

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 13 (1911)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: COMPTE RENDU DU CONGRÈS DE MILAN
Autor: Fehr, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-13544>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

COMPTE RENDU

DU

CONGRÈS DE MILAN

18-21 septembre 1911 .

publié par

H. FEHR

Secrétaire-général de la Commission.

SOMMAIRE :

- I. — Compte rendu sommaire.
 - II. — Travaux préparatoires.
 - III. — *1^{re} séance* : Etat des travaux de la Commission au 15 septembre 1911. — Discussion.
 - IV. — *2^{me} séance* : Rapport de la Sous-commission A : 1. La question de la rigueur dans l'enseignement moyen; 2. La fusion des différentes branches mathématiques. — Discussion.
Annexe : Rapport de M. YOUNG (Chicago).
 - V. — *3^{me} séance* : 1. Rapport de la Sous-commission B : L'enseignement mathématique destiné aux étudiants en sciences physiques, en sciences naturelles, etc. — Discussion.
2. Les travaux de la Commission au Congrès de Cambridge.
 - VI. — *Séance générale publique* : Les discours officiels. — Allocution de M. KLEIN. — Rapport du secrétaire-général. — Discours de M. G. COLOMBO. — Conférence de M. F. ENRIQUES sur les mathématiques et la théorie de la connaissance.
 - VII. — *Séance de clôture* au Motterone.
-

Comité central :

Président : M. F. KLEIN, G. R. R., professeur à l'Université de Göttingue ;

Vice-président : Sir G. GREENHILL, Londres ;

Secrétaire-général : M. H. FEHR, professeur à l'Université de Genève.

Comité local de Milan :

Président : M. Ant. SAYNO, vice-directeur de l'Ecole polytechnique de Milan, et MM. les professeurs G. COLOMBO, sénateur, directeur de l'Ecole polytechnique ;

G. CELORIA, sénateur, directeur de l'Observatoire de Brera, à Milan ;

P. PIAZZA, professeur à l'Université Bocconi et à l'Institut technique de Milan ;

Ing. M. BARONI, professeur à l'Ecole polytechnique ;

G. FASELLA, professeur à l'Ecole normale de jeunes filles G. Agnesi de Milan.

Secrétaire : M. GIACOMO LORIA, ingénieur.

Membres de la Commission internationale.

Délégués des pays participants :

Allemagne : MM. F. KLEIN (Göttingue), P. STÆCKEL (Carlsruhe), P. TREUTLEIN (Carlsruhe).

Autriche : MM. E. CZUBER, W. WIRTINGER, R. SUPPANTSCHITSCH (Vienne).

Belgique : M. J. NEUBERG (Liège).

Danemark : M. P. HEEGAARD (Copenhague).

Espagne : M. Z. G. de GALDEANO (Saragosse).

Etats-Unis : MM. Dav.-Eug. SMITH (New-York), W. OSGOOD (Cambridge, Mass.), J. W. A. YOUNG (Chicago).

France : MM. A. de SAINT-GERMAIN, G.-A. LAISANT et C. BOURLET (Paris).

Grèce : M. C. STÉPHANOS (Athènes).

Hollande : M. J. CARDINAAL (Delft).

Hongrie : MM. M. BEKE, C. RADOZ, RATZ (Budapest).

Iles Britanniques : Sir Georges GREENHILL (Londres), Prof. W. HOBSON (Cambridge), Mr. C. GODFREY (Osborne).

Italie : MM. G. CASTELNUOVO (Rome), FR. ENRIQUES (Bologne), G. SCORZA (Palerme).

Japon : M. R. FUJISAWA (Tokio).

Norvège : M. ALFSEN (Christiania).

Portugal : M. GOMES TEIXEIRA (Porto).

Roumanie : M. G. TZITZEICA (Bucarest).

Russie : MM. N. v. SONIN, COJALOVIC, K. W. VOGT (St-Pétersbourg).

Suède : M. H. v. KOCH (Stockholm).

Suisse : MM. FEHR (Genève), C. F. GEISER (Zurich), J. H. GRAF (Berne).

Délégués des Pays associés :

Australie : M. CARSLAW (Sydney) ; suppléant en Europe : Prof. BRAGG, Leeds.

Canada : M. BOVEY, recteur au Collège impérial technique de Londres.

Colonie du Cap : M. HOUGH, de l'Observatoire royal de Capetown.

Mexique : M. Valentin GAMA, professeur à l'Ecole nationale des ingénieurs, Tacuyaba.

I. — COMPTE RENDU SOMMAIRE

Le 1^{er} Congrès international de l'Enseignement mathématique s'est tenu à *Milan* à l'École polytechnique, sous la présidence de M. F. KLEIN (Göttingue), du 18 au 21 septembre 1911. On sait que dans la réunion partielle qu'elle a organisée à *Bruxelles*, en août 1910, la Commission a décidé que la première réunion plénière aurait lieu à Milan.

Cette première réunion, qui devint en réalité un véritable Congrès, a rapproché dans un travail commun les délégués de la plupart des pays européens. Elle a montré tout l'intérêt qu'il y a à discuter dans une assemblée internationale des questions touchant à l'organisation et aux méthodes de l'enseignement mathématique. Contrairement à ce qui s'est fait jusqu'ici dans les Congrès des mathématiciens, les séances ont été uniquement consacrées à la discussion des rapports préparés par des Sous-commissions spéciales. Nous aurons à revenir, personnellement, dans l'*Enseignement mathématique*, sur l'organisation de nos Congrès, mais nous tenons à faire constater dès maintenant la réussite complète des séances organisées à Milan sur ces bases nouvelles.

Lundi 18 septembre. — Le Comité central a tenu une première séance, le matin à 9 h., dans laquelle il a discuté principalement les différentes questions figurant à l'ordre du jour du Congrès. Dans l'après-midi il a tenu une séance en commun avec les Sous-commissions A et B. La Sous-commission A avait pour mission de préparer la discussion concernant les mathématiques dans l'enseignement moyen et portant sur les deux points suivants :

1. Dans quelle mesure peut-on tenir compte dans les écoles moyennes de l'exposé systématique des mathématiques ?

2. La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.

Après une discussion à laquelle ont pris part à tour de rôle les délégués des principaux pays, il a été décidé que M. CASTELNUOVO rapporterait le lendemain sur la première question et M. BIOCHE sur la seconde.

Il a été procédé d'une manière analogue pour la question B concernant l'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles. M. TIRMERDING a été désigné comme rapporteur.

Réception à la Cova. — Le soir à 9 heures, les congressistes ont été reçus dans l'un des salons du Café-Restaurant Cova, par le Comité local de Milan. Son président, M. le Professeur SAYNO, a adressé de cordiales paroles de bienvenue aux congressistes. M. le Professeur Klein a répondu au nom des invités.

Mardi 19 septembre. — 9 h. du matin, *première séance* des délégués et des membres des Sous-commissions nationales. Avant d'entrer en séance, les congressistes ont d'abord déposé une couronne au monument Brioschi. Cette première séance a été entièrement consacrée aux rapports sur l'état des travaux dans les 19 pays participants. Les délégués ont exprimé le vœu que le Comité central prît des mesures pour faciliter la diffusion des publications concernant la Commission en créant un dépôt central de vente¹.

