Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 14 (1912)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.10.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

NOTES ET DOCUMENTS

Commission internationale de l'Enseignement mathématique.

Compte rendu des travaux des sous-commissions nationales 1. (7e article.)

ALLEMAGNE

L'enseignement du calcul.

Stoff u. Methode des Rechenunterrichts in Deutschland². Ein Literaturbericht von Dr. W. Lietzmann, Oberlehrer an der Oberrealschule in Barmen.

— L'ouvrage de M. le D^r W. Lietzmann est une étude très complète, très approfondie de l'enseignement du calcul en Allemagne aussi bien dans les écoles primaires que dans les Mittelschulen (écoles primaires supérieures) et dans les écoles normales d'instituteurs. L'auteur spécifie bien qu'il s'agit du calcul, c'est-à-dire des opérations faites sur des nombres positifs, entiers ou fractionnaires, représentés par des chiffres.

Pendant très longtemps on se bornait à donner aux enfants les règles nécessaires pour effectuer les opérations, sans essayer de les leur expliquer. C'est surtout Pestalozzi (1746-1827) qui introduisit le raisonnement. Mais en Allemagne les études dans les écoles supérieures ne sont pas régies par un programme commun. Certaines villes prescrivent des programmes annuels. Il en résulte alors pour le maître l'obligation de répartir les matières de ce programme sur chaque semaine et même sur les différentes heures de son enseignement. On attache une très grande importance à ce mode de répartition; le maître inscrit d'ailleurs sur un cahier spécial les matières traitées pendant la semaine. L'auteur s'étend sur ces questions de programme et donne des exemples et des détails fort intéressants que je regrette de ne pouvoir citer ici.

Il insiste ensuite sur l'importance du calcul mental. On exerce à ce calcul les élèves de toutes les classes, même des classes supérieures et peut-être quelquefois va-t-on jusqu'à l'exagération. M. Lietzmann a vu demander dans une école normale d'instituteurs à faire de tête des exercices qui se résolvent par un système d'équations à plusieurs inconnues.

Le maître fait donc effectuer un nombre considérable d'opérations et d'exercices; sa besogne lui est facilitée par des livres de problèmes mis entre les mains des élèves; le mot livre ne convient peut-être pas très bien,

¹ Voir l'Ens. math., 13e année, 1911; 14e année, 1912.

² Abhandlungen über den mathem. Unterricht in Deutschland. Band V: Der mathematische Elementarunterricht u. die Mathematik an den Lehrerbildungsanstalten, Heft 1. — 1 fasc. de VII et 126 p., 3 Mk., B. G. Teubner, Leipzig.

il faudrait dire des recueils d'exercices. Les recueils de Koch parus en 1855 ont atteint 552 éditions; il a été vendu plus de dix millions d'exemplaires du livre de calcul de Buttner.

Quelques-uns de ces livres contiennent des théorèmes ou plutôt leurs énoncés; la partie théorique ne dépasse pas l'indication de quelques règles, de quelques simplifications, de quelques exemples développés. Les livres existent en grand nombre, ainsi que les revues pédagogiques; la bibliothèque de l'union des instituteurs allemands à Berlin en reçoit plus d'une centaine.

Ces considérations générales sont contenues dans le premier chapitre. Le second chapitre est consacré aux opérations sur les nombres entiers. Tout d'abord il s'agit d'enseigner la numération parlée et pour cela on procède en Allemagne, comme en France et comme ailleurs, au moyen d'objets, de boules, de bâtonnets. On représente les unités décimales des divers ordres par des images distinctes ou des objets munis de points.

Arrivant ensuite aux opérations, la question suivante se pose: Doit-on donner des explications et formuler des règles. « Nous n'avons en Allemagne (dit l'auteur) aucune théorie du calcul numérique, cet intermédiaire entre notre calcul et notre arithmétique ou algèbre que les Français désignent dans les programmes de leurs écoles par arithmétique. Aussi dans le domaine du calcul numérique un exposé systématique avec des démonstrations logiques basé sur des axiomes, n'existe pas chez nous. Même forsqu'il est parlé de justification logique (Schellner), la règle n'est autre chose que le résumé d'un certain nombre d'exemples traités auparavant. »

Je pense que M. Lietzmann a eu sous les yeux les livres d'Arithmétique de M. Bourlet. Il a vu sans doute avec quel soin et avec quelle clarté on sait expliquer aux enfants de France tout ce que leur àge les met en état de comprendre.

Je ne peux pas citer ici les nombreux détails donnés dans le livre sur l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. En ce qui concerne la divisibilité, on n'étudie que les caractères les plus simples, quelquefois mème on donne les caractères par 3 et par 9 sans les expliquer et on les applique à la preuve par 9.

On enseigne la recherche des nombres premiers jusqu'à 20 ou jusqu'à 100 par le crible d'Eratosthène. On ne démontre jamais que la suite des nombres premiers est illimitée.

Il est rarement question des diviseurs communs à plusieurs nombres et lorsqu'on en parle c'est sans démonstration.

Les écoles supérieures seules enseignent la décomposition en facteurs premiers, peu de livres indiquent la recherche du plus grand commun diviseur par la méthode des divisions successives due à Euclide.

L'auteur insiste ensuite sur les applications aux grandeurs, sur la nécessité de bien faire comprendre aux enfants les différentes espèces de grandeurs et sur le choix des énoncés de problèmes. Ils doivent avoir un côté pratique et ètre empruntés le plus possible à la vie usuelle.

Quant aux fractions, il paraît que les jeunes élèves ont quelque peine à comprendre la multiplication des fractions; je crois que cela n'est pas particulier à l'Allemagne et à la France, il doit en être de même partout¹.

¹ Voir l'exposé très simple qu'en donne M. Laisant dans son Enscignement du calcul (Paris, Hachette)

Depuis 1872 les fractions décimales sont employées, mais sans aucune considération théorique.

Les règles de trois se résolvent par la réduction à l'unité. « Le chapitre consacré à cette question indique un certain nombre de modifications et de simplifications, que je ne peux citer ici.

L'école primaire donne des règles pour l'extraction de la racine carrée et souvent aussi de la racine cubique. M. Lietzmann voudrait, je crois, que l'on séparât bien les deux questions et peut-être que l'on se contentât de la première. A la fin de son ouvrage, il s'élève contre un abus des problèmes algèbriques qu'on résout sans l'emploi des lettres, il cite d'ailleurs l'opinion de M. Bourlet qui, comme lui, regrette « cette gymnastique terrible qui consiste à traduire en langage vulgaire tout ce qui est condensé dans cette équation. »

Le rapport de M. Lietzmann est un document précieux pour la Commission internationale de l'enseignement mathématique. C'est un travail important : toutes les questions que peut soulever l'enseignement élémentaire y sont traitées dans leurs moindres détails, des détails que je n'aurais pas soupçonnés avant la lecture de ce livre et qui ont leur intérêt.

A. Lévy (Paris).

Ecoles spéciales

Die Mathematik an Hochschulen für besondere Fachgebiete 1. von Dr E. Jahnke, Professor an der k. Bergakademie in Berlin. — Ce rapport est consacré à l'enseignement des mathématiques dans les écoles supérieures spéciales: écoles des mines, écoles militaires, écoles forestières, instituts agronomiques, écoles de commerce. Pour terminer l'auteur examine encore les cours académiques spéciaux donnés comme cours de perfectionnement à l'école supérieure des postes et télégraphes à Berlin, ainsi que les cours académiques publics organisés par certaines villes, notamment Hambourg et Berlin.

1. Ecole des mines (Bergakademien). Elle sont à Berlin, Clausthal, Aix-la-Chapelle, Freiberg. L'école d'Aix-la-Chapelle est une section de l'Ecole technique supérieure. Il en sera prochainement de même avec celle de Berlin. Les deux autres écoles ont une organisation indépendante.

Les élèves de ces écoles doivent posséder la maturité et avoir fait un stage pratique de une année dans l'industrie minière. Pour le diplôme d'ingénieur des mines la durée des études est de 4 années.

Le cours principal de mathématiques est un cours de mathématiques supérieures et mécanique de 7 ou 8 heures hebdomadaires pendant 2 semestres, avec 1 ou 2 heures d'exercices; ces heures sont comprises dans les précédentes. A côté de ce cours il existe encore un cours de géométrie descriptive avec 2 ou 3 heures pendant deux semestres et un cours de géodésie de 4 heures, pendant un semestre.

L'école de Freiberg présente une répartition quelque peu différente pour l'enseignement des mathématiques. Les cours de mathématiques supérieures et de mécanique sont séparés. Le premier se répartit sur quatre semestres avec 6, 6, 3 et 3 heures, le deuxième sur deux semestres avec 3 et 3 heures.

¹ Abhandlungen über den mathem. Unterricht in Deutschland. Band. IV: Die Mathematik an den technischen Schulen. Heft 7; 1 fasc. de VI et 56 p., 1 M. 80; B. G. Teubner, Leipzig.

En outre la géométrie descriptive figure avec 5 heures pendant deux semestres.

2. Ecoles militaires. Ce sont : L'Académie militaire royale de Berlin (Kriegsschule) ; l'Académie technique militaire de Charlottenbourg ; l'Académie maritime impériale de Kiel ; l'Académie militaire royale bavaroise de de Munich et l'Ecole d'artillerie de Munich.

