supérieure comme l'entendait Chasles, les fonctions elliptiques et abéliennes, le Calcul des probabilités ne donnent pas lieu à des certificats ni, par suite, à un enseignement régulier<sup>2</sup> ; les cours professés dans nos universités sont moins nombreux que

<sup>1</sup> A la Faculté de Paris, MM. d'Ocagne, Ebert et Bachelier ont fait, en 1910, des cours libres sur le calcul graphique, le calcul des orbites cométaires et le calcul des probabilités.

<sup>2</sup> La Faculté de Paris vient de créer un cours sur la Théorie des nombres ; le Calcul des probabilités y est enseigné de temps en temps.

dans quelques universités étrangères ; peut-être, en revanche, sont-ils plus approfondis.

Le grade qui vient après la licence est le *Doctorat* ; pour l'ordre des sciences mathématiques, le candidat doit composer et soutenir deux thèses sur des sujets choisis par lui. Ces thèses doivent constituer un travail sérieux et, en principe, contenir des résultats nouveaux, de manière à prouver que l'auteur est capable de creuser une théorie et de faire avancer la science. Souvent, le candidat ne présente qu'une thèse, mais alors il est interrogé sur une théorie importante, désignée à l'avance par la Faculté et sur laquelle il doit faire preuve de connaissances approfondies.

L'agrégation n'est pas un examen de Faculté, mais un concours ouvert par l'Etat pour le recrutement des professeurs des Lycées ; outre la licence, les candidats doivent posséder le *Diplôme d'études supérieures* (voir le 3<sup>e</sup> rapport, C) puis subir des épreuves écrites, orales et pratiques qu'étudie dans un très intéressant rapport (E) le regretté Jules TANNERY.

A la Faculté des Sciences de Paris a été très intimement rattachée, depuis quelques années, l'Ecole normale supérieure, à laquelle est consacrée une grande partie du rapport de M. TANNERY.

Une annexe de la même Faculté est l'Ecole pratique des Hautes-Études, section des Sciences mathématiques ; sous la présidence de M. G. Darboux, trois conférences y sont actuellement ouvertes : elles ont respectivement pour objets les applications géométriques de l'Analyse, la Mécanique et l'Astronomie, enfin la Mécanique physique et expérimentale.

Un rapport (D) de M. VOGT est consacré à l'enseignement technique de certaines Facultés.

A côté des Facultés des Sciences, je mentionnerai deux Ecoles préparatoires à l'enseignement supérieur des Sciences, installées à Rouen et à Chambéry : les Cours de Mathématiques y ont pour objet les éléments de l'Analyse, ceux de la Mécanique, la Géométrie appliquée et la Géométrie descriptive.

L'enseignement libre possède trois Facultés des Sciences à Angers, Lille, Lyon, et une Ecole supérieure des Sciences à Paris : ces établissements dépendent d'instituts catholiques ; leur enseignement est très analogue à celui des Facultés de l'Etat, mais la loi ne leur a pas accordé la collation des grades.

Le Collège de France, à Paris, est un grand établissement de nature particulière ; une notice succincte (F) sera consacrée à son enseignement mathématique.

A côté des établissements qui dépendent du Ministère de l'Instruction publique, il en existe d'autres, ressortissant à divers Ministères, où l'on enseigne aussi les mathématiques supérieures. Le plus important est l'Ecole polytechnique de Paris, destinée à la préparation des Ingénieurs de l'Etat, des Officiers d'Artillerie et du Génie. L'enseignement mathématique y porte sur le Calcul différentiel et intégral, la Mécanique rationnelle, la Géométrie descriptive, la Stéréotomie et quelques chapitres de l'Astronomie. Or, les études sont loin de se borner aux mathématiques et ne durent que deux années ; les élèves doivent fournir un travail intense, qui serait peut-être écrasant s'ils n'entraient fort bien préparés et à la suite d'une sélection rigoureuse. On s'est demandé s'il ne serait pas avantageux, comme cela a lieu dans d'autres pays, de laisser l'instruction théorique aux Universités, réservant l'instruction technique pour les écoles spéciales : je n'aborderai

pas cette grave et délicate question. D'ailleurs un rapport (G) de M. G. HUMBERT sera consacré à l'Ecole polytechnique.

A cette école se rattachent l'Ecole supérieure des Mines et celle des Ponts et Chaussées, installées à Paris : un certain nombre d'élèves sortant de l'Ecole polytechnique, en général les premiers, y reçoivent pendant trois années un enseignement qui les prépare à leurs fonctions d'ingénieur ; les mathématiques y figurent à un point de vue très technique. Mais ces écoles reçoivent aussi un assez grand nombre d'élèves libres admis à la suite d'un concours et pouvant sortir avec le diplôme d'ingénieur : on a organisé pour ces élèves externes une année préparatoire où l'enseignement mathématique comprend les parties essentielles de celui de l'Ecole polytechnique. Un rapport (H) de M. d'OCAGNE est consacré à l'Ecole des Ponts et Chaussées, un rapport (I) de M. GARNIER, à l'Ecole des Mines.

L'Ecole des Mines de Saint-Etienne prépare également des ingénieurs civils des Mines : l'enseignement y dure trois ans et un rapport (J) du directeur, M. FRIEDEL, est consacré à la partie mathématique.

L'Ecole du Génie maritime, à Paris, a pour but de former les ingénieurs de la Marine et des ingénieurs libres, aptes à diriger des ateliers de construction, des travaux hydrauliques, etc. : une notice (K) de M. JANET lui est consacrée.

A l'Ecole nationale des Beaux-Arts sont institués, principalement pour la section d'architecture, des Cours de Mathématiques et de Mécanique, de Géométrie descriptive, de Stéréotomie, de Perspective (également pour la section de peinture), qu'on peut regarder comme se rapportant aux parties les moins difficiles des mathématiques supérieures. J'en dirai autant des Cours de Mathématiques pures et appliquées, de Mécanique appliquée qui sont professés à l'Institut national agronomique de Paris.

Je ne ferai que mentionner l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, le Conservatoire national des Arts et Métiers qui appartiennent sans doute à l'enseignement supérieur, mais aussi à l'enseignement technique et, à ce titre, auront leur place dans notre quatrième volume. »

Voici la liste détaillée des rapports du Volume III :

- A) Rapport sur l'Enseignement du Calcul différentiel et intégral, de la Mécanique rationnelle, de l'Astronomie et des Mathématiques générales dans les Facultés des Sciences en France, par M. E. VESSIOT (19 p.).
- B) Rapport sur les Enseignements mathématiques d'ordre élevé dans les Facultés des Sciences des Universités françaises, par M. Emile BOREL (5 p.).
- ANNEXE. — Faculté des Sciences de Paris : programmes des Certificats d'études supérieures pour l'année 1911 (11 p.).
- C) Rapport sur les diplômes d'études supérieures de Sciences mathématiques, par M. A. de SAINT-GERMAIN (10 p.).
- D) Rapport sur l'Enseignement mathématique dans les Instituts techniques des Facultés des Sciences, par M. H. VOGT (11 p.).
- E) Rapport sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole normale supérieure et sur l'Agrégation des Sciences mathématiques, par M. Jules TANNERY (15 p.).
- F) Note sur l'Enseignement mathématique au Collège de France, par M. A. de SAINT-GERMAIN (3 p.).
- G) Rapport sur l'Enseignement mathématique à l'Ecole polytechnique, par M. G. HUMBERT (11 p.).