La *deuxième séance*, qui a eu lieu à 4 heures, avait pour objet l'exposé et la discussion des deux rapports de la Sous-commission A. Elle a été suivie d'une courte séance des délégués, dans laquelle ils ont examiné la participation de la Commission aux travaux du Congrès de Cambridge.

Réception au Palazzo Marino. — Le soir à 9 heures, une brillante réception a été offerte aux congressistes par la Municipalité de Milan, au Palazzo Marino. Dans une charmante allocution M. E. GREPPI, Maire de Milan, a dit combien les Milanais étaient heureux de posséder pour quelques jours des mathématiciens venus des pays les plus divers, puis M. le Prof. Klein a exprimé les remerciements des congressistes en rappelant les attaches précieuses qui lient les mathématiciens à la ville de Milan depuis Léonard de Vinci jusqu'aux mathématiciens modernes, au nombre desquels il signale tout particulièrement Cremona et Brioschi.

Mercredi 20 septembre. — 9 heures du matin, *troisième séance* des délégués et des membres des Sous-commissions nationales. Elle avait pour objet l'examen de la question de l'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques, naturelles, etc. M. Timerding a rapporté au nom de la Sous-commission B; son exposé a été suivi d'une discussion.

Dans une seconde partie de la séance, la Commission a discuté la participation au Congrès de Cambridge; elle estime qu'il y a lieu de proposer le renouvellement de son mandat jusqu'au Congrès suivant, afin que les travaux puissent être complétés et que des questions d'importance fondamentale puissent encore être mises en discussion dans des conférences de la Commission.

Séance générale publique. — A 4 heures les congressistes, auxquels s'était joint un public nombreux appartenant aux sociétés

¹ La librairie Georg & Cie, Corraterie, 10, Genève, l'un des éditeurs de l'*Ens. math.*, a été chargée de ce dépôt.

scientifiques et au corps enseignant de la Province de Milan, s'étaient rendus dans la grande salle de l'Aula de l'Ecole polytechnique pour la séance générale. On verra plus loin le compte rendu complet de cette belle séance par laquelle se terminait la partie officielle du Congrès. Nous nous bornons à mentionner ici le discours de M. le Sénateur COLOMBO, Directeur de l'Ecole polytechnique de Milan, sur l'enseignement mathématique dans les Ecoles d'ingénieurs, et la conférence de M. le Prof. F. ENRIQUES, sur les mathématiques et la théorie de la connaissance.

Jeudi 21 septembre. — Le lendemain, les congressistes ont fait une excursion au Lac Majeur et au Motterone, organisée par le Comité local. Nous y reviendrons également à la fin de ce compte rendu.

Telle a été, très brièvement retracée, la marche de la première Réunion de la Commission internationale de l'Enseignement mathématique. Les questions mises à l'ordre du jour ont donné lieu à d'intéressants rapprochements et à d'utiles comparaisons entre l'organisation des études dans les divers pays. Leur discussion n'a été qu'un *premier* débat, qu'une simple introduction, en quelque sorte. Les problèmes soulevés mériteraient d'être repris et approfondis dans des rapports spéciaux, suivant les bases indiquées dans les circulaires adressées aux membres des sous-commissions et dont on trouvera le texte dans les *Travaux préparatoires*. La discussion ne devait d'ailleurs aboutir à aucune résolution, car, comme on l'a rappelé à plusieurs reprises, à Bruxelles et à Milan, la Commission ne se propose pas d'uniformiser l'enseignement dans les divers pays, ou d'imposer des plans d'études — cela ne serait pas en son pouvoir. Elle cherche à contribuer aux progrès de l'enseignement mathématique, partout où celui-ci se donne, par l'apport de documents qui présentent, sous une forme objective, un tableau de l'état actuel de l'enseignement et de ses tendances modernes.

Nous ne saurions terminer cette introduction sans réitérer à cette place nos vifs remerciements à tous ceux — et ils sont nombreux — qui ont collaboré à la réussite de ce Congrès. Nous nous bornerons à nommer ici M. le Prof. A. SAYNO, vice-directeur de l'Ecole polytechnique de Milan, président du Comité local, et M. Giacomo LORIA, ing., secrétaire, grâce à l'activité duquel l'organisation matérielle de la Réunion et de l'excursion a été prévue jusque dans les moindres détails.

PUBLICATIONS OFFERTES AUX CONGRESSISTES.

Les membres du Congrès ont reçu, à titre d'hommage du Comité local, les volumes ou fascicules suivants :

Quarantasei anni di vita del R. Istituto Tecnico superiore di Milano, 1863-1909. Monografia del Vicedirettore Prof. Antonio SAYNO.

Il Giubileo del Politecnico Milanese celebratosi il 24 Marzo 1889. Ricordo pubblicato per cura di alcuni ex-allievi.

Onoranze al Senatore Giuseppe COLOMBO, direttore del R. Istituto Tecnico Superiore di Milano, nel 50° anno d'insegnamento. Milano, 1907.

Inaugurazione del Monumento a Francesco BRIOSCHI, nel Regio Istituto Tecnico superiore di Milano. XIII dicembre MDCCC. Milano, 1901. Adesioni e rappresentanze, discorsi, elenco dei Sottoscrittori.

R. Istituto Tecnico Superiore di Milano. Programma, anno 1910-1911.

De son côté, la Municipalité a fait remettre aux Congressistes un exemplaire du bel Album illustré *Milan en 1906*, un volume de 278 pages avec 200 illustrations dans le texte (édition non mise en librairie).

II. — TRAVAUX PRÉPARATOIRES

Le programme détaillé du Congrès a été arrêté par le Comité central dans une réunion qu'il a tenue à Carlsruhe en février 1911. Afin de concentrer les débats sur les points les plus importants, il a été décidé que deux sous-commissions spéciales seront chargées de présenter à Milan des rapports préparatoires très brefs qui serviront de base à la discussion.

Les sous-commissions ont été constituées définitivement comme suit :

A (*enseignement moyen*). — MM. BEKE (Budapest), BIOCHE (Paris), KLEIN (Göttingue), LIETZMANN (Barmen), SCORZA (Palerme) et YOUNG (Chicago).

B (*enseignement supérieur*). — MM. BOURLET (Paris), FEHR (Genève), KLEIN (Göttingue), SOMIGLIANA (Turin), TIMERDING (Braunschweig), WIRTINGER (Vienne).

Une fois les adhésions reçues et les sous-commissions définitivement constituées, le secrétaire-général a adressé à leurs membres les lettres ci-après, qui ont ensuite été développées dans les lettres de M. LIETZMANN pour la sous-commission A, et de M. TIMERDING pour la sous-commission B.

En voici le texte :

Sous-commission A.

1. — Lettre du secrétaire-général aux membres de la Sous-commission A.

Genève, le 30 juin 1911.

Messieurs et très honorés Collègues,

Nous avons l'honneur de vous informer que la Sous-commission A est composée de MM. Beke, Bioche, Lietzmann, Scorza, Young et de M. Klein, président de la Commission, qui présidera également la Sous-commission.

Comme vous le savez, celle-ci est chargée de préparer la discussion de la question A mise à l'ordre du jour de la réunion de Milan. Nous avons estimé utile de choisir dans le « *Rapport préliminaire* » un certain nombre de points touchant à l'enseignement dans les écoles moyennes. Ces questions appartiennent à la deuxième partie, chap. IV : les méthodes d'enseignement.

I. — Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes de l'exposé systématique des mathématiques ?

a) En géométrie ; emploi des axiomes ;

b) en arithmétique et en algèbre ;

c) dans la suite du programme de l'enseignement mathématique.

d) Dans quelle mesure les idées modernes ont-elles pénétré dans l'enseignement ?

II. — La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen (voir le *Rapport préliminaire*, p. 14) :

a) Algèbre et géométrie.

b) Planimétrie et stéréométrie.

c) Planimétrie et trigonométrie.

d) Stéréométrie et géométrie descriptive,

e) Géométrie synthétique et géométrie analytique des sections coniques.

f) Calcul différentiel et calcul intégral.

Nous vous prions de donner votre avis sur ces différentes questions ou tout au moins sur celles qui vous intéressent plus particulièrement, en l'adressant directement au président M. Klein. Une séance préparatoire aura lieu le lundi 18 septembre afin de délimiter les débats et de fixer les idées directrices qui serviront de base à la discussion de la séance plénière. La Sous-commission désignera un ou deux rapporteurs qui introduiront le sujet à la séance.

Nous vous remercions de bien vouloir collaborer aux travaux de la Sous-Commission, et nous vous prions d'agréer, Messieurs, l'expression de nos meilleurs sentiments.

Le secrétaire-général : H. FEHR.

2. — Lettre de M. Lietzmann aux membres de la Sous-commission A.

Barmen, 22 juillet 1911.

Sur la demande de M. le prof. Klein, président de la Sous-commission A, chargée de rapporter au congrès de Milan, j'ai l'honneur de vous proposer le plan ci-après destiné à servir de base à la discussion :

I. *La question de la rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes.* — Si l'on cherche à classer les degrés de la rigueur,

depuis le système des théorèmes établis par une méthode purement déductive jusqu'au système expérimental et empirique, on peut faire les distinctions suivantes :

A. Les fondements sont établis en toute rigueur par des axiomes et le système est édifié par une voie purement déductive. Dans le cas extrême on exige l'indépendance des axiomes, les définitions étant limitées aux seules nécessaires.

B. Les fondements sont empiriques sans le secours d'un système d'axiomes. A partir d'un certain moment toutes les démonstrations sont établies rigoureusement.

C. Les considérations intuitives alternent avec la méthode déductive dans des différents degrés de l'enseignement. Dans les degrés inférieurs l'intuition prédomine, peu à peu on a recours à des déductions logiques sans atteindre cependant la rigueur complète. Comme dans B il est possible qu'à la fin on donne des développements sur le système axiomatique.

D. La méthode déductive n'intervient pas; les mathématiques sont établies uniquement sur l'expérience et sur l'intuition.

Il y aurait lieu de montrer quelle est la voie suivie dans l'enseignement moyen (lycées, collèges, etc.) dans les différents pays :

a) pour l'arithmétique et pour l'algèbre ;

b) pour la géométrie.

c) Quand commence-t-on, s'il y a lieu, la méthode systématique (âge moyen des élèves) ?

d) Quelles sont les méthodes employées dans l'exposé de ces branches ?

II. — *La dépendance mutuelle des différents domaines de l'enseignement mathématique au point de vue de la rigueur.* — Ici encore il y a deux extrêmes :

A. Les *puristes* n'utilisent dans l'un des domaines que les méthodes de démonstration et d'exposition propres à ce domaine. En géométrie on évite les moyens arithmétiques; en planimétrie on se borne au plan, etc.

B. D'autres admettent une *fusion* plus ou moins étendue de différents domaines des mathématiques.

Les conditions varient suivant les branches. Dans un pays on rencontre par exemple une fusion très marquée entre la géométrie et l'algèbre, et aucune fusion entre la planimétrie et la stéréométrie, ou vice versa. Il serait donc utile de montrer quelles sont les tendances générales dans les différents pays pour les branches suivantes :

a) Algèbre (respectivement Arithmétique) et Géométrie ;

b) Planimétrie et Stéréométrie ;

c) Planimétrie et Trigonométrie ;

d) Stéréométrie et Géométrie descriptive ;

e) Géométrie synthétique et Géométrie analytique des sections coniques ;

f) Calcul infinitésimal et Algèbre.

Les additions ou remarques concernant cette disposition seront les bienvenues.

A la réunion de Milan on procéderait comme suit : Pour les pays représentés dans la Sous-commission les réponses pourront être enregistrées dans la séance préparatoire du lundi 18 septembre, à 4 heures. Toutefois, afin de gagner du temps, il serait désirable que les réponses soient adressées dès maintenant au soussigné.

Sous-commission B.

1. — *Lettre du secrétaire-général aux membres de la Sous-commission B.*

Genève, le 30 juin 1911.

Messieurs et très honorés Collègues,

Nous avons l'honneur de vous informer que la Sous-commission B est composée de MM. Bourlet, Fehr, Somigliana, Stæckel¹, Wirtinger et de M. Klein, président de la Commission, qui présidera également la Sous-Commission.

Comme vous le savez, celle-ci est chargée de préparer la discussion de la question B mise à l'ordre du jour de la réunion de Milan :

Comment convient-il d'organiser les études mathématiques destinées aux étudiants en physique et en sciences naturelles afin de les diriger directement vers le but qu'ils doivent atteindre ?

Nous chercherons à nous inspirer du plan donné dans le « *Rapport préliminaire* », deuxième partie :

I. — Les idées modernes sur l'enseignement mathématique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles.

II. — Son but. Les branches d'études. Organisation des études théoriques et pratiques.

III. — Les méthodes d'enseignement.

Nous vous prions de donner votre avis directement au président, M. Klein. Une séance préparatoire aura lieu le lundi 18 septembre. La Sous-commission désignera un ou deux rapporteurs qui introduiront le sujet à la séance.

En vous remerciant de votre collaboration, nous vous prions d'agréer, Messieurs, l'expression de nos sentiments distingués.

Le secrétaire-général : H. FEHR.

2. — *Lettre de M. Timerding aux membres de la Sous-commission B.*

Braunschweig, 24 juillet 1911.

M. Klein, président de la Sous-commission B, chargé de rapporter à Milan sur l'enseignement mathématique destiné aux étudiants en sciences physiques, en sciences naturelles, etc., me charge de vous soumettre le plan ci-après de notre rapport :

I. Introduction par M. Timerding.

II. Organisation et champ parcouru dans cet enseignement dans les différents pays.

III. Discussion de questions spéciales et de quelques ouvrages didactiques.

Pour la *partie II* il y aurait à considérer :

a) *L'étendue du cours* suivant les professions : 1. Physiciens ; 2. Chimistes ; 3. Pour les branches biologiques ; 4. Médecins. — Peut-être pourrait-on encore envisager : 5. Les écoles des mines ; 6. Les écoles forestières ; 7. Les sciences économiques.

¹ M. Stæckel ayant été empêché de prendre part aux travaux de la Commission a été remplacé par M. TIMERDING (Braunschweig).