Au début, l'enseignement des mathématiques à l'Académie militaire de Berlin s'étendait sur les trois années d'études. A l'heure actuelle cet enseignement a été considérablement réduit et il ne compte plus que 6 heures hebdomadaires la 1^{re} année, et 4 la 2^{me}. Dans la 1^{re} année on développe la trigonométrie sphérique, la géométrie analytique plane, le calcul différentiel avec les séries. Dans la 2^{me} année, la fin du cours de calcul différentiel et intégral puis quelques exemples de la mécanique analytique. L'auteur se plaint amèrement du recul de l'enseignement des mathématiques, de la physique et de la chimie. A l'Académie technique de Charlottenbourg, les officiers sont répartis en trois groupes : les officiers de troupe, les officiers de services techniques (mécanique, électricité, construction) et les officiers du service des transports. Les cours durent de deux à quatre années.

Les mathématiques comprennent un cours général, un cours de descriptive, un cours de mécanique et un cours de ballistique. Le premier cours dure trois ans (2 fois 4 heures et 1 fois 2 heures); il embrasse la répétition du programme de maturité, puis les éléments du calcul différentiel et intégral avec applications. Le cours de descriptive s'adresse seulement aux officiers de troupe, 4 heures la 2me année: projections orthogonales avec pénétrations des corps de révolution et d'autres corps importants. La mécanique figure dans tous les groupes pendant deux ou trois années avec 2, 3 ou 5 heures hebdomadaires. Les cours de ballistique ne sont prévus que pour les officiers de troupe: 2, 3, 12 et 8 heures.

A l'Académie de marine de Kiel, les cours de mathématiques forment deux cours annuels de 2 heures : calcul différentiel puis calcul intégral avec de nombreuses applications spécialisées.

A l'Ecole de guerre de Munich, l'enseignement des mathématiques se répartit sur les trois années d'études avec 3 heures par semaine : 1^{re} année. Algèbre supérieure et géométrie analytique plane ; 2^{me} année. Géométrie analytique de l'espace, calcul différentiel et intégral ; 3^{me} année. Répétitions, applications et mécanique analytique.

Il nous reste à parler de l'Ecole d'artillerie de Munich; elle comprend deux sections: artillerie, avec 2 cours et services techniques, avec 4 cours. La 1^{re} section a 4 heures de mathématiques et mécanique dans chaque cours et l'autre 5, avec en plus 2 heures de descriptive dans les deux premiers cours.

3. Ecoles forestières. Les écoles spéciales sont à Eberswald, Münden-Hannover, Tharandt et Eisenach; il y a en outre des sections forestières aux universités de Munich et Karlsruhe. Les deux écoles de Eberswald et Münden n'ont pas de cours spéciaux de mathématiques générales. On y enseigne la géodésie (1 semestre, 7 heures), le cubage des bois (2 semestres, 1 heure), le calcul forestier (2 semestres, 3 heures). A Tharandt, il y a par contre deux cours semestriels de 4 heures pour le calcul infinitésimal et un de 3 heures pour la mécanique, avec en plus les cours spéciaux de géodésie, calcul forestier et dessin de plans. L'école de Eisenach semble être dans une période de transformation. Les sections forestières universitaires

de Munich et Karlsruhe ont toutes deux des répartitions de cours assez différentes, mais dans chacunes d'elles figure un cours de mathématiques supérieures et de descriptive, à côté des cours spéciaux pour les sciences forestières.

- 4. Ecoles supérieures d'agriculture et instituts agronomiques. Nous trouvons ces instituts à Berlin, Bonn-Poppelsdorf, Halle, Hohenheim, Breslau, Giessen, Iéna, Kiel, Königsberg et Munich. Dans ces écoles, les mathématiques n'occupent qu'une place relativement restreinte. La trigonométrie sphérique et la géodésie avec applications semblent les deux seuls domaines sur lesquels on s'arrête. Ceci est du reste facilement compréhensible, étant donné le but proposé.
- 5. Ecoles supérieures de commerce et cours commerciaux universitaires. Ces institutions sont à Francfort-s-M., Leipzig, Cologne, Munich et Mannheim. L'arithmétique commerciale et le calcul des assurances sont seuls enseignées dans ces écoles. Francfort fait exception. Il y a dans cette dernière ville des cours complets de mathématiques supérieures ¹, mais nous devons ajouter qu'ils sont suivis principalement par des mathématiciens.
- 6. Formation des employés supérieurs du service des postes et télégraphes. L'Ecole des postes et télégraphes de Berlin donne des cours de calcul différentiel et intégral et de géométrie analytique. Le personnel supérieur des services dont nous parlons peut encore étendre sa culture mathématique par des cours complémentaires organisés spécialement pour lui par les administrations compéténtes.
- 7. Cours universitaires publics. Le rapport de M. Jahnke se termine par un aperçu sur les cours publics universitaires de Berlin et de Hambourg. Le personnel du corps enseignant moyen de ces villes, les techniciens et les ingénieurs en place, ont l'occasion d'étendre leur culture mathématique par des cours supérieurs de toute nature. Nous citerons les cours de Schubert à Hambourg, ceux de Schwahn et de Korn à Berlin.

Parlant du mouvement antimathématique qui s'est manifesté en Allemagne, dans certains milieux techniques pendant les années 1890 à 1900. M. Jahnke fait ressortir avec raison les conséquenses fâcheuses que présente cette tendance à un moment où le technicien doit posséder une solide culture mathématique pour pouvoir suivre tous les progrès accomplis dans sa branche.

L. CRELIER (Bienne).

BELGIQUE

La Sous-commission belge vient de faire paraître un volume de 348 pages intitulé Rapports sur l'enseignement des Mathématiques, du Dessin et du Travail manuel dans les Ecoles primaires, les Ecoles normales primaires, les Ecoles moyennes, les Athénées et les Collèges belges, Bruxelles, J. Goemaere, 1911.

Pour l'intelligence du compte rendu suivant, nous donnerons d'abord un tableau de l'enseignement primaire et moyen (secondaire) en Belgique, en indiquant entre parenthèses l'âge normal ou moyen des écoliers.

¹ Donnés actuellement par M. le prof. Schenfliès (Réd.).

Enseignement primaire: 1° Ecoles gardiennes d'après le système Frœbel (3 à 6 ans); 2° Ecoles primaires à trois degrés (6 à 12 ans), complété dans certaines localités par un quatrième degré de une, deux ou trois années; 3° Ecoles d'adultes; 4° Ecoles normales primaires (15 à 19 ans), auxquelles sont annexées des écoles primaires d'application.

Enseignement moyen du degré inférieur: 1° Ecoles moyennes pour filles ou garçons 1 (12 à 15 ans); 2° Sections normales moyennes (19 à 21 ans).

Enseignement moyen du degré supérieur: 1º Athénées royaux (11 à 18 ans) pour garçons: 2º Collèges communaux ou libres à programme analogue à celui des Athénées. Les Athénées correspondent aux lycées français ou aux gymnases allemands; ils sont divisés en quatre sections: humanités grecques-latines, humanités latines, humanités modernes scientifiques, humanités modernes commerciales. Leur personnel se forme à l'Université; il n'en sera donc pas question.

L'enseignement moyen du degré supérieur pour filles n'existe pas officiellement; certaines écoles moyennes de filles sont complétées par une ou plusieurs années d'études; il existe aussi des établissements privés ou communaux, à programme variable, se rapprochant rarement des Athénées pour garçons.

Cela dit, parcourons rapidement les quatre rapports du volume.

I. — Rapport sur l'enseignement des Mathématiques dans les Ecoles primaires et dans les Ecoles normales primaires, par M. Dock, inspecteur des Ecoles normales primaires, p. 5-33. — Le programme-type de 1887 pour les écoles primaires comprend: au 1er degré, le calcul des nombres de 1 à 100, les dixièmes et centièmes de l'unité, les fractions dont le dénominateur ne dépasse pas 100, le mètre, le litre, le gramme et le franc, le tout très intuitif; au 2e degré le calcul des nombres entiers, la formation des fractions ordinaires et leur conversion en décimales, le système métrique et des problèmes; au 3e degré la théorie des nombres entiers; les fractions ordinaires et décimales, l'application du système métrique à des évaluations d'aires et de volumes.

Le but est à la fois utilitaire et formel, la méthode intuitive et progressive; calculs mental et chiffré sont menés de front, Environ un septième du nombre total d'heures de cours est consacré au calcul.

Les communes qui organisent un 4^e degré ou des écoles d'adultes arrêtent un programme d'après les besoins locaux; il existe un mouvement sérieux pour donner au quatrième degré un caractère technique.

Quant aux élèves des Ecoles normales primaires, outre un cours de méthodologie spéciale, ils voient l'arithmétique démontrée (nombres entiers, fractions, proportions, racine carrée et cubique, progressions, logarithmes, problèmes de la vie usuelle); l'algèbre (calcul des polynômes et des fractions, équations et problèmes du 1er degré à une ou plusieurs inconnues): la géométrie plane (environ les quatre premiers livres de Legendre).

Les mathématiques représentent à peu près 10 % du total des matières, tant pour le temps qui y est consacré que pour la cote d'importance dans les examens annuels. Les institutrices ne voient pas d'algèbre ni de géo-

métrie.