- H) Rapport sur l'Enseignement mathématique à l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées, par M. Maurice d'OCAGNE (8 p.).
- I) Rapport sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole nationale supérieure des Mines, par M. René GARNIER (4 p.).
- J) Rapport sur l'Enseignement mathématique à l'Ecole nationale des Mines de Saint-Etienne, par M. FRIEDEL (9 p.).
- K) Note sur l'Ecole d'application du Génie maritime, par M. A. JANET (1 p.).

## ILES BRITANNIQUES<sup>1</sup>

### N° 3. — L'enseignement des mathématiques dans les écoles publiques élémentaires de Londres.

*The Teaching of Mathematics in London Public elementary schools<sup>2</sup>*, by Mr. P. B. BALLARD, District Inspector of schools under the London County Council. — Depuis une dizaine d'années aucun programme fixe concernant l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles élémentaires n'a été présenté par le Board of Education. Malgré cela, cet enseignement diffère peu d'une école à l'autre et est plus ou moins basé sur le modèle suivant (Scheme B) publié annuellement par le Board de 1894 à 1905 (le programme ne concerne pas les écoles enfantines).

I. Les quatre opérations. Diviseurs et multiplicateurs ne dépassant pas 6. Ne pas dépasser le chiffre 99, soit dans les questions, soit dans les réponses.

II. Opérations combinées (argent). Diviseurs et multiplicateurs ne dépassant pas 12. Les sommes d'argent employées soit dans les questions soit dans les réponses ne devant pas dépasser 10 l.

III. Opérations simples et combinées (argent). Diviseurs et multiplicateurs ne dépassant pas 99. Ne pas employer de chiffres supérieurs à 99,999 dans les questions ou les réponses. Les sommes d'argent dans les questions et les réponses ne devant pas dépasser 99 l.

IV. Opérations combinées appliquées aux poids et mesures suivants (longueur, poids, capacité, temps). En longueurs, yards, feet et inches ; en poids, tons, cwts., qrs., lbs., ozs. ; en capacité, gallons, quarts, pints ; en temps, jours, heures, minutes, secondes — sont les seules mesures à exiger pour IV et V. Les diviseurs et les multiplicateurs ne doivent pas dépasser 99.

V. Fractions ordinaires (fractions simples seulement). Pratique. Factures. Poids et mesures habituels.

VI. Fractions décimales (en excluant les fractions périodiques). Proportion simple ou règle de trois simple par la méthode de réduction à l'unité. Calcul d'intérêt simple sur un capital donné. Poids et mesures habituels. Mesure de rectangles et de solides rectangulaires ; on n'exigera pas l'extraction des racines carrées et cubiques. (Garçons seulement).

VII. Fractions ordinaires et décimales. Moyennes et pourcentages. Caisse d'épargne. Fonds publics.

Du reste, même maintenant, la plupart des manuels dont on se sert dans les écoles élémentaires sont basés sur le tableau qui précède. Cependant la publication des « Suggestions to Teachers » en 1905, encouragea les maîtres à plus d'initiative, et, depuis cette époque, des divergences furent plus fréquentes.

<sup>1</sup> Ces rapports ont été résumés par M. J.-P. DUMUR, Genève.

<sup>2</sup> Price Twopence. Wyman & Sons, Londres.

*L'enseignement de l'arithmétique dans les écoles enfantines (Infants' Schools).*

L'école enfantine proprement dite comprend 3 degrés pour enfants de six, cinq et au-dessous de 5 ans respectivement. Autrefois, on avait le tort, dans l'enseignement de l'arithmétique, de commencer les opérations beaucoup trop tôt. Actuellement le but du travail s'est transformé graduellement ; les maîtres cherchent tout d'abord à faire bien saisir à leurs élèves les relations fondamentales des premiers nombres entiers et les exercent à de nombreuses applications pratiques sur des objets simples et familiers (Méthode Grübe) : On fixe d'abord la notion de l'unité, puis on s'occupe des nombres 2, 3, 4. . . à l'aide de manipulation d'objets et de nombreuses questions orales, on cherche à mémoriser les résultats afin d'éviter de compter par unité.

On peut présenter les objections suivantes à ce système :

1. On ne peut pas considérer l'unité en elle-même. Sa notion ne devient intelligible que par contraste avec plus d'un.

2. Les leçons risquent de devenir monotones. Il est bien difficile de maintenir en éveil l'intérêt d'enfants de six ans sur le nombre 7 pendant toute une leçon, surtout si cette leçon a déjà été donnée plusieurs fois.

3. On ne devrait pas restreindre le calcul sous prétexte qu'il doit marcher de pair avec l'analyse, et l'on devrait connaître quelque chose sur le nombre 20 avant d'avoir épuisé ce qui concerne le nombre 8.

4. Le rapport des nombres, en d'autres termes la notion de mesure, n'est pas suffisamment représenté.

5. Les diverses opérations ne se présentent pas généralement comme un besoin aux yeux de l'enfant — ce qui est une objection très sérieuse.

6. Le but qu'on se propose est rarement atteint. Il est bien rare qu'un enfant de cinq ans puisse se servir convenablement de nombres plus grands que 5 ou un enfant de six ans de nombres plus grands que 10. Il est bien rare qu'on obtienne cette mémorisation des résultats et l'enfant continue généralement à compter par unités.

7. Enfin, je doute fort qu'il soit avantageux d'enseigner les nombres à des enfants au-dessous de 7 ans. J'ai en effet de bonnes raisons pour croire que cet enseignement constitue une perte de temps pour les maîtres, et est contraire au développement intellectuel de l'enfant.

Du reste ces objections se font sentir dans nos écoles, et le système Grübe proprement dit a été conséquemment modifié (emploi de prismes rectangulaires de différentes hauteurs pour apprendre à mesurer ; usage de jouets tels que soldats, animaux de bois, arbres, corde à sauter, volant, le jeu du marchand avec des jetons en guise d'argent, dessins, construction de modèles).

Il semble résulter de certaines expériences qu'il est inutile de commencer trop tôt l'enseignement de l'arithmétique. L'esprit de l'enfant n'est pas suffisamment préparé pour en saisir la portée, et le temps qu'on y consacre pourrait être plus utilement employé.

*Les mathématiques dans les classes plus avancées (Senior Departments).*

Si l'on compare les questions d'examen d'il y a quelques années avec celles d'aujourd'hui, on s'apercevra des tendances suivantes :

1. L'arithmétique est remplacée peu à peu par les mathématiques. La géométrie, les mesures et l'algèbre s'introduisent petit à petit.
2. Les types conventionnels fixes d'opérations sont de plus en plus abandonnés.
3. Les exemples choisis sont relatifs à la vie journalière des enfants.
4. Les applications pratiques sont toujours plus abondantes.