Branches d'études mathématiques, 1. Mathématiques élémentaires ; 2. Géométrie analytique du plan ; 3. de l'espace ; 4. Géométrie synthétique ; 5. Algèbre et Arithmétique ; 6. Calcul différentiel ; 7. Calcul intégral ; 8. Equations différentielles ; 9. Analyse vectorielle.

b) Méthode d'enseignement, 1. *Suivant les branches* : La méthode est indépendante de la branche, — lui est adaptée, — ou est entièrement combinée avec elle ; 2. *Suivant la rigueur* le mode de démonstration est purement déductif, — est présenté avec des simplifications, — ou est empirique.

D'après ce schéma on pourrait répondre par exemple : Chimiste ; Calcul différentiel, — adapté à la branche, — avec simplifications.

Prière d'adresser les remarques concernant ce programme au soussigné.

H. TIMERDING.

III. — PREMIÈRE SÉANCE

Mardi 19 septembre 1911, à 9 h. du matin.

ORDRE DU JOUR : 1. *Allocution du Président.*

2. *Rapports des délégués sur l'état des travaux des Sous-commissions nationales ; discussion.*

HOMMAGE A BRIOSCHI. — Avant de commencer les travaux, les congressistes ont tenu à rendre hommage à la mémoire de l'illustre mathématicien Brioschi en déposant une couronne au pied du monument qui est dans la cour de l'École polytechnique. Une courte allocution a été prononcée par M. le Prof. Klein qui a rappelé ce que fut Brioschi pour la Science et pour l'Enseignement.

La première séance plénière est ouverte mardi matin à 9^{1/4} h.

DISCOURS D'OUVERTURE. — M. Klein, président, exprime tout d'abord les remerciements de la Commission au Comité local de Milan et tout particulièrement à M. le Sénateur Colombo, Directeur de l'École polytechnique, qui a bien voulu mettre des salles à la disposition du Congrès. Puis il donne un aperçu général du programme de la Réunion en insistant sur le but que nous avons à poursuivre. Depuis la réunion partielle tenue à Bruxelles en août 1910, de grands progrès ont été réalisés dans les travaux des sous-commissions ; plusieurs pays ont déjà terminé l'ensemble de leurs rapports, et, d'ici au Congrès de Cambridge, la plupart des pays auront également achevé leur travail. Ces rapports constitueront un ensemble de documents très précieux tant pour les autorités scolaires que pour le corps enseignant de chaque pays.

Ainsi que nous l'avons déjà déclaré à Bruxelles, notre travail est purement objectif. Notre tâche est de mettre en lumière les tendances modernes de l'enseignement mathématique. Nous ne ferons pas de propositions, car nous ne voulons et nous ne pouvons rien imposer et il n'est pas question d'uniformiser l'ensei-

gnement. Mais nos travaux permettront non seulement aux professeurs de savoir ce qui se fait dans les nations voisines, mais ils renseigneront aussi chacun sur l'organisation de son propre pays.

De la comparaison de ces documents et de l'étude des expériences faites ailleurs naîtront certainement de nouveaux progrès dans le domaine de l'enseignement mathématique.

LANGUES OFFICIELLES DU CONGRÈS. — Conformément au *Rapport préliminaire*, les langues admises par le Congrès sont l'allemand, l'anglais, le français et l'italien. MM. les professeurs Veronèse, sénateur (Padoue) et Castelnovo (Rome) expriment toutefois le vœu que les orateurs se servent, si possible, de préférence de la langue française qui est comprise par la majorité des participants. — Adopté.

LISTE DE PRÉSENCE. — Le secrétaire-général procède ensuite à l'établissement de la liste de présence des représentants des divers pays. Étaient présents :

Allemagne : MM. F. KLEIN (Gœttingue), W. LIETZMANN (Barmen) et TIMERDING (Braunschweig).

Autriche : MM. W. WIRTINGER (Vienne) et W. DINTZL (Vienne).

Danemark : M. P. HEEGAARD (Copenhague).

France : MM. A. de SAINT-GERMAIN, C.-A. LAISANT, C. BOURLET, Ch. BIOCHE (Paris).

Hongrie : M. RATZ (Budapest).

Iles Britanniques : Sir Georges GREENHILL (Londres), Professor E. W. HOBSON (Cambridge), Mr. C. GODFREY (Osborn).

Italie : MM. G. CASTELNUOVO (Rome), Fr. ENRIQUES (Bologne), les sénateurs d'OVIDIO (Turin) et VERONÈSE (Padoue), CONTI (Rome), LAZZERI (Livourne), SEVERI (Padoue), SOMIGLIANA (Turin).

Norvège : M. ALFSEN (Christiania).

Russie : MM. COJALOVIC (St-Pétersbourg) et SINTSOF (Kharkow).

Suède : M. H. v. KOCH (Stockholm).

Suisse : MM. H. FEHR (Genève), E. GUBLER (Zurich) et JACCOTTET (Lausanne).

Les délégués des autres pays s'étaient fait excuser pour la plupart, soit en raison de la date du Congrès, de la distance ou pour des raisons de santé.

La liste ci-dessus ne mentionne que les membres de la Commission et des sous-commissions nationales. Les séances ont été suivies en outre par un certain nombre de professeurs de Milan.

REMARQUES DE M. VERONÈSE. — M. le Sénateur VERONÈSE demande ensuite la parole pour présenter quelques remarques générales concernant la Commission et le but à poursuivre. Il estime que la Commission doit constater et exposer les faits d'une façon purement objective, et il s'associe entièrement aux déclarations faites dans ce sens par le président. Le savant géomètre de Pa-

doue signale ensuite quelques questions qu'il serait intéressant d'étudier.

Par exemple, examiner les idées directrices de la réforme de l'enseignement de la géométrie en Italie et leur influence sur l'évolution de l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes. Les recherches sur les principes de la science, en particulier de la géométrie, n'ont-elles pas eu et ne doivent-elles pas avoir une influence sur le même enseignement; par exemple l'enseignement propédeutique de la Géométrie intuitive ou expérimentale n'est-il pas une conséquence de l'origine expérimentale de la Géométrie reconnue par les mathématiciens. D'autre part, on pourrait examiner, dans chaque pays, dans quelle mesure l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes de culture générale contribue à la formation de l'esprit et satisfait aux besoins mêmes du pays.

Il n'est guère possible, dans ce compte rendu sommaire, de signaler en détail les intéressants problèmes soulevés par M. Veronèse. Nous sommes certains d'être l'interprète des congressistes en exprimant ici le vœu que l'éminent géomètre les traite lui-même dans l'un des fascicules que la Sous-commission italienne compte consacrer à des vues générales sur l'enseignement mathématique.

Après quelques remarques de M. ENRIQUES, le président passe à l'ordre du jour : *Présentation des rapports des sous-commissions nationales et discussion*. Les pays sont appelés dans l'ordre alphabétique renversé, en suivant le tableau fourni par la *Circulaire N° 4*. Toutefois, pour ce compte rendu, nous reprenons l'ordre habituel.

Etat des travaux au 15 septembre 1911.

Allemagne. — Rapporteur : M. F. Klein. — Les rapports que la Sous-commission allemande publie sous le titre de *Abhandlungen* comprendront un ensemble de 40 fascicules répartis en 5 volumes. Aux treize fascicules parus viennent s'adjoindre trois nouveaux fascicules; ce sont ceux de M. Wirz sur les écoles moyennes du Reichsland, de M. Timerding sur les problèmes d'arithmétique commerciale dans les écoles moyennes et de M. Jahnke sur les écoles supérieures spéciales.