¹ Une section préparatoire comprenant les trois degrés primaires y est généralement annexée.

II. — Rapport sur l'enseignement du Dessin et du Travail manuel dans les Ecoles primaires, les Ecoles moyennes, les Athénées et les Collèges par L. Montfort, Inspecteur de l'Enseignement du Dessin, p. 35 à 187. — Nous devons, à regret, passer rapidement sur cet important Rapport dont le sujet intéresserait moins directement les lecteurs de l'Enseignement mathématique. Signalons toutefois le passage où l'auteur reproche avec raison au programme de dessin géométrique et de perspective de devancer le moment où les notions correspondantes sont étudiées dans les cours de mathématiques.

III. — Rapport sur l'enseignement des Mathématiques dans les Ecoles moyennes, les Athénées et les Collèges, par H. Ploumen, Inspecteur de l'enseignement moyen, p. 189-276. — Après un aperçu historique sur l'organisation de l'enseignement moyen en Belgique, le Rapport détaille les programmes de mathématiques.

1º Athénées royaux. Les classes de 7º et de 6º sont communes à toutes les sections et voient les règles démontrées de l'addition, de la soustraction, de la multiplication des nombres entiers, les caractères de divisibilité, le calcul des fractions ordinaires et décimales, des problèmes usuels.

Dans la section greque-latine, on enseigne les compléments de l'arithmétique démontrée en 5° et en 4°; l'algèbre jusqu'aux équations du second degré, logarithmes et rentes viagères, à partir de la 4°; la géométrie plane et solide de Legendre à partir de la 4°, l'arpentage en 3°; la trigonométrie rectiligne en 2° et en 1^{re}.

La section latine et la section moderne scientifique ont le même programme de mathématiques, comportant : l'arithmétique démontrée, y compris les approximations numériques, la racine cubique, les différents systèmes de numération, en 5e, 4e, 3e et 2e; l'algèbre jusqu'au second degré, logarithmes, binôme de Newton, fractions continues dans les mêmes classes; la géométrie plane en 5e, 4e et 3e et la géométrie solide en 2e; la trigonométrie rectiligne en 3e et 2e; enfin, en 1re, la trigonométrie sphérique, la géométrie analytique des coniques et la géométrie descriptive (point, droite et plan); de plus, en 1re, on revoit les théories principales enseignées dans les classes inférieures.

La section commerciale n'a de programme distinct qu'à partir de la 3°; on n'y voit guère plus de mathématiques que dans la section greque-latine, mais on insiste sur l'algèbre financière.

2º Ecoles moyennes de garçons. A l'inverse de ce qui arrive pour les Athénées royaux, les trois classes successives des Ecoles moyennes sont désignées sous les noms de première année, deuxième année et troisième année; on y voit de l'arithmétique démontrée dans les trois années; le calcul algébrique et les équations du premier degré en deuxième et troisième année; la geométrie plane répartie sur les trois années.

3º Ecoles moyennes de filles. Le programme d'algèbre et de géométrie est moins étendu; la géométrie ne commence qu'en seconde année.

Le temps consacré aux mathématiques est en moyenne de 3 heures par semaine dans les sections grecques-latines ou commerciale des Athénées royaux, de 5 heures dans leurs sections latines ou scientifiques, de 4 heures dans les Ecoles moyennes de garçons et de 3 heures dans les Ecoles moyennes de filles.

Le Rapport examine ensuite le but et les méthodes de l'enseignement, la concentration de l'enseignement et les examens trimestriels et annuels; il

énumère quelques questions posées aux concours généraux entre Athénées et Ecoles moyennes.

Les professeurs des Ecoles moyennes portent le nom de régents ou régentes et sont formés dans des sections normales moyennes à deux années

d'études dont voici le programme :

1º Régents. Compléments d'arithmétique démontrée, algèbre jusqu'au second degré et aux logarithmes; les huit livres de Legendre; la topographie; la trigonométrie rectiligne; les premiers éléments de géométrie analytique, de géométrie descriptive et de mécanique.

2º Régentes. Compléments d'arithmétique, algèbre jusqu'au second degré

et géométrie plane.

Ces programmes sont ceux de la section dite scientifique; ceux de la section littéraire ne comportent de mathématiques qu'en première année.

Suivent quelques questions posées aux examens de régents et régentes :

IV. — Les tendances actuelles de l'enseignement mathématique en Belgique et leur influence sur les méthodes et les programmes, par H. Ploumen, Inspecteur de l'enseignement moyen, p. 277-343. — L'auteur passe en revue les diverses branches des mathématiques en examinant leur rôle éducatif et utilitaire, signale le besoin d'une forte instruction mathématique qui se fait sentir dans les diverses carrières libérales. Il propose l'introduction de la géométrie analytique, dans la section grecque-latine des Athénées, du calcul différentiel et intégral ainsi que de la géométrie projective dans les sections scientifique et latine en indiquant les suppressions qui pourraient compenser cet accroissement de matières. Il termine par une série d'observations d'ordre méthodologique.

M. STUYVAERT (Gand).

ÉTATS-UNIS D'AMÉRIQUE

Les mathématiques dans les Ecoles élémentaires.

La Sous-commission américaine, ainsi qu'il a déjà été expliqué (L'Ens. Math., mai 1909), procède par comités et sous-comités; chacun d'eux rapporte sur un type d'école aux divers points de vue indiqués par le rapport préliminaire du Comité central.

Les comités I et II, chargés respectivement des écoles élémentaires générales et des écoles élémentaires spéciales, ont résumé leurs rapports en un fascicule de 185 pages, intitulé : « Les mathématiques dans les écoles élémentaires des Etats-Unis » ¹.

Le fascicule débute par une exposition générale de l'organisation de l'enseignement américain. Cet enseignement comporte deux divisions principales : l'enseignement public et l'enseignement privé ; ce deuxième comprend des institutions religieuses, philanthropiques ou simplement financières.

Le rapport du comité n° 1 embrasse les écoles élémentaires générales, publiques et privées. Il étudie l'enseignement des mathématiques tel qu'il est donné actuellement dans ces écoles : a) le but de l'organisation; b) le

^{1 «} Mathematics in the Elementary Schools of the United States ». Publié par les soins du « United States Bureau of Education », Washington.

plan d'études mathématiques; c) la question des examens; d) les méthodes d'enseignement; e) la préparation des maîtres.

Le travail est réparti entre six sous-comités. Le premier présente un rapport d'ensemble sur les établissements d'instruction, leur succession et leurs rapports.

Le titre d'école élémentaire a été interprété un peu différemment suivant les localités. Cependant, d'une manière générale, dans les États de l'Est, les écoles élémentaires comprennent 9 degrés, soit les 9 premières années d'école, ceux du Sud 7, ceux du Nord et de l'Ouest 8.

L'année scolaire est en moyenne de 180 jours, la semaine scolaire de 5 jours et chaque jour scolaire de 5 heures.

Des statistiques établies sur 50 grandes villes américaines ont permis de constater que l'étude de l'arithmétique emploie le 15,26 % du temps de scolarité.

Actuellement il y a tendance, pour le 1er et le 2me degré, à supprimer l'arithmétique comme étude formelle et, pour les degrés supérieurs, à la remplacer par l'algèbre et la géométrie. Pourtant on désigne encore par le nom de mathématiques plus spécialement l'arithmétique.

A côté des sujets essentiels enseignés partout, le programme en comprend d'autres. Par exemple, les intérêts composés sont traités dans 64 % des établissements considérés, l'algèbre dans 36 %, les constructions géométriques dans 28 %, les exercices graphiques dans 7 %.

En ce qui concerne les méthodes d'enseignement, le sous-comité conclut que de grands progrès ont été réalisés en donnant plus d'importance au point de vue psychologique qu'au point de vue logique, ce qui, en pratique, a rendu le travail plus objectif et a développé la méthode d'induction.

Il ressort de statistiques que l'augmentation du nombre des maîtres et maîtresses annuellement nécessaire dépasse de beaucoup le nombre des élèves sortant des écoles qui donnent un enseignement pédagogique; il n'y a ainsi guère que le ½ du corps enseignant qui ait reçu une préparation professionnelle quelconque.

On peut se rendre compte du champ parcouru dans les huit degrés des écoles élémentaires en consultant les deux plans d'études mathématiques insérés dans ce rapport. L'un de ces plans d'études est destiné aux écoles rurales et l'autre aux écoles urbaines. Dans tous les deux, l'étude de l'algèbre et de la géométrie est jointe à celle de l'arithmétique dans les derniers degrés.

Le sous-comité 2 traite de l'enseignement dans les jardins d'enfants, écoles qui reçoivent les enfants de 4 à 6 ans; elles précèdent donc les écoles élémentaires. L'enseignement mathématique n'y est, bien entendu, représenté que sous une forme implicite; les connaissances acquises par les enfants dans ce domaine sont le résultat inconscient de leur activité et de leurs jeux.

Le sous-comité 3 consacre 52 pages à l'enseignement mathématique dans les six premiers degrés. Il présente un rapport général, puis quatre rapports distincts traitant respectivement de l'organisation des écoles, du plan d'études mathématiques, des examens et des méthodes d'enseignement. Les renseignements qu'ils renferment sont fréquemment le résultat d'enquêtes faites par la méthode des questionnaires.