Considérons d'abord cette tendance d'élargissement du domaine de l'arithmétique et du fusionnement des diverses branches des mathématiques. Il y quelque cinq ou six ans, l'algèbre fut introduite comme sujet distinct, dans les programmes d'un grand nombre d'écoles, mais elle ne consistait alors qu'en une manipulation mécanique de symboles n'ayant aucune relation avec l'arithmétique. Actuellement, l'algèbre, en tant que branche, disparaît de plus en plus, sauf dans les écoles centrales (Central Schools), et des tentatives sont faites d'en introduire un peu en arithmétique. Ces tentatives sont dignes de louanges, mais n'ont pas eu beaucoup de succès. La question de savoir si l'algèbre devrait être enseignée dans une école élémentaire est peut-être discutable. Personnellement je suis pour l'affirmative, on devrait s'en servir lorsque son avantage sur l'arithmétique est manifeste. Le maître devrait se rendre compte que l'élève lui-même en ressent le besoin.

La géométrie lorsqu'elle figure au programme comme branche séparée consiste en problèmes à résoudre à l'aide de la règle et du compas. Le maître traite un problème à la planche et les élèves le copient sur leur cahier de dessin. Cette méthode est presque universellement répandue, et c'est certainement une mauvaise méthode. On devrait lui substituer la méthode heuristique, car s'il est une branche pour laquelle elle se recommande tout spécialement, c'est bien la géométrie. La géométrie théorique n'est enseignée que dans les écoles centrales.

La transformation la plus considérable de ces dernières années a été l'introduction dans les écoles de ce qu'on appelle l'arithmétique pratique caractérisée par l'emploi d'objets matériels, et la vérification des conclusions par des expériences concrètes. Malheureusement, on a le tort de reléguer cette arithmétique pratique à la fin de l'année scolaire alors qu'elle devrait y figurer au début. En second lieu, le travail pratique est souvent exécuté par le maître et non par les élèves. Enfin, ces opérations pratiques exécutées pour ainsi dire sans but bien précis risquent de devenir monotones. Tout ennui disparaîtrait si on les utilisait pour obtenir quelques résultats intéressant l'élève, comme la solution d'un problème ou la construction d'un objet. Un domaine spécial de l'arithmétique qui gagnerait à ce qu'on y développât davantage le côté pratique, c'est la théorie des fractions, surtout des fractions décimales.

En ce qui concerne le côté théorique de l'enseignement de l'arithmétique, j'ai constaté que l'étude des proportions se fait d'une manière insuffisante. Il serait bon d'établir une certaine liaison entre les notions de rapport et de proportion et les figures géométriques semblables. Il serait avantageux également de ne pas renvoyer l'étude des moyennes à la dernière année du programme scolaire ; leur connaissance permettrait en effet aux élèves d'effectuer leurs mesures avec plus d'exactitude, car une moyenne donne généralement un résultat plus approché qu'une mesure unique.

L'enseignement de l'arithmétique se propose d'atteindre deux résultats distincts. L'un consiste dans la rapidité et l'exactitude des calculs, l'autre

dans l'intelligence de la résolution des problèmes. Ces deux buts ne sont certainement pas incompatibles, mais il est difficile de bien répartir le temps qui doit leur être consacré. On peut constater durant ces deux dernières années, une tendance à développer le travail intelligent au dépens, en cas de besoin, de l'exactitude mécanique.

Signalons encore le fait regrettable que la dernière année de l'enseignement est presque exclusivement consacrée aux questions de pourcentages, moyennes, escomptes, etc. Heureusement que cet état de chose tend à disparaître et qu'on remplace de plus en plus ce programme défectueux par une récapitulation générale.

Reste enfin la question de l'enseignement mathématique dans les écoles de jeunes filles. Doit-il être le même que dans les écoles de garçons ? Je ne le pense pas. Diverses expériences ont été faites et prouvent que les filles n'ont généralement pas les mêmes aptitudes pour le raisonnement mathématique que les garçons. En outre, les conditions même d'existence et les exigences scientifiques ne sont évidemment pas les mêmes chez les filles que chez les garçons. Du reste, ces faits sont généralement reconnus et les programmes sont élaborés en conséquence. Citons en particulier l'intéressante leçon d'arithmétique domestique introduite dans la classe supérieure d'une école de jeunes filles.

### *Les plans d'études mathématiques.*

Dans les écoles élémentaires ordinaires, on ne discerne pas de tendances spéciales, technique, commerciale, industrielle, etc., dans les programmes. Tous les élèves quelle que soit leur vocation future reçoivent le même enseignement. Dans les Ecoles Centrales, cependant, on distingue deux sortes d'enseignement, l'un industriel, l'autre commercial (sans parler de l'enseignement domestique lorsqu'il s'agit d'une école de filles). Ces Ecoles Elémentaires Centrales, une fois complètes, seront au nombre de 55 ; les élèves y entrent à 11 ans et y restent 4 ans. Sur ces 55 écoles, 12 seront commerciales, 16 industrielles et 27 commerciales et industrielles. Le programme de mathématiques commun pour les deux genres d'écoles comprend l'arithmétique, l'algèbre, le dessin à l'échelle, les mesures et la géométrie expérimentale. Pour les écoles commerciales, on trouvera en outre les diverses opérations de banques et transactions commerciales et pour les écoles industrielles la trigonométrie, l'algèbre graphique, la cinématique et l'usage d'instruments tels que la règle à calcul, le vernier, le micromètre et le théodolite. La spécialisation dans les branches domestiques pour les Ecoles Centrales de jeunes filles est poussée un peu plus loin que dans les écoles ordinaires. L'enseignement mathématique des classes industrielles est plus varié et plus concret que celui des classes commerciales.

Quant aux méthodes d'enseignement, il est certain qu'elles s'améliorent. La réforme la plus caractéristique a été le développement du côté pratique de l'instruction dont il a déjà été question plus haut. Dans certaines classes, on permet aux élèves de composer eux-mêmes des problèmes ; c'est un procédé avantageux qui devrait être répandu dans toutes les écoles. En outre, différents systèmes sont expérimentés et pourront conduire à de bons résultats. En somme, on cherche de plus en plus à intéresser l'enfant et à lui faire prendre une part plus active à son propre développement.

**N<sup>o</sup> 4. — L'enseignement des mathématiques élémentaires dans les écoles publiques élémentaires d'Angleterre.**

*The Teaching of Elementary mathematics in English Public Elementary Schools*<sup>1</sup>, by Mr. H. J. SPENCER, Head Master of the Bloomfield Road Council School, Woolwich. — En Angleterre, les écoles élémentaires proprement dites sont suivies par des enfants de 4 à 14 ou 15 ans. Les quatre premières années de cette période se passent à l'école préparatoire ou école enfantine (infant school) et le reste du temps dans les degrés supérieurs (senior department). Il faut citer en outre les Ecoles Centrales (Central Schools), qui deviennent de plus en plus nombreuses et occupent une place importante dans l'enseignement élémentaire.

Des transformations considérables se sont opérées dans nos écoles durant ces dix dernières années, particulièrement dans l'enseignement mathématique. L'ancienne méthode, qui consistait à traiter les diverses opérations de l'arithmétique par des procédés purement mécaniques, imparfaitement compris, est remplacée par un enseignement plus objectif, où le côté pratique joue un rôle prépondérant. Mais cette réforme est loin d'être complète, car les maîtres anciens, qui ont 20, 30 ou 40 années d'expérience, ont de la difficulté à se conformer aux nouvelles exigences.