M. Klein fait remarquer que chacun des Etats allemands organise lui-même ses écoles. D'où une grande diversité. Mais partout il règne une grande liberté parmi les professeurs et les directeurs, ainsi qu'à l'Université pour les étudiants. On ne peut donc avoir qu'une influence morale sur le corps enseignant. Les travaux de la Commission ont déjà donné une impulsion dans les différents degrés. Les Gouvernements allemands sont favorables et laissent une grande latitude pour faire des expériences.

Voici la liste des travaux publiés ou en préparation; ils sont édités par la Maison B. G. Teubner à Leipzig :

A. **Berichte und Mitteilungen**, *veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichts-Kommission*. In zwanglosen Heften. gr. 8. Steif geh.

1. FEHR, H., Vorbericht über Organisation und Arbeitsplan der Kommission. Deutsche Uebersetzung von W. LIETZMANN. (S. 1-10.) 1909. M. 0.30.

2. NOODT, G., Ueber die Stellung der Mathematik im Lehrplan der höheren Mädchenschule vor und nach der Neuordnung des höheren Mädchenschulwesens in Preussen. (S. 11-32.) 1909. M. 0.80.

3. KLEIN, F., und FEHR, H., Erstes Rundschreiben des Hauptausschusses. Deutsch bearbeitet von W. LIETZMANN. (S. 33-38.) 1909. M. 0.20.

4. KLEIN, F., und FEHR, H., Zweites Rundschreiben des Hauptausschusses. Deutsch bearbeitet von W. LIETZMANN, sowie ZÜHLKE, P., Mathematiker und Zeichenlehrer im Linearzeichenunterricht der preussischen Realschulen. (S. 39 bis 54.) 1910. M. 0.50.

5. LIETZMANN, W., Die Versammlung in Brüssel. Nach dem von H. FEHR verfassten dritten Rundschreiben des Hauptausschusses. (S. 55-74.) 1911. M. 0.60.

6. FEHR, H., Viertes Rundschreiben des Hauptausschusses. Deutsch bearbeitet von W. LIETZMANN. (S. 75-88.) 1911. M. 0.50.

B. **Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland**, *veranlasst durch die Internationale Mathematische Unterrichtskommission*. Herausgegeben von F. KLEIN. 5 Bände, in einzeln käuflichen Heften. gr. 8. Steif geh.

I. **Band**. *Die höheren Schulen in Norddeutschland*. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN.

1. LIETZMANN, W., Stoff und Methode im mathematischen Unterricht der norddeutschen höheren Schulen. Auf Grund der vorhandenen Lehrbücher. (XII u. 102 S.) 1909. M. 2.

2. LIETZMANN, W., Die Organisation des mathematischen Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preussen. (VIII u. 204 S.) 1910. M. 5.

3. LOREY, W., Staatsprüfung und praktische Ausbildung der Mathematiker an den höheren Schulen in Preussen und in einigen norddeutschen Staaten. (IV u. 134 S.) 1911. M. 3.20.

4. THÆR, A., GEUTHER, N., BÖTTGER, A., Der mathematische Unterricht an den Gymnasien und Realanstalten der Hansestädte, Mecklenburgs und Oldenburgs. (VI u. 90 S.) 1911. M. 2.

5. SCHRÖDER, J., Die neuzeitliche Entwicklung des mathematischen Unterrichts an den höheren Mädchenschulen, insbesondere in Norddeutschland. (In Vorbereitung.)

II. **Band**. *Die höheren Schulen in Süd- und Mitteldeutschland*. Mit einem Einführungswort von P. TREUFLEIN.

1. WIELEITNER, H., Der mathematische Unterricht an den höheren Lehranstalten, sowie Ausbildung und Fortbildung der Lehrkräfte im Königsreich Bayern. (XIV u. 85 S.) 1910. M. 2.40.

2. WITTING, A., Der mathematische Unterricht an den Gymnasien und Realanstalten nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Königreich Sachsen. (XII u. 78 S.) 1910. M. 2.20.

3. GECK, E., Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Königreich Württemberg. (IV u. 104 S.) 1910. M. 2.60.

4. CRAMER, H., Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen

nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Grossherzogtum Baden. (IV u. 48 S.) 1910. M. 1.60.

5. SCHNELL, H., Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen nach Organisation, Lehrstoff und Lehrverfahren und die Ausbildung der Lehramtskandidaten im Grossherzogtum Hessen. (VI u. 51 S.) 1910. M. 1.60.

6. HOSSFELD, Der mathematische Unterricht an den höheren Schulen Thüringens. (In Vorbereitung.)

7. WIRZ, Der mathematische Unterricht an den höheren Knabenschulen sowie die Ausbildung der Lehramtskandidaten in Elsass-Lothringen. (IV. u. 58 S.) 1911. M. 1.80.

III. Band. Einzelfragen des höheren mathematischen Unterrichts. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN.

1. SCHIMMACK, R., Die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform in Deutschland. (VI u. 146 S.) 1911. M. 3 60.

2. TIMERDING, H. E., Die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern. Mit 22 Figuren. (VI u. 112 S.) 1910. M. 2.80.

3. ZÜHLKE, P., Der Unterricht im Linearzeichnen und in der darstellenden Geometrie an den deutschen Realanstalten. (IV u. 124 S.) 1911. M. 2.60.

4. HOFFMANN, B., Astronomie, Vermessungswesen, mathematischen Geographie an den höheren Schulen. (In Vorbereitung.)

5. TIMERDING, H. E., Kaufmännische Aufgaben im mathematischen Unterricht der höheren Schulen. (45 S.) 1911. M. 1.60.

6. GEBHARDT, M., Geschichte der Mathematik an den höh. Schulen. (In Vorb.)

7. WERNICKE, Mathematik und philosophische Propädeutik. (In Vorb.)

8. LOREY, W., Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit 1870. (In Vorbereitung.)

9. HÖCKNER, Die Mathematik in der Lebensversicherung. (In Vorb.)

IV. Band. Die Mathematik an den technischen Schulen. Mit einem Einführungswort von P. STÄCKEL.

1. GRÜNBAUM, H., Der mathematische Unterricht an den deutschen mittleren Fachschulen der Maschinenindustrie. (XVI u. 100 S.) 1910. M. 2.60.

2. OTT, C., Die angewandte Mathematik an den technischen Mittelschulen der Maschinenindustrie. (Unter der Presse.)

3. GIRNDT, M., Der mathematische Unterricht an den Baugewerkschulen. (In Vorbereitung.)

4. SCHILLING, C., und MELDAU, H., Die Mathematik an den Seefahrtsschulen. (Unter der Presse.)

5. HÆSE, Die mathematischen Fächer an den gewerblichen Fortbildungsschulen. (In Vorbereitung.)

6. PENNDORF, Die Mathematik an den kaufmännischen Lehranstalten. (In Vorbereitung.)

7. JAHNKE, E., Die Mathematik an Hochschulen für besondere Fachgebiete. (VI. u. 55 S.) 1911. M. 1.80.

8. FURTWÄNGLER, Ph., Die mathemat. Ausbildung der Feldmesser. (In Vorb.)

9. STÄCKEL, P., Die mathematische Ausbildung der Architekten, Chemiker und Ingenieure an den deutschen technischen Hochschulen. (In Vorb.)