Chaque Etat étant maître de l'instruction chez lui, il y a naturellement d'assez grandes divergences d'organisation. Le rôle du « United States

Bureau of Education » est seulement de donner des renseignements et des conseils qui aident à obtenir une certaine unité dans l'esprit de l'enseignement.

Le rapport donne un exposé complet des méthodes en usage ainsi que des

changements à y apporter, le tout éclairé par de nombreux exemples.

Le sous-comité 4 résume en quelques pages ce qui concerne la préparation du corps enseignant des six premiers degrés. L'arithmétique ne donne généralement pas lieu à une préparation distincte des autres branches. On exige du maître de mathématiques des connaissances plus étendues que celles du programme qu'il enseignera, mais l'algèbre et la géométrie, par exemple, sont traitées de telle sorte que leur rapport avec l'enseignement et leur utilité dans celui-ci n'apparaît en aucune façon.

Le sous-comité 5 reprend, pour les deux derniers degrés, les mêmes questions que le précédent, et il y ajoute quelques détails complémentaires sur les écoles paroissiales catholiques romaines (parochial schools), ainsi

qu'un plan d'études de ces écoles.

En résumé, l'instruction élémentaire est obligatoire et gratuite de 6 à 14 ans. L'enseignement dans les deux derniers degrés est, pour le plus grand nombre des élèves, la fin de leurs études. Un petit nombre continuent dans les écoles supérieures (high schools). La plus ou moins grande proportion des élèves visant l'un ou l'autre but détermine des programmes assez différents dans lesquels on peut distinguer, pour les mathématiques, deux courants : ceux qui n'indiquent ni la géométrie ni l'algèbre, et ceux qui leur font une place.

On tend de plus en plus à enseigner ces deux branches en appuyant sur

leurs rapports avec l'arithmétique.

Le sous-comité 6 étudie la question de la préparation des maîtres pour les 7^{me} et 8^{me} degrés. Les élèves des écoles normales ont généralement accès aux cours mathématiques des collèges et universités. Le programme mathématique de ces écoles varie beaucoup; il est généralement au moins égal à celui des « high schools ».

Le comité no II s'est occupé des écoles élementaires spéciales, écoles de métier et écoles industrielles. Ces écoles peuvent être considérées soit comme des écoles élémentaires spéciales, soit aussi comme des écoles secondaires, puisque, pour l'admission dans la plupart d'entre elles, les élèves doivent justifier d'un minimum d'instruction équivalent aux six premiers degrés élémentaires.

Le programme mathématique de ces diverses écoles varie naturellement en étendue suivant le but qu'elles se proposent. Il donne toujours une place prépondérante à la partie pratique des mathématiques, au détriment de la théorie.

Ces différentes écoles spéciales peuvent se classer en :

1º Ecoles intermédiaires industrielles et écoles de métiers, qui prennent les élèves à leur sortie du 6^{me} degré. Les études mathématiques proprement dites y jouent un rôle plutôt effacé.

2º Ecoles de métiers publiques et privées.

- 3º Ecoles techniques. Leur programme mathématique comporte les études nécessaires au futur contremaître ou mécanicien-chef.
- 4º Ecoles d'apprentissage. L'enseignement théorique y est étroitement lié à la pratique.

5º Ecoles du soir.

6º Ecoles complémentaires.

7º Ecoles de métiers pour races de couleur. L'arithmétique, l'algèbre et la géométrie y sont enseignées.

80 Ecoles par correspondance.

Deux sous-comités étudient plus spécialement : l'un, les classes industrielles des écoles publiques, l'autre, celles des écoles privées ou corporatives. Dans ces classes on tend de plus en plus à obtenir la fusion des mathématiques théoriques et des travaux manuels et industriels.

On est en général d'accord pour faire précéder l'enseignement de la géométrie déductive par l'algèbre, et l'algèbre par de la géométrie intuitive. Le programme d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie et de trigonométrie des écoles privées et corporatives est en général sensiblement le même que celui des écoles ordinaires.

Un troisième sous-comité rapporte sur la question de la préparation des maîtres de mathématiques des écoles de métiers et des écoles industrielles. Les écoles normales ont toutes des cours de mathématiques appliquées, et presque toutes des cours de mathématiques théoriques. L'opinion la plus répandue est que pour le moment, après l'acquisition d'une première base théorique, la meilleure préparation des maîtres s'obtient par plusieurs années de pratique dans l'application des mathématiques aux problèmes qui se présentent à l'atelier.

R. Masson (Genève).

ILES BRITANNIQUES

N° 6. — La corrélation de la géométrie pratique élémentaire et de la géographie.

The Correlation of Elementary Practical Geometry and Geography 1, by Miss Helen Bartram, Head Mistress of the (London) County Secondary School, St-Pancras. — La géométrie pratique étant devenue une partie si importante des mathématiques élémentaires dans les écoles élémentaires et moyennes, il est intéressant d'en étudier les rapports avec les autres branches du programme. Dans ce rapport, l'auteur étudie comment cette géométrie élémentaire peut servir de base à l'enseignement de la géographie scientifique qu'on peut introduire à l'école pour élèves de douze ans et demi environ.

Mesure de lignes. Dès que la notion d'unité de longueur est connue, on peut l'utiliser à la mesure de la distance entre deux villes sur une carte. On arrivera le plus rapidement possible à l'idée de l'échelle et par suite à la détermination de la distance réelle. L'utilisation des horaires de chemin de fer présentera aussi un certain intérêt pour la vérification approximative des résultats.

C'est aussi le moment d'apprendre aux élèves à évaluer grossièrement une longueur donnée, par exemple en connaissant la longueur de leurs pas, ou en se servant d'autres moyens de comparaison. On leur fera mesurer la plus courte distance de deux points d'une sphère à l'aide d'un fil tendu et on leur expliquera pourquoi un vaisseau ne suit pas toujours cette ligne de-

^{1 8} pages; prix: 1 penny, Wyman & Sons, Londres.

plus courte distance. Ils pourront enfin déterminer la longueur d'une ligne courbe et irrégulière quelconque à l'aide d'une roue traçant le contour (tracing wheel), ils se rendront compte ainsi de la longueur de frontière ou de côte d'un pays.

Mesure des angles. On étudiera les divisions de la boussole à l'aide d'un rapporteur en carton construit par les élèves eux-mêmes. On pourra leur faire construire une boussole en carton à l'aide de laquelle ils auront à déterminer les directions suivies pour aller de la maison à l'école ou inverse-

Construction de cartes. Dès que l'évaluation des longueurs et des angles est bien comprise, on peut l'appliquer à la construction de cartes, très simples d'abord. L'élève apprendra à déterminer la direction du sud, soit en trouvant la position du soleil à midi, soit à l'aide de la boussole marine. En se plaçant ensuite dans un endroit élevé et horizontal, il pourra dresser une carte, ou plutôt un panorama des objets environnants, en ne s'occupant

que des directions.

Comme exemple de combinaison de mesures linéaires et angulaires, le dessin à l'échelle de la classe ou du lieu de récréation est tout indiqué. On insistera sur le fait que la réduction à l'échelle ne modifie pas les angles. On pourra également introduire d'autres méthodes de construction de cartes (triangulation, arpentage) et imaginer des problèmes variés sur ce sujet. La direction du vent offre une nouvelle application des mesures angulaires. Au besoin les élèves pourront eux-mêmes construire une girouette. Signalons encore la détermination des hauteurs à l'aide d'une base et d'un angle d'élévation.

Pente. On expliquera la notion de pente aux élèves qui pourront. à l'aide d'un simple clinomètre en carton, construit par eux-mêmes, déterminer la pente des routes voisines.

Lignes de contour. Sachant déterminer les pentes, ils seront plus à même d'apprécier la signification des lignes de contour sur une carte. Ils pourront représenter une coupe de terrain en utilisant, comme on le fait généralement, des échelles différentes pour les distances verticales et horizontales ; il est bon aussi de dessiner la pente réelle, pour une partie de la coupe, pour en avoir une idée correcte.

Construction de cartes à l'aide des ombres. On peut considérer la position d'objets sur la terre relativement au soleil. Par exemple, la direction suivant laquelle un observateur se déplace à midi peut être déterminée par l'angle que forme cette direction avec celle de son ombre. On pourra donc faire une carte du chemin parcouru par l'observateur en se basant sur les modifications apparentes de la direction de l'ombre et en prenant comme unité de distance la longueur du pas. Jusqu'à présent il a été tenu compte uniquement de la direction de l'ombre; l'opération suivante consistera à montrer comment la longueur de l'ombre varie avec la longueur de l'objet et aussi avec la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon. Les élèves pourront alors calculer la hauteur d'objets inaccessibles par l'observation de la longueur de leurs ombres. On mesurera (1) la longueur de l'ombre d'un bâton d'un mètre toutes les demi-heures dans une même journée, (2) la longueur de l'ombre à midi pendant une année; les graphiques correspondants occasionneront d'utiles observations sur les jours et les nuits et sur les

Aires. Un papier quadrillé, chaque carré représentant une unité de sur-

face, pourra servir à estimer grossièrement la superficie d'un pays, ou mieux, à comparer les superficies de deux pays représentés à la même échelle. On fera remarquer que lorsqu'on réduit l'unité de longueur à sa dixième partie, par exemple, l'unité de surface est réduite à sa centième partie.