Le programme connu sous le nom de Scheme B, et publié en 1894 par le Board of Education, marque déjà un progrès sensible sur les précédents : il en a été parlé à propos du rapport 3. A partir de cette date, chaque école eut à établir son propre plan d'études. Malgré l'amélioration que l'on a pu constater durant ces dix dernières années, l'enseignement mathématique laisse encore bien à désirer dans la plupart de nos écoles.

Aux yeux de l'auteur, les mathématiques dans les écoles élémentaires devraient, dans les conditions actuelles, comprendre les sujets suivants :

L'arithmétique telle qu'on l'envisage habituellement, l'arithmétique pratique, la géométrie simple, étudiée expérimentalement, avec travaux de construction et peut-être, dans les classes supérieures, un peu de travail deductif. Les mesures simples.

L'algèbre, en tant qu'arithmétique généralisée et dans sa forme la plus simple, conduisant à l'usage de l'équation simple pour la résolution de problèmes d'arithmétique.

De plus, en ce qui concerne la valeur et le but de l'enseignement mathématique dans les écoles élémentaires, il faut spécifier :

1. Que le jeune enfant doit y acquérir et utiliser intelligemment les notions et procédés fondamentaux relatifs aux nombres. C'est là la tâche essentielle des écoles enfantines.
2. Que l'enfant doit y acquérir la rapidité et l'exactitude suffisante dans les calculs pour répondre aux besoins ordinaires de la vie courante.
3. Qu'il doit être capable d'appliquer les principes de son travail mathématique à ces besoins.
4. Qu'il doit arriver à une connaissance suffisante des opérations sur les nombres et de leur aspect quantitatif, pour être capable d'apprendre et de

<sup>1</sup> Price Twopence Halfpenny.

comprendre les procédés commerciaux ou industriels auxquels il pourra avoir affaire. (Ceci ne veut nullement dire que les méthodes commerciales ou industrielles doivent être enseignées à l'école.)

5. Que l'enseignement des mathématiques élémentaires, par sa nature même, doit fournir un entraînement intellectuel tout spécial (investigation, analyse, synthèse, comparaison, raisonnement, déduction, induction).

Les quatre derniers points nous font envisager les mathématiques à deux points de vue :

a) L'aspect utilitaire concernant la pratique de tous les jours.

b) Les mathématiques comme entraînement intellectuel et méthode de pensée.

Les avis sont partagés relativement à ces deux aspects. Insistons cependant sur le fait que l'entraînement intellectuel peut s'acquérir en grande partie par un travail d'un genre essentiellement utilitaire.

Vient ensuite un programme complet de l'enseignement de l'arithmétique dans les écoles enfantines et les degrés supérieurs.

Examinons maintenant quelques difficultés du ressort de l'administration scolaire.

1. Les classes trop nombreuses. Certaines classes ont jusqu'à 50 ou 60 élèves. Or les mathématiques, plus que toute autre branche, réclament une grande attention individuelle et un échange de vues constant entre maître et élève, idéal déjà difficile à atteindre avec des classes de 30 à 40 élèves.

2. Les exigences toujours croissantes des programmes. L'arithmétique et sujets relatifs (géométrie et un peu d'algèbre) comprenant  $2\frac{1}{2}$  h. à 5 h. par semaine. Il faut y joindre toutes les autres branches (anglais, histoire, géographie, dessin, sciences, ouvrage à l'aiguille pour filles, travaux manuels ou sujets domestiques, musique et exercices physiques).

3. Dans les grandes villes, le directeur de l'école cesse souvent d'être réellement un maître. Il est trop occupé par son travail administratif. Souvent même le personnel enseignant doit le seconder dans cette besogne, et cela porte préjudice à cette continuité progressive si nécessaire au travail mathématique.

Passons aux défectuosités touchant à l'enseignement même.

1. L'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie n'est pas suffisamment concret. Il faut reconnaître cependant que, dans bien des écoles, des tentatives sont faites pour développer ce côté-là de l'enseignement (usage de cartes, briques, papier quadrillé, pièces, balances, etc.); malheureusement, ce mouvement est loin d'être général. Mais même lorsque l'importance du travail pratique est reconnue, on ne lui attribue souvent pas la vraie place et la limite qui lui conviennent. Il ne faut pas qu'il se réduise à la répétition d'exercices purement mécaniques.

2. Le travail oral est insuffisamment pratiqué, si on le compare au travail écrit, spécialement dans les degrés inférieurs de la Senior School.

3. Dans beaucoup d'écoles, on n'accorde pas une attention suffisante aux quelques principes et procédés fondamentaux; on leur substitue des règles mécaniques qui contribuent bien peu au développement intellectuel des élèves.

4. On se plaint généralement de ce que l'arithmétique n'est pas reliée aux autres sujets du programme scolaire. L'algèbre, la géométrie, les travaux manuels, les sciences et la géographie sont les branches pour lesquelles cette corrélation a le plus d'importance.

5. Les programmes sont souvent surchargés de questions inutiles et d'opérations qui ne se rencontrent jamais dans la pratique.

6. L'introduction des fractions ordinaires et décimales se fait trop tardivement, et les fractions décimales ne sont pas étudiées suffisamment ; on les convertit trop souvent en fractions ordinaires.

7. On devrait encourager les élèves à évaluer grossièrement leurs résultats à priori et à les vérifier après coup grossso modo ; à traiter leurs problèmes par une seconde méthode servant de preuve à la première.

8. Durant ces dernières années, on a quelque peu abusé des représentations graphiques dans certaines écoles.

Ce qui a été dit précédemment s'applique également, en principe, aux Ecoles Centrales (Higher Elementary or Central Schools). Les mathématiques y sont plus approfondies que dans les écoles élémentaires ordinaires et les élèves y reçoivent une préparation industrielle ou commerciale plus effective. Ces écoles, du reste, diffèrent considérablement suivant les localités. A Londres, on peut les classer en trois catégories : Les unes présentent un caractère commercial, les autres ont une tendance industrielle, et les dernières présentent une combinaison de ces deux points de vue.

On trouvera dans le rapport même un programme d'une Ecole centrale de Londres, située dans un district industriel. Le temps consacré aux mathématiques et branches corrélatives se répartit à peu près comme suit : Dessin géométrique, 1 h. ; autre dessin, 2 h. ; arithmétique, algèbre, géométrie théorique et géométrie pratique,  $5\frac{1}{2}$  h. ; sciences,  $2\frac{1}{2}$  h. ; main-d'œuvre (handicraft),  $2\frac{1}{2}$  h.

L'école comprend quatre années d'études, les élèves y entrent à 11 ans, leur nombre varie de 30 à 40 par classe. Des laboratoires de physique et de chimie, ainsi qu'un atelier pour le travail du bois et des métaux y seront probablement aménagés.

Environ 60 à 70 pour cent des élèves deviennent d'habiles industriels (spécialement mécaniciens), quelques-uns embrassent une carrière commerciale, et le reste est destiné à diverses vocations de second ordre.

Dans ce résumé sommaire, nous ne pouvons entrer dans les détails concernant les différentes branches mathématiques enseignées dans les Central Schools, on les trouvera dans le rapport même. Contentons-nous de faire quelques remarques sur la méthode d'enseignement de l'arithmétique et sur les moyens d'en tirer le plus grand parti possible.