V. Band. Die Mathematik an den Volksschulen und Lehrerbildungsanstalten. Mit einem Einführungswort von F. KLEIN.

1. LIETZMANN, W., Stoff und Methode des Rechnenunterrichtes in Deutschland. Ein Litteraturbericht. (Unter der Presse.)

2. LIETZMANN, W., Stoff und Methode des Raumlehreunterrichts auf Grund der Lehrbücher. (In Vorbereitung.)

3. UMLAUF, K., Der mathematische Unterricht an den Seminaren und Volksschulen der Hansestädte. (In Vorbereitung.)

4. DRESSLER, H., Der mathematische Unterricht an den Volksschulen und Lehrerbildungsanstalten in Sachsen und Thüringen. (In Vorbereitung.)

5. TREUTLEIN, P., Der mathematische Unterricht an den Volksschulen und Lehrerbildungsanstalten in Süddeutschland mit Ausführungen von Bock und KERSCHENSTEINER über Bayern, GECK über Württemberg, CRAMER über Baden, HENSING über Hessen. (In Vorbereitung.)

6. LIETZMANN, W., Die Organisation der Volksschulen, gehobenen Volksschulen, Präparandenanstalten, Seminare usw. in Preussen. (In Vorb.)

Autriche. — Rapporteur: M. W. WIRTINGER. — Il a été publié jusqu'à ce jour 15 rapports répartis sur 9 fascicules; il reste 3 rapports en manuscrits et 3 en préparation. M. Wirtinger signale le récent décret concernant les examens des candidats à l'enseignement dans les Ecoles moyennes¹.

Voici la liste des rapports concernant l'Autriche (éditeur: Alfred Hölder, Vienne):

Heft 1. — Der mathem. Unterricht an den *Realschulen* von Fr. BERGMANN. Der mathematische Unterricht an den *Volks- und Bürgerschulen*, von K. KRAUS. — 81 S.; M. 1.80.

Heft 2. — Der mathematische Unterricht an den Bildungsanstalten für *Lehrer u. Lehrerinnen*, von Th. KONRATH.

Der mathematische u. physikalische Unterricht an den höheren *Handelschulen*, von M. DOLINSKI.

Der math. Unterricht an der höheren *Forstlehranstalt Reichstadt*, von M. ADAMICKA. — 52 S.; M. 1.20.

Heft 3. — Der math. Unterricht an den *Gymnasien*, von E. DINTZL. — 78 S.; M. 1.80.

Heft 4. — Der math. Unterricht an den *Mädchenlyzeen*, von Th. KONRATH. Die *praktische Vorbildung für das höhere Lehramt* in Oesterreich, von J. LOOS.

Der math. Unterricht an den *gewerblichen Lehranstalten*, von W. RULF. — 64 S.; M. 1.60.

Heft 5. — Der math. Unterricht an den *technischen Hochschulen*, von E. CZUBER. — 39 S.; M. 1.20.

Heft 6. — Die *mathematischen Schulbücher* an den Mittelschulen u. verwandten Anstalten, von Ph. FREUD. — 53 S.; M. 1.20.

Heft 7. — Der mathematische Unterricht an den *Universitäten*, von R. v. STERNECK. — 50 S.; M. 1.20.

Heft 8. — Bericht über die speziellen Verhältnisse des öffentlichen *Mathematikunterrichtes an den Volks- und Mittelschulen Galiziens*, von S. ZAREMBA. — 25 S.; M. 1.20.

Heft 9. — Der Unterricht in der *darstellenden Geometrie an den Realschulen, Gymnasien, Realgymnasien und Reform-Realgymnasien*, von A. ADLER.

Der Unterricht in der *darstellenden Geometrie* an den technischen *Hochschulen*, von E. MÜLLER. — 124 S.; M. 2.40.

¹ Prüfungsvorschrift f. d. Lehramt an Mittelschulen (mit Einschluss der Mädchenlyzeen, vom 15. Juni 1911. — K.k. Schulbucherverlag, Wien; 40 Heller. — *L'Ens. math.* en donnera un aperçu dans un prochain numéro, sous la rubrique « Notes et documents ».

Sous presse :

Heft 10. — Der mathematische Unterricht an der *K.k. Hochschule für Bodenkultur* in Wien, von O. SIMONY.

Der mathematische Unterricht an den *Montanistischen Hochschulen* (Bergakademien), von E. KOBALD.

Der mathematische Unterricht an den *Militär-Erziehungs- und Bildungsanstalten*, von A. MIKUTA.

Der mathematische Unterricht an den *Fachschulen des K.k. Technologischen Gewerbemuseums* in Wien, von K. REICH.

Heft 11. — Die neuesten Einrichtungen in Oesterreich zur *Vorbildung der Mittelschullehrer in Mathematik, Philosophie und Pädagogik*, von A. HÖFLER.

En manuscrit :

Die Mathematik im Physikunterricht der österreichischen Mittelschulen, von A. LANNER.

Il est probable qu'à la fin de 1911 la sous-commission autrichienne aura terminé et publié tous ses rapports.

Nous rappelons que l'on trouve ces rapports comme suppléments aux deux périodiques autrichiens : *Zeitschrift f. die österr. Gymnasien* et la *Zeitschrift f. das Realschulwesen*.

Belgique. — Rapporteur : M. H. FEHR, secrétaire-général. — D'après les renseignements récents fournis par M. Neuberg, délégué, les rapports suivants sont sous presse et distribués dans le courant de l'automne :

Les mathématiques dans les écoles primaires et les écoles normales d'instituteurs, par M. DOCK.

Les mathématiques dans les Athénées, collèges et écoles moyennes, par M. PLOUMEN.

Sur l'enseignement du dessin dans les écoles primaires et moyennes et dans les Athénées et collèges, par M. MONTFORT.

Puis viendront les deux rapports suivants actuellement en préparation :

Les mathématiques dans les écoles industrielles, par M. ROMBAUT.

L'enseignement des mathématiques dans les Universités et les Ecoles supérieures, par M. NEUBERG.

Danemark. — M. HEEGAARD, délégué, annonce que le rapport d'ensemble concernant l'enseignement mathématique en Danemark est prêt pour ce qui est de la rédaction, il reste à terminer la traduction. Le volume pourra sans doute être distribué vers Noël.

Espagne. — Rapporteur : M. H. FEHR, secrétaire-général. — M. de GALDEANO a consacré jusqu'ici deux fascicules à l'enseignement mathématique en Espagne. Le premier a été signalé dans la *Circulaire N° 2*. Le second fascicule (18 pages) est consacré principalement à l'enseignement supérieur universitaire et technique.

Etats-Unis. — La délégation des Etats-Unis a informé le secrétaire-général que plusieurs rapports sont actuellement sous presse et que d'autres paraîtront dans le courant de l'hiver.

France. — M. de SAINT-GERMAIN présente les cinq volumes contenant l'ensemble des rapports de la Sous-commission française et donne un rapide aperçu de leur contenu.

M. KLEIN félicite la Sous-commission française et en particulier la délégation d'avoir terminé les travaux dans le délai prévu.