Géométrie sphérique. Des considérations sur les propriétés des cercles peuvent être déduites de l'observation d'une sphère. On peut faire construire aux élèves un modèle comprenant le cercle de l'équateur et un certain nombre de cercles méridiens, le tout fixé et donnant l'apparence d'une sphère. On pourra y joindre les cercles des tropiques et les cercles polaires.

Latitude et longitude. Le modèle en question pourra servir avantageusement pour expliquer les termes de latitude et longitude. On remarquera que la longueur à parcourir sur la terre, parallèlement à l'équateur, pour que la longitude varie de un degré, décroît lorsqu'on se rapproche des pòles, tandis que la longueur dont on doit se déplacer le long d'un méridien pour que la latitude varie de un degré est constante (si l'on ne tient pas compte de l'aplatissement des pôles). Ces longueurs peuvent être mesurées approximativement en utilisant le grand globe de la classe. On déterminera ensuite la position d'un point de la terre par sa latitude et sa longitude. On expliquera plus aisément par une expérience concrète la rotation de la terre sur elle-même et sa révolution autour du soleil ainsi que toutes les conséquences qui en résultent relativement aux saisons, aux jours et aux nuits, aux heures des différents points du globe, etc.

Nº 7. — L'enseignement de la mécanique élémentaire.

The Teaching of Elementary Mechanics, by Mr. W. D. Eggar, Assistant Master at Eton College. — Pendant longtemps les côtés pratique et théorique de la mécanique se sont développés indépendamment l'un de l'autre. Ils ne se sont réunis que récemment, et c'est à cette réunion qu'est due l'importance croissante de la mécanique considérée comme branche scolaire.

La préparation des ingénieurs se fait dans les collèges d'ingénieurs (Engineering Colleges) et les écoles techniques (Technical Institutions), mais beaucoup de ces établissements exigent un examen d'entrée comprenant entre autres la mécanique élémentaire.

L'enseignement pratique de la mécanique dans les écoles est de création presque entièrement nouvelle. Actuellement on trouve des laboratoires de physique dans un grand nombre d'écoles, et l'on y pratique également un peu de mécanique. Mais, même à l'heure qu'il est, il y a très peu de relations entre l'enseignement de la mécanique pratique et celui des mathématiques. Dans la grande majorité des écoles², la mécanique est enseignée par le maître de mathématiques, comme une partie du programme des mathématiques. Aucune expérience n'est faite, et les difficultés pratiques ne sont que très rarement mentionnées. Le maître de sciences est obligé d'organiser un cours rapide de mécanique pratique pour les plus jeunes de ses élèves afin qu'ils soient à même de le comprendre dans ses autres leçons.

¹ 13 p.; prix: 1 penny.

² The Correlation of Mathematical and Science Teaching. Report of a Joint Committee of the Mathematical Association and the Association of Public School Science Masters. (London, G. Bell and Sons, 1909.)

Les principaux défauts de cette organisation sont les suivants :

1. Le cours très rapide de statique pratique que le maître de physique doit donner comme préparation à l'étude du magnétisme et de l'électricité n'a aucune relation avec l'enseignement des mathématiques.

2. Non seulement les élèves en mathématiques ne participent souvent même pas à ce cours rapide, mais ils n'ont que peu d'occasions d'élargir leurs connaissances pratiques dans les domaines plus avancés de la méca-

nique.

La question de savoir si la mécanique doit être considérée comme une partie des mathématiques ou comme une partie de la physique ne rentre pas dans le cadre du présent rapport. Au Central Technical College, établissement servant à la préparation des ingénieurs, le laboratoire de mécanique est placé sous le contrôle direct du professeur de mathématiques; il est complètement séparé des laboratoires d'ingénieurs que les étudiants suivent plus tard.

Avant de considérer les « public schools » proprement dites, citons encore les « Naval Colleges » à Osborn et Dartmouth pour élèves de 12 ½ à 16 ½ ans, se destinant à la carrière d'officiers de marine. A Osborne où se passent les deux premières années, les cadets commencent la trigonométrie et ont un cours de statique pratique suivi d'nne étude théorique plus détaillée du sujet. A Dartmouth, pendant la seconde période de deux ans, les élèves suivent un cours plus complet de statique suivi de la cinématique, le tout étudié inductivement et expérimentalement. Le travail expérimental sert toujours de préliminaire à l'étude théorique.

Dans les écoles publiques ou secondaires, exception faite du cours rapide dont il a été déjà question, la mécanique ne fait pas partie de l'éducation générale de tous les élèves. Cela s'explique par le fait que les mathématiques ne sont généralement pas poussées jusqu'au point où la mécanique est habituellement introduite. Pour que cette branche trouve sa place dans les plans d'études, il serait nécessaire de modifier le programme de mathématiques, simplifier entre autres considérablement l'algèbre et introduire les éléments de trigonométrie. Il faudrait ensuite examiner les questions suivantes: 1º A quel âge le sujet doit-il être abordé? 2º Quelles sont les relations à la trigonométrie? 3º Doit-on commencer par la statique ou la cinématique? 4º Quelle est la quantité de travail pratique désirable au point de vue mathématique? 5º La nécessité d'un laboratoire.

Nous pourrons diviser les élèves en deux catégories: 1. ceux qui ont une tournure d'esprit pratique sans avoir de capacités spéciales en mathématiques; 2. ceux qui ont de la facilité pour les mathématiques. La première partie de la discussion qui suit s'adresse plus spécialement à la première catégorie.

Le cours de physique élémentaire comprend généralement la chaleur, la lumière, le magnétisme et l'électricité. Les deux premiers chapitres peuvent se passer de la mécanique, mais pas les deux derniers. Il est donc nécessaire qu'un cours élémentaire de mécanique pratique soit donné avant d'étudier le magnétisme et l'électricité. Mais il vaudrait mieux que ce cours fût dirigé par le maître de mathématiques ou en tout cas avec son concours, afin qu'il serve de base au cours de mécanique pratique proprement dit qui se donne plus tard.

Il est, semble-t-il, préférable de débuter par la statique plutôt que par la cinématique. C'est du reste l'ordre généralement suivi. On commence habituel-

lement par la vérification du parallélogramme des forces, l'étude du triangle, du polygone des forces et de la loi des moments. Or, il serait préférable de débuter par de simples expériences sur la transmissibilité des forces, sur la façon dont on peut les mesurer, sur les tensions et les pressions à l'aide de ressorts et de balances à ressort. Des expériences devraient être faites également sur le principe de l'action et de la réaction, sur la tension des fils, etc. C'est surtout à propos de la théorie des moments que le travail pratique est d'une grande importance. De nombreux exercices sont à faire sur les leviers et sur les diverses conditions d'équilibre des corps. Selon l'opinion de l'auteur, l'étude des forces parallèles devrait suivre celle des moments.

Des expériences directes sur le frottement ne sont pas très avantageuses. Au lieu de l'étudier à l'aide d'un poids et d'un fil passant sur une poulie, il est préférable de se servir d'une balance à ressort. Mais les exercices sur les machines simples seront toujours d'un intérêt plus réel pour les débutants et leur fourniront une conception claire de la notion de travail. La différence entre le travail théorique et le travail réel donne le travail perdu grâce au frottement. Les expériences rendront compte également de l'augmentation du frottement avec la charge de la machine.

En cinématique, si l'on veut suivre l'ordre historique, on débutera par les expériences de Galilée au moyen du plan incliné. Il faut que l'élève se fasse une idée claire des mots espace, vitesse, accélération, il a souvent beaucoup de peine à réaliser que ces grandeurs sont mesurées à l'aide d'unités différentes. La notion de vitesse à un instant donné se prête particulièrement bien à l'introduction du calcul différentiel. Vient ensuite la notion d'accélération ou de changement de vitesse qui fournira l'occasion de nombreux exercices à l'aide de papier quadrillé. L'étude des accélérations produites par les forces peut se faire facilement à l'aide d'un appareil inventé par M. W.-C. Fletcher. Une bande d'acier maintenue à l'une de ses extrémités est mise en vibration, et les oscillations sont enregistrées sur une bande de papier mise en mouvement par le moyen d'une certaine force. Les vibrations enregistrées seront plus ou moins espacées suivant la vitesse de la bande de papier, et il sera facile d'étudier les lois concernant les forces et les accélérations correspondantes. Citons encore les expériences sur les moments et les moments angulaires, la transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique, l'énergie d'un volant, le mouvement harmonique simple illustré par les oscillations d'un ressort spiral, le pendule, le module de Young, le module de torsion, etc.

Le temps qui doit être consacré aux exercices pratiques varie suivant les élèves. Les bons mathématiciens saisiront plus rapidement la portée des expériences que les élèves peu doués en mathématiques.

En ce qui concerne la question du laboratoire, remarquons que la démonstration de la plupart des expériences citées peut se faire dans la salle de classe habituelle, et que les appareils nécessaires peuvent y trouver place facilement. Cependant, pour les classes nombreuses, un laboratoire spécial est de toute nécessité. Les dépenses qu'exigerait son installation constituent pour beaucoup une sérieuse objection; mais il ne faut pas oublier qu'un bon appareil de mécanique dure très longtemps et que son entretien est fort peu coûteux.