Les résultats doivent être acquis autant que possible pratiquement, par l'expérience individuelle des élèves. Qu'on résolve d'abord les problèmes d'une façon concrète, dans la mesure du possible, à l'aide d'un matériel approprié, afin que l'enfant soit à même de comprendre clairement les questions qui lui sont soumises. Traiter ces questions par diverses méthodes se confirmant les unes les autres. Pratiquer surtout l'enseignement oral. Avancer l'étude des fractions décimales. S'appuyer sur les quelques procédés et principes fondamentaux plutôt que sur un certain nombre de règles fixes. Généraliser graduellement l'arithmétique ordinaire ; introduire de bonne heure le symbole  $x$  et l'équation algébrique. Utiliser de petits nombres. Rechercher les corrélations réelles de l'arithmétique et des autres branches. N'introduire les symboles que lorsque le besoin s'en fait sentir ; faire comprendre aux élèves toute leur utilité, et, dès qu'ils commencent à abandonner d'eux-mêmes les procédés concrets, les encourager à se servir des méthodes abstraites dans les divers domaines d'expérience.

### N° 5. — Le programme de l'Algèbre à l'Ecole Secondaire.

*The Algebra Syllabus in the Secondary School*, by Mr. C. GODFREY, Head-master of the Royal Naval College, Osborne.

I. *Introduction.* — On peut diviser les élèves qui étudient les mathématiques dans les Ecoles Secondaires en *trois catégories* :

1. Ceux qui désirent se vouer aux mathématiques et étudieront plus tard les mathématiques supérieures à l'Université.

2. Ceux qui se destinent à la carrière d'ingénieur ou pour lesquels les mathématiques constituent une des branches importantes de leur éducation.

3. Ceux qui étudient les mathématiques comme une branche de leur éducation générale.

Nous désignerons les élèves faisant partie des deux premières catégories par le terme de spécialistes, les autres par celui de non-spécialistes.

Les spécialistes forment une importante minorité chez les garçons et sont en nombre insignifiant chez les filles.

L'enseignement de l'algèbre, tel qu'il se pratique actuellement, sacrifie les intérêts des non-spécialistes à ceux des spécialistes. C'est là un des points dont s'occupe tout particulièrement le présent rapport, et pour lequel il faudra trouver un remède, tout en se gardant de tomber dans l'autre extrême et de sacrifier les intérêts des spécialistes à ceux des non-spécialistes.

Lorsque les intérêts de deux groupes d'étudiants divergent, le premier remède est, semble-t-il, de les séparer en deux classes distinctes. Mais il est difficile de distinguer de bonne heure un spécialiste d'un non-spécialiste, et la bifurcation ne peut guère se faire avant l'âge de 16 ans. Ensuite cela complique l'organisation de l'école et nuit à sa solidarité.

Un meilleur procédé consisterait à élaborer un programme convenable que tous les étudiants pourraient suivre jusqu'à un certain degré. Les non-spécialistes ne pousseraient pas plus loin leur éducation mathématique scolaire, et il resterait encore une ou deux années aux spécialistes pour compléter la leur. Ce procédé est du reste généralement adopté dans les écoles anglaises, mais la difficulté réside dans l'élaboration d'un programme commun satisfaisant simultanément les intérêts des deux catégories d'étudiants.

Tous les élèves, en quittant l'école, vers l'âge de 19 ans, devraient avoir une connaissance suffisante de la trigonométrie et une idée des principes les plus simples de la mécanique étudiés expérimentalement. On devrait aussi, selon l'opinion de quelques-uns, les initier aux notions fondamentales du calcul infinitésimal. Mais, pour introduire ce nouveau domaine, il est nécessaire de lui faire de la place et de se débarrasser de certaine matière encombrante. Ce procédé de désencombrement s'est déjà pratiqué d'une manière sensible en géométrie; en arithmétique, il reste encore beaucoup à faire à ce point de vue. Mais, dans ce rapport, nous devons nous occuper plus spécialement de l'algèbre et de la sélection concernant ce domaine. Il s'agira de distinguer entre l'essentiel et le superflu.

II. *L'algèbre dans le programme de l'Ecole Secondaire.* — Les premières années du XX<sup>e</sup> siècle constituent une époque d'importantes transformations en matière éducative, et spécialement dans le domaine des mathématiques. Autrefois, ce domaine était plus ou moins considéré comme une branche à part ayant ses propres méthodes et poursuivant son propre idéal, idéal

que l'on pourrait désigner en gros par les termes de « discipline de l'esprit ». Actuellement, il en est tout autrement ; les empiétements des mathématiques dans d'autres domaines se font de jour en jour plus importants : les ingénieurs, physiciens, chimistes se réclament de plus en plus de leurs résultats. Ces transformations, en ce qui concerne les études élémentaires, furent surtout sensibles en géométrie et en arithmétique. En outre, un important mouvement s'est manifesté en faveur du fusionnement des diverses branches des mathématiques.

Quant à l'algèbre, il importe de l'envisager de façon différente, suivant qu'on la considère comme branche d'étude scolaire ou comme moyen d'investigation du mathématicien. A l'école, l'algèbre doit être utilitaire, dans son sens le plus large, et l'élève doit être capable d'en ressentir le besoin et d'en comprendre l'utilité. L'usage des lettres en guise de nombres est un procédé qui se présente naturellement à l'esprit humain. L'expérience montre que le symbolisme, introduit avec discrétion au moment psychologique voulu, semble naturel aux élèves et est accepté sans aucune contestation. Toutes les opérations élémentaires de l'algèbre sont des exemples de généralisation symbolique, et elles peuvent très bien servir comme moyen d'introduction dans ce domaine. Le programme mathématique peut être considéré comme un organisme s'accroissant peu à peu, chaque nouveau sujet s'appuyant sur les précédents. Peu à peu de nouveaux objets se présenteront comme domaine d'investigation de l'algèbre, entre autres la géométrie et la physique, et enfin le calcul infinitésimal. Pour que l'enseignement soit un acheminement progressif vers le calcul infinitésimal, il faut développer par tous les moyens ce que les Allemands appellent la « Funktiondenken » et que nous désignerons par l'« idée de fonctionnalité ». Le monde extérieur présente une foule d'exemples propres à illustrer cette notion. En fait, nous vivons dans une atmosphère de fonctionnalité. La physique, entre autres, est particulièrement riche en exemples de cette nature ; la géométrie (y compris la trigonométrie) également. Du reste, l'opinion que la notion de fonctionnalité doit former l'idée directrice de l'enseignement mathématique est, à l'heure qu'il est, très généralement répandue.

III. *Détails concernant le programme des non-spécialistes.* — Si, dans l'enseignement secondaire, on consacre à l'algèbre une partie excessive du temps destiné aux mathématiques, cela tient à ce que les maîtres se préoccupent avant tout de faire acquérir à leurs élèves une grande habileté dans la manipulation mécanique d'expressions algébriques. Ce qui ne veut pas dire qu'ils exercent leurs élèves à cette manipulation mécanique sans leur faire comprendre ce qu'ils font, mais ils désirent que leurs élèves comprennent, afin de manipuler correctement ; or, c'est précisément l'inverse qui devrait avoir lieu. Le but à poursuivre ne consiste pas dans une habile manipulation, mais bien dans la compréhension du sujet et dans son utilisation appropriée. Ce n'est pas à dire que tout exercice mécanique doive disparaître du programme ; mais qu'il se fasse de préférence sur une matière utile.