Voici la liste des cinq volumes et des rapports qu'ils contiennent (Editeur: Hachette & Cie, Paris).

Tome I. — *Enseignement primaire*, publié sous la direction de M. BIOCHE, prof. de mathématiques au Lycée Louis-le-Grand. 85 pages (3 fr. 50) :

Avant-propos.

a) Rapport sur l'ensemble des établissements dans lesquels se donne, en France, un enseignement mathématique, par M. Ch. BIOCHE.

b) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les Ecoles primaires élémentaires, par M. J. LEFEBVRE.

c) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les écoles primaires supérieures, par M. G. TALLENT.

d) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les écoles normales primaires d'instituteurs, en France, par M. A. VAREIL.

e) Rapport sur l'école normale supérieure d'Enseignement primaire de Saint-Cloud; par M. GOURSAT.

Appendice.

Tome II. — *Enseignement secondaire*, publié sous la direction de M. BIOCHE, prof. de mathématiques au Lycée Louis-le-Grand. — 159 pages (5 fr.) :

Avant-propos.

a) Rapport sur la place et l'importance des mathématiques dans l'enseignement secondaire en France, par M. Ch. BIOCHE.

b) Rapport sur les classes de mathématiques spéciales et de Centrale, par M. E. BLUTEL.

Pièces annexes.

c) Rapport sur l'arithmétique par M. A. LÉVY.

d) Rapport sur l'algèbre, par M. GUITTON.

e) Rapport sur la géométrie, par M. Th. ROUSSEAU.

f) Rapport sur l'enseignement de la mécanique, par M. H. BEGHIN.

g) Rapport sur l'enseignement de la cosmographie, par M. A. MUXART.

h) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles nouvelles, par Frank LOMBARD.

Appendice.

Tome III. — *Enseignement supérieur*, publié sous la direction de M. Albert de SAINT-GERMAIN, Doyen honoraire de la Faculté des sciences de Caen, président de la Sous-commission française, — 123 pages (4 fr.) :

Aperçu général sur l'enseignement supérieur des mathématiques.

a) Rapport sur l'enseignement du calcul différentiel et intégral, de la mécanique rationnelle, de l'astronomie et des mathématiques générales dans les Facultés des sciences en France, par M. E. VESSIOT.

b) Rapport sur les enseignements mathématiques d'ordre élevé dans les Facultés des Sciences d'Universités françaises, par M. Emile BOREL.

Annexe. — Faculté des Sciences de Paris: programmes des certificats d'études supérieures pour l'année 1911.

c) Rapport sur les diplômes d'études supérieures de sciences mathématiques, par M. A. de SAINT-GERMAIN.

d) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les instituts techniques des facultés des sciences, par M. H. VOGT.

e) Rapport sur l'enseignement des mathématiques à l'école normale supérieure et sur l'agrégation des sciences mathématiques, par M. Jules TANNERY.

f) Note sur l'enseignement mathématique au collège de France, par M. A. de SAINT-GERMAIN.

g) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'école polytechnique, par M. G. HUMBERT.

h) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'École nationale des Ponts et Chaussées, par M. Maurice d'OCAGNE.

i) Rapport sur l'enseignement des mathématiques à l'École nationale supérieure des Mines, par M. René GARNIER.

j) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'École nationale des Mines de Saint-Etienne, par M. FRIEDEL.

k) Note sur l'École d'application du Génie maritime, par M. A. JANET.

Tome IV. — *Enseignement technique*, publié sous la direction de M. P. ROLLET, Directeur de l'École municipale professionnelle Diderot (à Paris), — 212 pages (5 fr.) :

Introduction.

Ecoles pratiques de commerce et d'industrie. Programmes officiels (28 août 1909). Extraits concernant l'enseignement mathématique.

a) Rapport de M. HARANG.

b) Rapport de M. Ch. LAGNEAUX.

c) Rapport de M. Ch. LAGNEAUX.

Ecoles nationales professionnelles. Programme de l'enseignement technique théorique.

d) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles nationales professionnelles (E. N. P.) par M. LARIVIÈRE.

e) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles nationales professionnelles, par M. E. TRIPARD.

Ecoles d'arts et métiers. Programmes officiels du 9 mai 1910.

f) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles d'arts et métiers (1^{re} année), par M. J. ROUMAJON.

g) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans les écoles d'arts et métiers (2^e année), par M. BEZINE.

h) Rapport sur l'enseignement de la mécanique dans les écoles d'arts et métiers (3^e année), par M. BAZARD.

Ecoles de commerce. — i) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les établissements de la Chambre de Commerce de Paris par M. P. MINEUR.

Conservatoire national d'arts et métiers. — j) Rapport sur l'enseignement des mathématiques au Conservatoire national des arts et métiers, par M. Carlo BOURLET.

Ecole centrale des arts et manufactures. — k) Rapport sur l'enseignement mathématique à l'école centrale des arts et manufactures, par M. P. APPELL.

Appendice.

Tome V. — *Enseignement des jeunes filles*, publié sous la direction de M^{lle} AMIEUX, prof. au Lycée Victor-Hugo à Paris. — 95 pages (3 fr. 50) :

Aperçu général.

Enseignement secondaire. Introduction.

a) Rapport sur la place des mathématiques dans les plans d'études, l'organisation générale et l'enseignement obligatoire, par M^{lle} A. AMIEUX.

b) Rapport sur l'enseignement des mathématiques dans la 2^e période et sur la préparation au baccalauréat et aux examens de l'enseignement secondaire féminin, par M^{me} BAUDEUF.

c) Rapport sur l'enseignement des mathématiques à l'École normale de Sèvres, par M. P. APPELL.

Enseignement professionnel. Rapport sur les mathématiques dans l'enseignement professionnel des jeunes filles, par M^{me} PIVOT et M^{lle} FREDON.

Enseignement primaire. Introduction.

a) Note sur l'Enseignement mathématique dans les écoles primaires élémentaires.

b) Rapport sur l'enseignement mathématique dans les écoles primaires supérieures de jeunes filles, par M. TALLENT.

c) Sur l'enseignement mathématique dans les écoles normales d'Institutrices primaires.

d) Rapports sur l'enseignement mathématique à l'École normale supérieure d'Institutrices de Fontenay-aux-Roses, par MM. G. FONTENÉ et G. KOENIGS.

Grèce (sans nouvelles).

Hollande. — Rapporteur : M. H. FEHR, secrétaire-général. — Les rapports concernant l'enseignement mathématique en Hollande ont été publiés en un volume qui a été distribué aux membres de la Commission le 1^{er} juin 1911. C'est le second pays qui ait terminé ses travaux. Le volume (151 p., 3 fr.) comprend les rapports suivants (Editeur : J. Waltman, Delft) :

1. L'enseignement mathématique à l'école primaire.
2. L'enseignement mathématique aux « Burgeravondscholen » (écoles dites bourgeoises), écoles professionnelles, écoles de dessin, écoles professionnelles pour filles et écoles techniques.
3. Ecoles de marine.
4. L'enseignement mathématique aux écoles moyennes (Hoogere Burger-scholen). Ecole moyenne à 3 années d'études.
5. Ecole moyenne à 5 années d'études.
6. Ecoles moyennes pour jeunes filles.
7. L'enseignement mathématique aux gymnases.
8. Les universités.
9. Académie technique.
10. L'enseignement mathématique aux instituts militaires de l'armée de terre dans les Pays-Bas.
11. Ecole de machinistes pour la marine à Hellevœtsluis.
12. Institut Royal de marine à Willemsoord.
13. Rapport complémentaire sur les propositions de la Commission d'Etat pour la réorganisation de l'enseignement, établie par Arrêté Royal du 21 mars 1903. n° 49.

