Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 14 (1912)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES FIGURES COLLINÈAIRES
Autor: Crelier, L.
Kapitel: Cas spéciaux de la collinèation centrale.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-14284

une *collinéation centrale* ou une *homologie,* au lieu d'une collinéation simple.

En Suisse, nous admettons couramment la dénomination de collinéation centrale d'après Mœbius et Fiedler, mais il serait tout aussi exact d'appeler ces figures, des figures homologiques d'après Poncelet et Chasles. A ce sujet, on peut consulter : T. Reye, *Geometrie der Lage* (tome III, p. 2).

Axes secondaires de la collinéation.. — Soit P_∞ sur BD et N_∞ sur AB, les points homologues p et n de la deuxième figure seront sur $Sp \parallel BD$, puis sur $Sn \parallel AB$. Ils seront en outre sur les lignes homologues bd et ab.

Nous trouvons ainsi une droite $\overline{pn}$ de la deuxième figure qui est l'homologue de la droite $P_\infty N_\infty$ ou de la droite de l'infini de la première figure. $P_\infty N_\infty$ coupant l'axe de collinéation à l'infini, il en sera de même de $\overline{pn}$. La droite $\overline{pn}$ s'appelle un axe secondaire de la collinéation.

D'autre part, considérons l_∞ sur ab et k_∞ sur bd. Les points homologues de l'autre figure sont L et K sur $SL \parallel \overline{ab}$ et $SK \parallel \overline{bd}$.

Ces points sont en outre sur les lignes homologues AB et BD. Nous obtenons la droite LK de la figure ABC, qui est l'homologue de la droite de l'infini $l_\infty k_\infty$ dans la figure abc. LK est parallèle à l'axe de collinéation, puisque son homologue $l_\infty k_\infty$ rencontre cet axe à l'infini. LK s'appelle également un axe secondaire de collinéation.

Les axes secondaires de deux figures formant une collinéation centrale, sont les droites de chaque figure correspondant à la droite de l'infini de l'autre figure. Ces axes sont parallèles à l'axe principal de collinéation. (Voir fig. 2.)

Cas spéciaux de la collinéation centrale.

1. *Les figures affines.* Nous avons ici le cas où le centre de collinéation est à l'infini, autrement dit les lignes de jonction des points homologues de deux figures affines sont parallèles.

Exemples : Les diverses sections planes d'un prisme ou d'un cylindre ; les deux projections orthogonales d'une figure plane ; le rabattement d'un polygone plan et la projection de même nom.

Si les lignes de jonction des points homologues sont également perpendiculaires à l'axe de collinéation, qui prend ici le nom d'*axe d'affinité,* la propriété des figures ainsi apparentées prend le nom d'*affinité orthogonale.*

Rapport d'affinité : Dans les figures formant une affinité orthogonale, le rapport des distances de deux points homologues à l'axe d'affinité est constant.

2. *Les figures homothétiques.* Nous appellerons ainsi les figures d'une collinéation centrale dans laquelle les lignes homologues sont parallèles. Autrement, dans les figures homothétiques, l'axe de collinéation est rejeté à l'infini.

Exemples : Les sections planes parallèles d'une pyramide ou d'un cône et leurs projections sur un même plan.

Rapport d'homothétie : Quand deux figures sont homothétiques, les distances de deux points homologues au centre de collinéation ou d'homothétie forment un rapport constant.

3. *Les figures égales et semblablement disposées.* Ce sera le cas des figures collinéaires centrales, dans lesquelles le centre de collinéation et l'axe de collinéation seront à l'infini.

Exemples : Les sections planes parallèles d'un prisme ou d'un cylindre et leurs projections sur un même plan.

Pour ces cas spéciaux, on consultera avec intérêt : Rouché et Comberousse, *Traité de Géométrie* (t. I, p. 252) ; Grossmann, *Darstellende Geometrie* (p. 15, 42, 43, 51) ; Benteli, *Ueber die ebenen Schnitte der Strahlenflächen.* Dans ce dernier travail, les sections planes des corps simples sont spécialement développées en tenant compte de la collinéation.

Applications des figures collinéaires à la Géométrie descriptive.

Problème 1. — Etant donné une figure plane et trois points d'une autre figure collinéaire avec la première, déterminer complètement la seconde figure.

Problème 2. — Etant donné la projection horizontale d'un polygone plan et trois sommets de la projection verticale du même polygone, déterminer complètement cette deuxième projection (par la collinéation).

Problème 3. — Etant donné les deux projections d'une figure plane, déterminer le rabattement de cette figure. (On utilisera la hauteur de l'un des points pour rabattre celui-ci ; les autres seront rabattus par la collinéation.)

Problème 4. — Déterminer la section d'un prisme par un plan et rabattre cette section dans le plan de la base.

Problème 5. — Déterminer la section d'une pyramide par un plan et rabattre cette section dans le plan de la base.

Problème 6. — Même question avec un cylindre.

Problème 7. — Même question avec un cône.

Remarque. — Dans les quatre derniers problèmes, nous supposerons la base du corps située dans un des plans fondamentaux. D'autre part, on peut déterminer le premier point de la section