L'auteur passe ensuite en revue, dans une discussion serrée, les divers domaines de l'algèbre telle qu'elle est enseignée à l'Ecole Secondaire. Il fait diverses propositions concernant la suppression de nombreux sujets ne présentant pas d'utilité pour les non-spécialistes. Il n'est pas possible d'entrer ici dans les détails sur les raisons qui motivent cette suppression. Bornons-nous à citer ces sujets : Démonstrations formelles des lois fondamentales : facteurs dépassant le second degré ; fractions (excepté celles ayant pour dé-

nominateur un monôme ou une expression linéaire) ; le plus grand commun diviseur ; longues multiplications et divisions ; équations linéaires simultanées à trois inconnues ; équations littérales (sauf celles relatives à des formules) ; racines carrées de polynômes ; progressions ; démonstrations formelles des lois concernant les puissances ; exercices compliqués sur les puissances à exposants fractionnaires et négatifs et sur les quantités irrationnelles ; équations simultanées dans lesquelles les deux équations sont du second degré ou de degré supérieur ; le théorème du reste (si un polynôme  $f(x)$  est divisé par  $x - c$ , le reste est  $f(c)$ ) ; nombres imaginaires et complexes ; théorèmes sur les rapports et proportions ; théorie du trinôme du second degré ; permutations et combinaisons ; échelles de notation ; binôme, série exponentielle et logarithmique ; artifices de calcul et manipulations « élégantes ».

Par contre, on consacrera plus de temps à l'étude de la variation de deux quantités liées par une relation simple. Une seule variable indépendante est bien suffisante pour une première étude de la variation.

Grâce aux suppressions proposées (et à d'autres qui pourront se faire également dans le programme d'arithmétique), on disposera d'un temps suffisant pour introduire les trois sujets suivants : trigonométrie numérique ; mécanique ; calcul infinitésimal.

La trigonométrie sera étudiée dans ses relations avec la géométrie, l'arpentage, la mécanique, etc. Elle comprendra une étude numérique et graphique de la tangente, du sinus et du cosinus ; la résolution des triangles rectangles, d'abord sans l'aide des logarithmes ; la résolution des triangles quelconques, d'abord par décomposition en triangles rectangles, puis à l'aide des deux formules

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \text{et} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A ;$$

de nombreuses applications concrètes ; pas d'autres formules que les deux précédentes et

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A} , \quad \cos^2 A + \sin^2 A = 1 .$$

En mécanique, on s'occupera des sujets suivants : recherche expérimentale des conditions d'équilibre de trois forces ; composition et décomposition de forces ; moments ; centre de gravité ; frottement ; mesure du travail, de la vitesse et du rendement des machines simples ; la notion de la conservation de l'énergie.

Pour le calcul infinitésimal, il faut recommander le livre de M. J. W. Mercer, of the Royal Naval College, Dartmouth : « Calculus for Beginners ». On déterminera d'abord le gradient (la pente) en un point d'une courbe, graphiquement et analytiquement. Une fois en possession de cette notion fondamentale du calcul infinitésimal, on traitera successivement les sujets suivants : diagrammes des espaces et des vitesses ; différentiations simples ; maxima et minima dans les cas ne présentant pas de difficultés insurmontables ; intégrale indéfinie ; intégrale définie ; relation entre les deux ; nombreuses applications (aires, volumes, centres de gravité, travail).

Si l'on compare le programme qui précède avec le plan d'études correspondant des lycées français, on se rendra facilement compte qu'il n'a rien d'exorbitant, d'autant plus qu'en Angleterre le temps consacré aux mathématiques est environ le double de celui dont on dispose dans ces lycées.

## ITALIE

### Les études de doctorat en mathématiques et la section de mathématiques des écoles de préparation à l'enseignement moyen.

*Sugli studi per la laurea in Matematica e sulla sezione di matematica delle scuole di magistero.* Relazione di S. PINCHERLE, professore nella R. Università di Bologna.

Les Facultés de Sciences possèdent une section de mathématiques dont le but est double :

1<sup>o</sup> Donner aux futurs ingénieurs la préparation qui leur permettra de suivre les « Ecoles d'application ».

2<sup>o</sup> Préparer les aspirants au doctorat en mathématiques.

Le premier point devant faire l'objet d'un rapport spécial, c'est au second que M. Pincherle consacre son exposé.

Le doctorat en mathématiques s'obtient légalement après quatre années d'études, les deux premières conduisent à la *licence* qui donne accès aux Ecoles d'Application ou encore au second cycle de deux ans de mathématiques pures.

En 1906, les deux licences jusqu'alors identiques ont été différenciées du fait que les candidats aux écoles d'application ont à subir un examen de *Minéralogie* et un autre de *dessin artistique et d'architecture élémentaire*, tandis que les branches suivantes sont obligatoires pour les deux licences :

*Physique, Chimie organique et inorganique, Analyse algébrique, Analyse infinitésimale, Géométrie analytique, Géométrie projective et descriptive avec dessin.*

En outre des exercices obligatoires pour les élèves des deux sections ont lieu sous la direction d'assistants : *Analyse algébrique et infinitésimale, Géométrie analytique et descriptive.*

Le double but de ces études préparatoires entraîne quelques inconvénients, il faudrait pouvoir donner une direction différente à plusieurs des cours obligatoires selon qu'ils sont destinés à de futurs ingénieurs, à de futurs savants ou à de futurs maîtres de l'enseignement moyen. Dans quelques universités on a cherché un remède d'ailleurs insuffisant en créant quelques cours supplémentaires destinés exclusivement aux étudiants en mathématiques pures.

Ailleurs l'inconvénient risque de s'accentuer si, comme elles en ont l'intention, quelques Facultés, imitant les cours de préparation aux écoles polytechniques, introduisent la *Mécanique rationnelle* dans le programme des deux premières années, il pourrait en résulter que d'autres cours essentiels perdent la profondeur et l'extension nécessaires aux mathématiques pures.

Après deux ans d'étude les nouveaux « licenciés » se séparent, 7 à 10 % d'entre eux poursuivent les études mathématiques pures ; on compte parmi ces derniers près de la moitié de demoiselles.

Ils ont à suivre les conférences de l'école de préparation à l'enseignement moyen (*Scuola di Magistero*) et cinq ou six des cours suivants : *Analyse supérieure, Géométrie supérieure, Mécanique rationnelle, Mécanique supérieure, Géodésie théorique, Astronomie, Physique mathématique.*

Seule la *Mécanique rationnelle* se retrouve partout, confiée à un titulaire, une ou plusieurs des autres branches manquent à telle ou telle Faculté.

Tout étudiant ayant suivi le cours de Mécanique rationnelle et au moins quatre des autres cours, après avoir subi les examens oraux qui s'y rapportent, peut se présenter à l'examen de doctorat auquel procède avec une certaine solennité une commission de onze personnes (sept professeurs de la Faculté et quatre privat-docents).

L'examen comprend la discussion d'une dissertation écrite, présentée par le candidat (thèse de doctorat), et l'exposition orale de deux ou trois sujets de moindre importance (petites thèses orales). Si le candidat obtient des onze examinateurs une moyenne d'au moins 6 sur 10, il se voit proclamé « Docteur en Mathématiques » par le doyen de la Faculté.