Nº 8. — Géométrie pour ingénieurs

Geometry for Ingeneers 1 by D. A. Low, Professor of Engineering at the East London College (University of London). — La géométrie est pour les ingénieurs une des branches les plus importantes des mathématiques. Elle constitue en effet la base du dessin mécanique sans lequel les grandes entreprises des ingénieurs ne pourraient être réalisées. Il est donc intéressant de se demander quels sont les chapitres de la géométrie qui concernent plus spécialement les étudiants qui se destinent à cette carrière, et comment cet enseignement doit leur être présenté.

Insistons tout d'abord sur l'importance du dessin mécanique qui devrait accompagner dès le début l'étude des principes géométriques. Par dessin mécanique nous n'entendons pas dessin de machine, mais dessin de figures géométriques et la résolution de problèmes de géométrie sur le papier, à l'aide des instruments. Il est nécessaire d'exiger dès le début, la plus grande exactitude possible; l'étudiant s'exercera tout d'abord à de nombreux exemples très simples au point de vue géométrique, ayant uniquement pour but de développer son habileté dans le maniement des instruments. Ces exercices, 1º lui serviront de préparation à ses futurs dessins d'ingénieur, 2º le familiariseront avec d'importantes propositions de géométrie, 3º le rendront capable de vérifier certaines propositions qu'il n'a peut-ètre pas le temps ou la capacité de démontrer rigoureusement par un raisonnement déductif.

A propos de l'enseignement de la géométrie élémentaire, l'auteur recommande aux maîtres de lire soigneusement la « Circular 711 » du Board of Education, intitulée « Teaching of Geometry and Graphic Algebra in Secondary Schools » et reproduite dans l'Enseignement mathématique (N° du 15 mai, 1910, p. 238-253). Les propositions qui y sont faites sont excellentes

L'auteur insiste sur l'importance que présente la résolution des problèmes de géométrie. C'est un genre d'exercices très avantageux pour développer les facultés inventives des étudiants; les démonstrations devront être confirmées autant que possible graphiquement et les principes de géométrie trouveront de nombreuses applications.

A partir du cinquième livre d'Euclide, on ne devrait pas exiger la démonstration rigoureuse de toutes les propositions qui interviennent; en tous cas ces démonstrations devront être abrégées autant que possible, quelquesois même, il sera suffisant de se borner à une vérification graphique. Il serait bon d'introduire aussi l'arithmétique graphique, comprenant l'addition, la soustraction, les proportions, la multiplication, la division et les racines carrées.

De nombreux problèmes de géométrie peuvent se résoudre aisément à l'aide de lieux géométriques. Ce procédé peut être plus rapide et tout aussi exact qu'une résolution directe. Dans certains cas, l'usage du papier à calquer est tout indiqué. Cette méthode présente un intérêt tout particulier pour l'ingénieur, car elle est rapide et évite l'emploi d'un grand nombre de lignes de construction qui rendent souvent la figure confuse. On l'utilisera

¹ 15 p., Prix: 1 ¹/₂ d.; Wyman & Sons, Londres.

par exemple pour le tracé des roulettes (cycloïde, hypocycloïde, épicycloïde, développante de cercle) si important pour les ingénieurs.

On introduira de bonne heure les principes et les méthodes de la géométrie vectorielle qui s'appliqueront aux problèmes de cinématique et de statique.

Insistons également sur l'étude géométrique des sections coniques qui fournira de nombreuses applications au dessin géométrique (construction d'une conique connaissant le foyer, la directrice et l'excentricité). L'étude systématique des propriétés des coniques pourra se faire comme suit : Propriétés générales des coniques. Propriétés de la parabole. Construction de la parabole. Propriétés générales des coniques à centre. Propriétés de l'ellipse. Construction de l'ellipse. Propriétés de l'hyperbole. Construction de l'hyperbole. Centre de courbure en un point d'une conique. Développées des coniques. Pour l'étudiant ingénieur il suffira de ne considérer que les théorèmes les plus importants. Certaines propriétés de l'ellipse se démontreront en considérant cette courbe comme projection d'un cercle.

L'auteur estime que les théories projectives modernes (involution, rapport anharmonique, etc.) n'ont pas encore été mises sous une forme leur permettant de remplacer avantageusement une étude géométrique détaillée des coniques.

Après les coniques, il serait intéressant de considérer brièvement les principales propriétés de diverses courbes planes (spirale d'Archimède, spirale logarithmique, chaînette, tractrice, etc.).

Le cours de géométrie descriptive devrait débuter par les projections orthogonales de points et de lignes sur les deux plans de projection (horizontal et vertical) et les problèmes qui s'y rattachent. On passerait ensuite à la représentation des solides, en projections orthogonales d'abord, puis en projections obliques. Ce dernier procédé est spécialement important pour les ingénieurs et l'on devrait y insister davantage. Il est inutile en général de s'arrêter aux démonstrations rigoureuses des théorèmes qui servent de base aux diverses constructions de la géométrie descriptive, mais il est essentiel néanmoins que ces principes soient bien compris. Les chapitres de cette branche qui présentent ensuite le plus d'importance pour les ingénieurs sont les suivants : Sections de solides. Projection horizontale d'une portion, de la surface terrestre et problèmes de coupes et de terrassements. Génération de surfaces courbes. Plans tangents aux surfaces courbes. Développement de surfaces. Projection d'hélices et de filets de vis. Intersection de surfaces. La perspective, la projection isométrique et la détermination des ombres sont moins importantes sauf à titre d'applications des principes et méthodes de la géométrie descriptive. Les exemples à traiter ne doivent pas être de caractère essentiellement technique car avant de se spécialiser il est nécessaire de posséder une base générale suffisante.

En terminant, l'auteur insiste sur l'importance du dessin mécanique dans l'étude de la géométrie. Il reconnaît du reste que de louables efforts ont été faits dans ce sens, spécialement par le Board of Education.

Nº 9. — Ecoles secondaires de jeunes filles

The organisation of the Teaching of Mathematics in Public Secondary Schools for Girls 1, by Miss Louisa Story, Headmistress of the Royal School,

Bath. — En 1867 parut un rapport de la Schools' Inquiry Commission condamnant la superficialité et l'insuffisance de l'éducation dans les écoles de filles. Il en résulta, quatre ans plus tard, la fondation de la « National Union for improving the Education of Women of all Classes » qui organisa, l'année suivante, la Girls' Public Day School Company. Pour la première fois les mathématiques furent reconnues comme sujet d'étude dans le programme des écoles de filles, à commencer par les High Schools qui se développèrent rapidement dans tout le royaume, grâce à l'activité de cette société.

Tout d'abord les difficultés furent nombreuses, étant donné l'incapacité des maîtres; du reste le champ d'études était très peu considérable : une teinture d'arithmétique et d'algèbre et quelques livres d'Euclide appris plus ou moins par cœur.

A l'heure actuelle, les mathématiques sont enseignées, d'une manière remarquablement uniforme en ce qui concerne les programmes et les méthodes, dans toutes les écoles secondaires publiques de jeunes filles et dans les meilleures écoles privées.

Pour obtenir des renseignements concernant le présent rapport, des circulaires furent envoyées aux directrices de 275 écoles. 180 réponses furent retournées, renfermant d'utiles informations.

Les écoles secondaires de filles adoptent en général la classification suivante:

Classes préparatoires (Kindergarten) pour enfants de 5 7 ou 8 ans Form I 7 ou 8 10 Form II 10 12 Form III pour filles de 12 **—** 14 Form IV 14 $-15^{-1}/2$ Form V $15^{1/2} - 17$ Form VI 17 **—** 19

Dans la majorité des écoles, chaque classe est sous la surveillance spéciale d'une maîtresse de classe (Form-mistress) qui enseigne dans sa propre classe un certain nombre de branches et dans d'autres classes le sujet qui constitue sa spécialité.

Dans les 180 écoles qui ont envoyé des réponses aux circulaires, on ne compte pas moins de 681 maîtresses enseignant les mathématiques. Dans chaque école, la principale maîtresse dans cette branche (Senior Mathematical Mistress) est chargée de l'enseignement des classes supérieures, quelquefois aussi des débutants; elle doit surveiller également l'enseignement mathématique de toute l'école et possède un certificat de hautes études.

Dans la grande majorité de ces écoles (98 %), le champ d'études correspond à celui qui est exigé à l'entrée de l'université (Matriculation) et comprend: l'arithmétique générale; l'algèbre, comprenant les équations du premier et du second degré à une ou deux inconnues, les rapports et les proportions, les règles élémentaires concernant les puissances, et les progressions; les livres I à IV d'Euclide d'après les méthodes modernes. 84 % des écoles dépassent ce programme (logarithmes, binôme, Euclide VI

¹ 17 p.; 1 ¹/₂ d.; Wymann & Sons; Londres.

et XI 1-21, trigonométrie élémentaire). Un petit nombre vont encore plus loin [mathématiques appliquées (statique, dynamique, hydrostatique), coordonnées géographiques, géométrie plane moderne, sections coniques, et à l'occasion les éléments du calcul différentiel et intégral], mais c'est l'exception.