Des candidats qui satisfont strictement au minimum légal, qui sont favorisés d'un peu de mémoire et de l'indulgence du jury peuvent obtenir ce titre sans posséder une culture mathématique bien exceptionnelle.

Mais souvent aux quatre années réglementaires d'études les candidats en ajoutent une cinquième, facultative (telle est de longue date la coutume à Bologne), destinée à la préparation de la thèse et à l'audition de cours spéciaux comme ceux de l'*Ecole normale supérieure* de Pise, de l'*« Instituto consorziale »* de Pavie, des séminaires mathématiques récemment créés aux Facultés de Sciences de Rome et de Naples.

L'occasion ne manque pas dans les principales universités, d'acquérir une profonde et large culture mathématique; on peut néanmoins exprimer quelques désirs, par exemple de voir différencier plus nettement la direction scientifique du but professionnel, de voir diminuer le nombre des établissements scientifiques afin de permettre la création de quelques grands foyers intellectuels.

Aux Facultés des Sciences sont adjointes, en vue de la préparation des maîtres des écoles moyennes, des « Scuole di Magistero » où un à deux professeurs donnent des cours sur les méthodes d'enseignement et sur les limites du programme des écoles secondaires.

Le diplôme de « maître » décerné par ces écoles est recherché lors de la nomination de professeurs secondaires.

L'influence de ces écoles est malheureusement insuffisante, le peu d'importance que les règlements leur attribuent est caractérisé par le maximum de une heure de cours par semaine et par les honoraires dérisoires qu'on y consacre. Dans quelques Facultés elles n'existent que de nom et si dans quelques autres leur efficacité est effective, on le doit à l'initiative personnelle et désintéressée de quelques professeurs.

La disposition qui met les écoles secondaires à la disposition des « Scuole di Magistero » comme champ d'exercice est restée lettre morte.

Dans quelques universités des prix récompensent les meilleures thèses, par exemple la Fondation Corsi à Rome, les prix Vittorio Emmanuele et Merlani à Bologne.

Le rapport de M. le Prof. Pincherle contient une statistique des nombres d'élèves inscrits au commencement de la 3<sup>me</sup> année d'études et de promotions au grade de docteur dans les universités de Bologne, Gênes, Naples, Padoue, Pavie, Pise, Rome et Turin d'année en année de 1890 à 1909.

Le rapport du nombre de gradés au nombre d'inscrits est faible, la moyenne pour ces 18 ans varie de 8 % à Gênes, à 19 % à Rome. Padoue se distingue avec 29 %.

Il y a lieu de remarquer que le nombre de promotions n'a presque pas subi d'augmentation durant les 15 dernières années : de 1892-1894 on en compte 64 et de 1907 à 1909 seulement 66.

Durant la même période le nombre des écoles moyennes est allé en augmentant, beaucoup de sections parallèles ont été créées, si bien que la demande de maîtres est devenue supérieure à l'offre, la crise paraît probable dans un avenir assez rapproché ; — elle sera cependant retardée par la tendance nouvelle des femmes à se porter nombreuses vers la carrière de l'enseignement des mathématiques.

Cet élément nouveau, préoccupé davantage de la conquête du diplôme ouvrant un avenir déterminé que de recherches scientifiques, contribue, au dire du rapporteur, à abaisser le niveau scientifique de l'enseignement universitaire des mathématiques.

L'observation de la situation actuelle suscite quelques critiques.

A l'origine le but essentiel des facultés de sciences était la préparation aux recherches scientifiques, les préoccupations professionnelles qui en constituent une dérivation en sont venues à le submerger.

Les « Scuole di Magistero » ne peuvent tenir compte des travaux critiques de ces 20 dernières années, et ne peuvent mettre les futurs maîtres au courant des discussions, auxquelles ont été soumis les postulats, quant à leur nécessité, indépendance, etc.

Les examens de doctorat ne donnent pas actuellement une garantie suffisante de la généralité des connaissances du candidat.

Une expérience d'une trentaine d'années a persuadé le rapporteur de l'utilité des réformes suivantes :

1<sup>o</sup> Durant les 2 premières années d'études il y a lieu de séparer les aspirants au doctorat des élèves ingénieurs.

2<sup>o</sup> D'ajouter aux épreuves orales des examens écrits d'algèbre, géométrie analytique, géométrie projective, calcul différentiel et mécanique rationnelle.

3<sup>o</sup> Nul ne sera admis en 3<sup>me</sup> année sans avoir subi avec succès toutes les épreuves orales et écrites des 2 premières années.

4<sup>o</sup> Les 2 dernières années comprendront :

a) Des cours fondamentaux, obligatoires, de mécanique rationnelle, de théorie des fonctions ; — des compléments de géométrie et de physique mathématique.

b) Des cours complémentaires destinés à préparer aux recherches, tels que des chapitres spéciaux d'analyse, etc.

c) Un séminaire scientifique pour commenter, sous la direction d'un professeur des travaux classiques, d'importants mémoires récents, et préparer les élèves à la rédaction de monographies scientifiques.

5<sup>o</sup> Ceux qui se préparent à l'enseignement y consacreront complètement la 4<sup>me</sup> année.

D'une part dans des cours spéciaux de mathématiques élémentaires :

a) Comme révision des matières étudiées dans les écoles élémentaires.

b) Au point de vue pédagogique et méthodologique.

c) En examinant les liens entre les parties élémentaires et les parties les plus élevées de la science.

D'autre part en donnant des leçons en qualité « d'apprenti » dans les écoles secondaires, conformément au vœu exprimé par la Société « Mathesis ».

6<sup>o</sup> On recommandera aux élèves de 4<sup>me</sup> année de suivre des cours propres

à étendre leur culture générale (biologie, philosophie, etc.) et on exigera d'eux une connaissance suffisante de langues étrangères.

7<sup>o</sup> La sanction aux études parcourues se donnera de 2 manières :

a) Par un doctorat *scientifique* exigeant la présentation d'une thèse nouvelle dans les résultats ou dans la méthode, une discussion scientifique et la présentation d'une petite thèse orale.

Les candidats auraient à suivre le séminaire scientifique et les cours cités sous chiffre 4, a et b.

b) Par un doctorat *didactique* exigeant : un colloque scientifico-didactique, — la rédaction de deux travaux écrits, l'un de méthodologie, l'autre de géométrie, de mécanique ou de physique mathématique; — la discussion de petites thèses orales.

Les candidats auraient à suivre les cours du n° 4 a) et du n° 5.

Tandis que le doctorat scientifique serait demandé aux privat-docents, le doctorat didactique donnerait accès à l'enseignement moyen.

### Sur l'organisation des deux premières années d'études universitaires des mathématiques.

*Intorno all'ordinamento degli studi matematici nel primo biennio universitario in Italia.* — Relazione di C. SOMIGLIANA, professore nella R. Università di Torino. — Les deux ordonnances officielles les plus importantes de toutes les lois et règlements qui organisent les études universitaires durant les deux premières années sont :

1<sup>o</sup> le règlement (Mamiani) de 1860.

2<sup>o</sup> » (Bonghi) de 1885.

Le premier divisait les facultés de sciences en quatre classes : Mathématiques, Physique, Chimie, Sciences naturelles. Tandis que les trois dernières classes comprenaient quatre années d'études, celle de Mathématiques n'en comptaient que trois permettant d'entreprendre des études d'ingénieur et portant sur les branches : *Introduction au calcul, Calcul différentiel et intégral, Mécanique rationnelle, Géodésie, Physique expérimentale, Chimie, Géometrie descriptive, Dessin.*

Le règlement Bonghi divise les études aux facultés de sciences en deux cycles de 2 ans chacun. Le premier cycle est le même pour les étudiants de mathématiques et pour les physiciens, il aboutit à la *licence physico-mathématique* qui donne accès soit aux écoles d'application, soit au deuxième cycle scientifique.

Les branches d'études du premier cycle diffèrent quelque peu de celles qu'introduisait le règlement antérieur, l'*introduction au calcul* a disparu pour faire place à l'*analyse algébrique*, à la *géométrie analytique et projective*; la *mécanique rationnelle* se trouve renvoyée au deuxième cycle.

Cette organisation à tendance essentiellement théorique se retrouve dans la plupart des facultés, particulièrement à l'Université de Pise qui se pré-occupe de préférence de recherches purement scientifiques.

A côté de cette conception que nous désignerons sous le nom de *classique*, les préoccupations des *sciences appliquées* se sont fait une place particulière, nous les trouvons à Milan avec le R. *Istituto Tecnico Superiore* prévu par la loi Casati de 1859, fondé effectivement en 1863 et inspiré essentiellement par Francisco Brioschi.

A Milan, le calcul infinitésimal est enseigné dès la première année, réuni à l'algèbre et à la géométrie analytique en un cours unique de 2 ans. La géométrie projective et la statique graphique sont confiées au même professeur, la mécanique rationnelle est ramenée en deuxième année.

Les préoccupations pratiques ont encore la prépondérance à Turin au « Politecnico » fondé en 1906 et à la Faculté des Sciences de Padoue, dont le premier cycle de 2 ans a été rattaché à l'Ecole d'ingénieurs en 1908.

En examinant spécialement chaque branche, nous ferons mieux comprendre le développement de chacune des deux tendances.

*Analyse algébrique.* — La présence d'un cours d'algèbre a occasionné la publication de différents traités qui permettent de constater les méthodes suivies dans cet enseignement.

L'œuvre très hautement scientifique de Alfredo CAPELLI, les *Istituzioni di Analisi algebrica* dépasse les programmes généralement parcourus ; mais le *Corso di Analisi algebrica con introduzione al calcolo infinitesimale* de Ernesto CESARO donne une idée plus exacte des limites habituelles.

L'algèbre est actuellement une des matières les plus discutées de l'enseignement, et considérée comme un pur luxe théorique par ceux que préoccupe la nécessité de simplifier la préparation mathématique des ingénieurs. Cette branche a disparu des programmes à Milan, Turin, Padoue, mais on en retrouve des chapitres : Déterminants, équations linéaires, résolution des équations, etc., servant d'introduction au cours d'analyse infinitésimale.

*Analyse infinitésimale.* — L'enseignement du calcul infinitésimal a dû son caractère original au professeur DINI dont l'enseignement à Pise a eu une grande répercussion dans tout le royaume. Dini fut un des premiers à reconnaître la nécessité d'une revision générale des principes et des méthodes du calcul infinitésimal, et il l'accomplit en apportant dans ses cours une rigueur parfaite.

Cette reconstitution des éléments fondamentaux de l'analyse infinitésimale a évidemment une importance historique de premier ordre, mais on peut se demander si, maintenant qu'on se rend un compte exact des résultats de la critique moderne, il est nécessaire de conserver comme matière de cours toutes les discussions et tous les développements du mouvement critique.

Il paraît impossible de donner à l'analyse infinitésimale un caractère de simplicité indispensable à une théorie destinée en majeure partie à de futurs ingénieurs en conservant comme élément fondamental la notion générale de fonction de Dirichlet.

La tendance actuelle considère comme plus opportun de s'en tenir aux fonctions qui suffisent aux applications en géométrie, en mécanique, sans exiger toutes les distinctions et argumentations de la critique.

*Géométrie analytique.* — Naples, Pise, Palerme, Padoue consacrent maintenant une chaire spéciale à cet enseignement autrefois réuni à l'algèbre.

Plus récemment, suivant une idée appliquée pour la première fois à Rome par CREMONA, on a fusionné l'enseignement de la géométrie analytique et celui de la projective, ce qui donne au professeur une plus grande liberté d'allure, tout en évitant des répétitions, telle est par exemple la situation au « Politecnico » de Turin.

Les *Lezioni di geometria analitica* de G. CASTELNUOVO font une large place à cette synthèse des deux branches.

*Géométrie projective.* — Cette branche fut introduite dans les programmes

en 1875 sous l'influence de Luigi CREMONA et dans l'esprit de Poncelet, Chasles et Steiner.

Cet enseignement, destiné à l'origine à servir de préparation à la géométrie descriptive et à la statique graphique, prit, grâce à l'ardeur des géomètres italiens pour cette discipline nouvelle, une extension hors de proportion avec le but proposé.

Tout le monde est d'accord pour enseigner la géométrie projective avec tous les développements récents aux futurs mathématiciens, mais la tendance actuelle est de réduire considérablement le programme des futurs ingénieurs.

A Bologne, ENRIQUES a fusionné le cours de géométrie projective avec celui de géométrie descriptive.

A Padoue, le professeur SEVERI fait suivre le cours de descriptive d'un cours de projective, réduit pour les ingénieurs.

Terminons en remarquant une analogie entre le sort de la géométrie projective et celui de l'analyse algébrique : Introduites comme branches de préparation scientifique, toutes deux ont acquis un développement considérable, jugé bientôt excessif, et elles se voient ramenées à leur rôle initial.

## BIBLIOGRAPHIE

W.-G. BORCHARDT et A.-D. PERROTT. — **Geometry for Schools.** — Vol. I covering stages I and II of the Board of Education circular, n° 711, 1909. — Vol. II, stage III, section I. — 2 vol. in-16, VI-52-III p. et VIII-110-IV p.; 1 s. et 1 s. 6 d.; G. Bell and Sons, Londres.

La Circulaire de 1909 du *Board of Education*<sup>1</sup>, relative à l'enseignement de la géométrie et de l'algèbre graphique dans les écoles secondaires, en Angleterre, donnait des indications sur les tendances qui doivent inspirer la réforme de l'enseignement de la géométrie.

Tout en faisant une place aux conceptions modernes, l'enseignement tel que le présentent les nouveaux manuels anglais, ne rompt pas d'une manière aussi absolue avec la tradition d'Euclide que la majorité des manuels correspondants d'autres pays.

L'ouvrage de MM. Borchardt et Perrott est dans ce cas ; il répond cependant aux exigences nouvelles, telles qu'elles sont énoncées dans la Circulaire du Board.

Le premier volume est une initiation très objective aux notions fondamentales de la géométrie : volume, surface, dimension, ligne, direction, lignes parallèles, angles, mesure des longueurs et des angles ; triangles, égalité des triangles, dessins à l'échelle.

Les démonstrations en sont rigoureusement exclues, toutes les notions sont énoncées sous forme de faits (facts) à vérifier par le dessin et accompagnés d'exercices et d'applications destinés à les rendre évidents.

<sup>1</sup> Voir la traduction de cette Circulaire dans l'*Ens. math.*, mai 1910.