L'époque où l'on commence les mathématiques proprement dites (d'autres branches que l'arithmétique) diffère suivant les écoles. Dans la majorité c'est dans la Form III. A partir de cette époque, l'arithmétique, l'algèbre et la géométrie sont enseignées simultanément et non pas consécutivement comme en Amérique, et récemment des tentatives de fusionnement des trois branches ont été faites.

L'arithmétique est enseignée dès les premières classes jusqu'à la Form V inférieure en tous cas. Quelques écoles l'abandonnent dans la Form V supérieure, mais la majorité la maintiennent jusqu'à la Form VI. Pour l'entrée à Cambridge et à Oxford, un des examens est encore spécialement réservé à l'arithmétique, cela explique en partie le grand nombre d'années dévolues à l'arithmétique dans les écoles anglaises. Une autre raison, c'est la grande complication du système des poids et mesures. On pourrait économiser deux années d'étude en adoptant le système métrique qu'on enseigne du reste, à l'heure qu'il est, en plus du système anglais. Une autre question à l'ordre du jour, c'est celle de l'arithmétique commerciale; bien des maîtres estiment que nombre de chapitres présentant un caractère purement commercial devraient être éliminés du programme. De grands progrès ont été réalisés dernièrement dans les méthodes de l'enseignement des fractions décimales; signalons aussi l'introduction déjà dans les classes inférieures des méthodes abrégées donnant des résultats approximatifs. On peut se demander cependant s'il ne serait pas plus simple, dans le cas d'opérations compliquées, d'introduire l'usage des logarithmes à 4 décimales.

En ce qui concerne l'algèbre, il faut reconnaître que beaucoup de temps est consacré à l'étude de sujets qui n'ont de l'intérêt que pour le futur mathématicien, mais qu'il faudrait laisser de côté lorsqu'il s'agit de culture générale [facteurs et fractions de certains types inusités, racines (excepté l'évaluation des racines arithmétiques), imaginaires, trinôme du second degré]. Par contre certains côtés présentant une plus grande valeur éducative pourraient être développés (mécanique, mesure, stéréométrie, calcul infinitésimal, trigonométrie numérique). Les méthodes graphiques sont actuellement d'un usage continuel dans les écoles de filles. Remarquons enfin les progrès réalisés par certains manuels dans le choix de leurs exercices qui sont moins artificiels et plus pratiques.

En géométrie, le mouvement en faveur de l'abandon des méthodes purement euclidiennes n'a commencé que depuis une quinzaine d'années. Dans un grand nombre d'écoles, la première année de géométrie (généralement la Form III) consiste en un travail pratique conduisant à la découverte des principales vérités géométriques. Conformément à certaines idées émises par le Board of Education, on a essayé dans quelques écoles de commencer la géométrie théorique en établissant les propositions fondamentales et en les appliquant à de nombreux exercices. On n'envisage pas les démonstrations rigoureuses qui sont déplacées lorsqu'il s'agit de débutants. Il n'est pas encore possible de juger de l'efficacité de cette méthode qui n'en est qu'à sa période expérimentale.

Dans quelques écoles la trigonométrie est commencée dans la Form V

supérieure, mais dans la majorité elle n'apparaît que dans la Form VI ou est même complètement exclue du programme.

Quelques écoles enseignent également les mathématiques appliquées,

quelques-unes ont même un laboratoire à leur disposition.

Au sujet de la corrélation des mathématiques avec d'autres branches, on trouvera d'intéressantes propositions dans un rapport du « Joint Committee of the Mathematical Association and the Association of Public School Science Masters » intitulé « The Correlation of Mathematical and Science Teaching ».

Le système des examens est assez compliqué. On peut cependant adopter approximativement la classification suivante : 1. Examens scolaires qui ont lieu à certains intervalles durant la période scolaire. 2. Examens d'entrée

aux universités. 3. Scholarships et autres examens plus avancés.

Il ne nous est pas possible dans ce bref résumé, d'entrer dans les détails concernant ces divers examens. Constatons simplement qu'une simplification du système complet s'impose et qu'il reste encore bien à faire pour placer l'enseignement mathématique sur une meilleure base pédagogique.

J.-P. Dumur (Genève).

ITALIE

L'enseignement mathématique dans les Ecoles classiques.

I. — Les différents programmes de 1867 à 1910.

L'insegnamento della matematica nelle scuole classiche. Relazione di U. Scarpis, prof. nel R. Liceo Minghetti di Bologna. — C'est en 1867 que furent publiés pour la première fois des règlements applicables à toutes les écoles d'Italie, et des programmes pour toutes les branches d'enseignement.

Dans les programmes de mathématiques on reconnaît immédiatement l'esprit clair et profond de Betti et de Brioschi.

Ils font commencer l'étude des mathématiques au 5° cours de gymnase par le 1er livre d'Euclide et l'arithmétique rationnelle des nombres entiers et des fractions avec un horaire de 5 heures par semaine.

Le ler cours de lycée avec 6 heures hebdomadaires comporte les 2e et 3e livres d'Euclide, la théorie de la racine carrée et les nombres incommensurables puis les éléments de l'algèbre, jusqu'au calcul des radicaux.

Au cours suivant il s'agit d'étudier à raison de 7 heures et demie par semaine les livres 4e, 5e, 6e, 11e et 12e d'Euclide, et la théorie de la mesure. Les proportions, les équations du 1er et du 2e degré, les progressions; enfin les éléments de trigonométrie.

Les inconvénients de cette curieuse répartition des études de mathématiques dans trois seulement des huit cours classiques se révélèrent bien vite. En 1869 déjà on recommande d'introduire au 3° cours du lycée des heures supplémentaires de mathématiques.

Le nouvel horaire de 1870 introduit une heure d'arithmétique pratique dans chacun des 3 cours du gymnase inférieur, et 3 heures dans les 2 cours supérieurs. En 2e cours du lycée il n'y a plus que 6 heures, mais le 3e cours se voit attribuer 1 h. et demie pour permettre des exercices de récapitula-

tion. Les 6 premiers livres d'Euclide restent obligatoires, mais il devient facultatif de recourir à un auteur moderne pour la stéréométrie.

Les examens de mathématiques comprenant une partie orale et une partie écrite deviennent obligatoires pour chaque élève dans les 8 cours d'études, le choix du sujet est laissé aux maîtres pour les examens de promotions, mais le Ministère de l'Instruction l'impose pour l'examen final de licenza liceale.

L'insuffisance de l'enseignement au gymnase inférieur rendait la tâche bien difficile aux maîtres du gymnase supérieur et du lycée qui considéraient le thème de l'examen final comme une épée de Damoclès. Les choses marchèrent cependant sans trop fortes secousses jusqu'en 1878.

Le sujet de l'examen final, session de juillet, ayant été:

« Trouver la relation qui doit exister entre p, q, p_1 , q_1 , pour que les 2 équations $x^2 + px + q = 0$ et $x^2 + p_1x + q_1 = 0$ aient une racine commune », il en résulta une véritable débâcle; dans certaines villes, aucun candidat ne fut reçu!

La presse s'émut, le Parlement entendit des échos de l'aventure et en avril 1879 le ministre Coppino charge une commission spéciale de présenter des propositions susceptibles d'obvier aux inconvénients constatés sans diminuer l'importance des mathématiques dans l'enseignement des lycées.

Après la chute du ministre Coppino et avec l'arrivée au pouvoir de son successeur Baccelli, commence une période où les mathématiques perdent de leur importance dans les écoles classiques.

Le ministre Baccelli introduit la géométrie intuitive et le dessin géométrique au gymnase inférieur, ne laissant que l'arithmétique pratique au gymnase supérieur. Il restreint les programmes du lycée et introduit l'horaire suivant : gymnase inférieur 2 heures, gymnase supérieur 1 heure et au lycée 1er cours 5 heures, 2e cours 4 heures et 3e cours 3 heures par semaine.

Plus d'épreuve écrite aux examens de promotions, et le sujet de l'examen final n'est plus imposé par le Ministère, mais improvisé, quelques minutes avant la séance, par le maître en présence de toute la commission sur un sujet qu'on détermine en ouvrant un livre au hasard!

Les résultats de ce système ne furent pas heureux. La commission supérieure pour l'examen des travaux écrits émet chaque année de nouvelles plaintes.

Un nouveau règlement vient en 1884 donner le droit au Ministère de remplacer l'épreuve écrite de mathématique par un travail de physique ou de quelque autre science, mais les rapports ne cessent d'être lamentables.

En 1888 le Ministre donne aux candidats le droit de choisir entre une épreuve écrite de grec ou une de mathématique. L'horaire est du même coup réduit à 2 heures par semaine au gymnase et 3 heures au lycée.

Les candidats qui, durant les années suivantes, optent pour l'examen de mathématique, sont très peu nombreux (environ 10 %), mais les examens sont plus satisfaisants que par le passé.

En 1889 la commission supérieure, constatant la déchéance où l'absence de sanction menace de jeter l'enseignement des mathématiques, conjure les autorités d'introduire de nouveau un contrôle suffisant sous forme d'examens obligatoires, si bien qu'en 1892 le ministre Villari rétablit l'épreuve écrite obligatoire. Mais l'année suivante déjà le ministre Martini la supprime dans tous les cours, restreint l'horaire et même les programmes.

Dès 1893 l'enseignement des mathématiques dans toutes les écoles clas-

siques décline, surtout lorsqu'apparaît une distinction entre matières d'enseignement essentielles et secondaires qui place les mathématiques dans la 2e catégorie.

Le danger de ce lent travail de démolition suscita la société « Mathesis », créée en 1896 dans le but de défendre auprès du public l'enseignement mathématique, mais il n'était plus possible de revenir à l'ancien état de choses; de bons efforts aboutirent à une modification des programmes en 1901.

Une partie du programme lycéen (l'équivalent des 4 premiers livres d'Euclide) est avancé et prend place dans le programme du gymnase supérieur. Le 1er cours du lycée obtient 4 heures, le 2e cours 3 heures, le 3e cours 2 heures par semaine.

Les programmes fusionnent l'enseignement de la géométrie plane et de la stéréométrie.

La situation ne se trouvait nullement améliorée lorsqu'en 1904 surgit à l'improviste le décret Orlando suivant lequel les élèves ont à opter entre le grec et les mathématiques à la fin de la 1^{re} année de lycée.

Nous voyons combien l'idée de l'efficacité éducative des mathématiques a perdu de terrain auprès des législateurs qui se sont succédés durant ces 30 dernières années. Il faut souhaiter que l'enseignement des mathématiques réussisse à augmenter son prestige auprès du public en lui donnant la conviction de son utilité, non seulement pratique, mais surtout parce qu'il donne une saine éducation philosophique capable de concilier les sentiments les plus délicats de tolérance et les plus audacieuses aspirations du progrès.

II. — Critiques et Propositions.

L'insegnamento delle Matematiche nelle scuola classiche. II. Critiche e proposte. — Relazione di G. Fazzari, prof. nel R. Liceo Umberto I di Palermo. — Les maîtres enseignant les mathématiques dans les écoles moyennes ont constitué en 1895 la société Mathesis dans le but de perfectionner l'enseignement au point de vue scientifique et didactique; son conseil directeur proposa aux membres diverses questions qui furent discutées en séances partielles dans différentes villes d'Italie et au congrès de Turin en 1898.

Le ministre Gallo s'est adressé à la *Mathesis* au moment de déterminer les nouveaux programmes de mathématiques, établis par décret d'octobre 1900.

Ces programmes ajoutent, pour le gymnase inférieur, à l'arithmétique pratique, quelques notions intuitives de géométrie et des éléments de dessin géométrique. Ils retardent la théorie des nombres premiers, de la divisibilité, des fractions périodiques du gymnase supérieur à la 3me année de lycée, mais laissent en quatrième les opérations sur les nombres entiers, le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple et, en cinquième les fractions.

L'enseignement de la géométrie rationnelle est attribué pour les trois premiers livres d'Euclide aux deux classes du gymnase supérieur, et pour le reste, dans les limites des anciens programmes aux deux premières classes du lycée.

L'algèbre est répartie entre les trois classes du lycée; en 3^{me} année on trouve les nombres irrationnels, les progressions, les logarithmes.

La trigonométrie rectiligne est enseignée en 3me année.

Ces programmes qui peuvent satisfaire ceux qui considèrent l'enseignement des mathématiques dans les écoles classiques comme un moyen de culture générale, comme une gymnastique intellectuelle ne permettent guère aux maîtres la vie dans l'enseignement en montrant par de nombreuses applications que les mathématiques servent à d'intéressantes recherches d'ordre pratique.

Le professeur Bettazzi a exposé dans une note « Les applications des mathématiques 1 » quelques sujets qui pourraient être introduits à l'école, par exemple : Représentation graphique de nombres irrationnels. — Développement de polyèdres ; — Réduction de dessins à des échelles données ; — Détermination de la hauteur d'un édifice ; — Problèmes sur les cartes topographiques, distances, etc. ; — Usage du pantographe ; — Courbes représentant graphiquement certains phénomènes, etc.

Dans la pratique scolaire de grosses difficultés s'opposent à la réalisation de ces intentions intéressantes: les horaires trop restreints, la préparation insuffisante des élèves qui en arrivant dans les classes supérieures ont trop oublié des connaissances acquises antérieurement, etc.

Une des plus importantes d'entre les questions de méthode d'enseignement soumises à la discussion de ses membres par la société *Mathesis*, est l'opportunité de la fusion de la géométrie élémentaire.

Au congrès de Turin les membres convinrent d'entendre par fusion la méthode didactique qui consiste à étudier simultanénent, dès le commencement, les question affines de la géométrie plane et de stéréométrie, pour appliquer ensuite les méthodes de l'une ou de l'autre afin d'en tirer le plus d'avantages possible.

Les professeurs secondaires se divisèrent en deux camps, pour et contre la fusion, malgré la défense enthousiaste du professeur De Amicis intitulée: Pro-fusione. Le Congrès demanda que les programmes soient modifiés de manière à laisser aux maîtres le libre choix entre la méthode séparatiste et la méthode fusionniste.

Les programmes de 1900 permettent de suivre la méthode fusionniste dès la 1^{re} année du lycée, c'est-à-dire après que les élèves aient étudié les trois premiers livres d'Euclide, conformément à la méthode utilisée par Veronese dans ses *Eléments de Géométrie*.

Au congrès de Livourne en 1901 la discussion se termina en proclamant la nécessité d'introduire dans tous les examens une épreuve écrite de mathématique afin d'obtenir des élèves plus de travail et plus d'intérêt. Ce serait le moyen de mettre fin à l'abaissement de niveau de la culture mathématique chez les jeunes gens qui passent des lycées aux facultés de sciences, abaissement dénoncé de toutes parts, sans que les causes en soient bien comprises.

Le peu de profit que les élèves retirent de l'enseignement des mathématiques fut aussi le sujet de multiples discussions.

Le Ministre Léonardo Bianchi comprit qu'on n'y pourrait pas remédier par quelques retouches de détail, mais qu'une réorganisation profonde de l'école moyenne s'imposait, il désigna en 1905 une commission d'hommes de lettres et de sciences pour étudier cette question. La commission a présenté son rapport, et c'est au Ministère et au Parlement que revient le

¹ L'Ens. math. 2me année 1900, p. 14-30.

devoir d'en tirer une réforme qui fasse de l'école moyenne un instrument

puissant de culture et de progrès.

Au congrès de Naples de la société *Mathesis* en 1903 le professeur Enrico Nannei a présenté un rapport sur les causes du peu de progrès des élèves en mathématiques. Il a dénoncé des causes générales, relatives à tous les enseignements : (trop grand nombre d'élèves dans les classes ; — nombre d'heures de leçons par jour trop élevé ; — vacances trop longues ; — changements trop fréquents des dispositions réglementaires ; — changements de maîtres) ; — et des causes particulières, relatives seulement à l'enseignement des mathématiques : difficulté particulière du sujet ; — répartition des questions sans tenir compte du degré d'intelligence des élèves, etc.).

Tandis que la société *Mathesis* s'efforçait d'améliorer l'efficacité de l'enseignement mathématique dans les lycées, le décret de 1904 rendait cet enseignement facultatif dans les deux classes supérieures, où les élèves peuvent choisir entre grec et mathématiques. Le congrès de Milan 1 se prononça sévèrement au sujet de cette réforme. En 1906 les maîtres de 113 lycées furent invités à exprimer leur avis à ce sujet : 13 se montrèrent favorables, 28 déclarèrent le temps d'essai trop court pour permettre un jugement, et 72 se prononcèrent contre l'option.

Une question bien discutée par les membres de Mathesis est celle de choisir la méthode la plus opportune pour introduire l'étude des propor-

tions.

Les uns sont partisans de la méthode d'Euclide qui sans définir le rapport de deux grandeurs homogènes, introduit le rapport comme notion nouvelle, indépendamment de la notion de nombre fractionnaire ou irrationnel. Les autres après avoir étudié la théorie des nombres irrationnels déduisent l'étude des proportions de la théorie de la mesure.

M. le professeur Loria a répondu à quelques questions discutées dans l'Enseignement mathématique² et propose l'abolition de la méthode euclidienne. Le rapport se termine par quelques propositions que l'auteur croit susceptibles d'améliorer la situation. Il demande d'augmenter le nombre d'heures de mathématiques au gymnase, de supprimer les examens trimestriels et de rétablir les examens de fin d'année, écrits et oraux.

Il demande de commencer plus tôt l'étude des nombres fractionnaires, de la mesure des figures pour qu'il soit possible d'étudier abondamment la proportionnalité en 2^{me} et 3^{me} année, ainsi que le calcul avec un nombre déterminé de décimales exactes.

En 4^{me} et 5^{me} année, en introduisant les quantités négatives et le calcul littéral on mettrait les élèves en mesure de savoir résoudre les systèmes d'équations linéaires et l'équation du 2^{me} degré à une inconnue. L'arithmétique rationnelle serait retardée pour n'apparaître qu'au lycée, et ferait place aux arrangements, permutations, combinaisons, ce qui permettrait de développer les puissances entières du binôme en 1^{re} du lycée.

Au programme de géométrie du lycée il y aurait lieu d'ajouter la théorie de l'homothétie, de l'inversion; — en 3^{me} année les éléments de la géométrie analytique cartésienne, la représentation graphique de fonctions.

E. Chatelain (La Chaux-de-Fonds).

¹ Voîr l'Ens. math. 7me année, 1905; p. 400-406. 7me année, 1905, p. 11-20.