Hongrie. — M. L. RATZ rapporte. On sait qu'il s'est constitué en Hongrie en 1906 une commission qui a fait une enquête approfondie de l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes¹.

L'idée directrice de la réforme préconisée par la Commission peut être caractérisée de la manière suivante : L'enseignement des mathématiques doit être tel que l'élève reconnaisse l'importance des mathématiques dans les branches des connaissances humaines. Nous voulons que l'élève qui termine l'école moyenne emporte dans la vie pratique une certaine culture mathématique, de manière que les méthodes de la pensée mathématique pénètrent dans une certaine mesure dans la vie publique. L'élève doit se rendre compte des liens nombreux qui existent entre les sciences mathématiques et la vie pratique.

¹ Abhandlungen über die Reform des math. Unterrichts in Ungarn, deutsch herausgegeben von E. BEKE u. S. MIKOLA. 160 p., B. G. Teubner, 1911.

Il faut agir sur le développement de la pensée non pas par des connaissances isolées, mais par des connaissances qui soient en relation étroite avec l'activité journalière et les idées usuelles (voir « *Abhandlungen über die Reform des math. Unterrichts in Ungarn* », p. 146).

Pour réaliser ce principe général, les mathématiques doivent poursuivre les buts suivants : Tenir compte, dans la mesure du possible, des domaines concrets et de la vie pratique ; développer l'intérêt pour des questions économiques ; développer la conception de l'espace ; utiliser les représentations graphiques ; introduire les éléments du calcul infinitésimal avec les applications. La partie la plus importante de nos propositions de réforme est celle qui touche au développement de la pensée fonctionnelle ; je me bornerai donc seulement à ce point.

La notion de fonction doit être préparée avec beaucoup de soin et il faut laisser suffisamment de temps aux élèves afin qu'ils puissent se familiariser avec ces idées. Dans les classes inférieures, l'élève est appelé à établir de nombreux graphiques basés sur des mesures effectuées par l'élève lui-même ; puis viennent les graphiques concernant la statistique et des problèmes de géométrie physique. En IV^e viennent ensuite, à l'occasion des équations du premier degré, l'introduction et les exercices sur les fonctions linéaires ainsi que la résolution graphique d'équations et d'égalités du premier degré. Dans les classes suivantes l'élève est familiarisé avec les fonctions du second degré, les fonctions trigonométriques, exponentielles et logarithmiques. C'est en VII^e que nous introduisons les dérivées avec la géométrie analytique. L'introduction et les développements concernant cette notion se fait sur des bases intuitives et sur des graphiques. Viennent ensuite les règles de différentiation et l'application aux problèmes de maxima et minima empruntés à l'algèbre, à la géométrie et à la physique. Dans la classe suivante nous introduisons les éléments du calcul intégral qui sont ensuite appliqués au calcul d'aire de figures planes, à l'aire et au volume de corps de rotation ; puis viennent la détermination des centres de gravité, des moments d'inertie et autres applications de la physique. On termine en général par le développement en série de fonctions trigonométriques, exponentielles et logarithmiques.

Nos propositions ont été soumises au Ministère de l'Instruction publique ; toutefois, jusqu'à ce jour, il n'a été prise aucune décision ; cependant les autorités supérieures laissent toute latitude aux maîtres qui désirent adapter leur enseignement aux propositions de réforme ; ainsi, au Gymnase évangélique de Budapest, l'enseignement se fait déjà depuis quatre ans sur ces bases et l'on a constaté le meilleur succès.

On peut également signaler les essais satisfaisants que l'on a faits dans les lycées de jeunes filles et aux académies militaires.

M. Ratz parle également des conférences populaires que M. Beke a faites devant de nombreux auditoires.

Sur la demande de la Commission internationale, il s'est également constitué une sous-commission hongroise ; elle est présidée par M. le prof. König. La première partie des travaux sera distribuée très prochainement aux membres de la Commission ; le reste suivra dans le courant de cette année universitaire.

Iles Britanniques. — M. GODFREY rapporte. — On sait que la Sous-commission anglaise publie ses rapports avec le concours du Board of Education. Nous en avons donné la liste en son temps (*Circ. n° 4*, n° de mars

1911, p. 131-133), Ils sont publiés sous la responsabilité propre de chacun des auteurs et sous le titre général de : *The Teaching of Mathematics in the United Kingdom, being a series of Papers prepared for the International Commission on the Teaching of Mathematics*. Les huit premiers fascicules viennent de paraître ; ils sont mis en vente séparément chez : WYMAN and Sons, Londres ; OLIVER and Boyd, Edinbourg ; E. PONSONBY, Dublin. En voici la liste :

N° 1. Higher Mathematics for the Classical Sixth Form. By Mr W. NEWBOLD. — 14 p. in-8° ; prix : 1 d.

N° 2. The relations of Mathematics and Physics. By Dr L.-N.-G. FILON. — 9 p. ; 1 d.

N° 3. The Teaching of Mathematics in London Public Elementary Schools. By Mr P.-B. BALLARD. — 28 p. ; 2 d.

N° 4. The Teaching of Elementary Mathematics in English Public Elementary Schools. By Mr H.-J. SPENCER. — 32 p. ; 2 1/2 d.

N° 5. The algebra Syllabus in the Secondary School. By Mr C. GODFREY. 34 p. ; 2 1/2 d.

N° 6. The Correlation of Elementary Practical Geometry and Geography. By Miss Helen BARTRAM. — 8 p. ; 1 d.

N° 7. The Teaching of Elementary Mechanics. By Mr W.-D. EGGAR. — 13 p. ; 1 d.

N° 8. Geometry of Engineers. By D.-A. Low. — 15 p. ; 1 1/2 d.

Italie. — M. CASTELNUOVO rapporte. — Sur les douze rapports annoncés, cinq sont terminés et distribués. Ce sont ceux de MM. PINCHERLE, SOMIGLIANA, SCARPIS, FAZZARI et SCORZA. Voici le tableau général des travaux de la Sous-commission italienne :

1. *Scuole infantili ed elementari*, prof. CONTI (Roma), (in manoscritto).

2. *Scuole normali*, prof. CONTI (Roma), (in manoscritto).

3. *Scuole classiche* :

a) I successivi programmi dal 1867 al 1910, prof. SCARPIS (Bologna), 11 p. (pubblicato).

b) Critiche e proposte, prof. FAZZARI (Palermo), 16 p. (pubblicato).

4. *Scuole ed istituti tecnici*, prof. SCORZA (Palermo), 34 p. (pubblicato).

5. *Scuole professionali, commerciali e militari*, prof. LAZZERI (Livorno) (in manoscritto).

6. *Università : corsi di matematica per gli allievi ingegneri*, prof. SOMIGLIANA (Torino), 11 p. (pubblicato).

7. *Università : Sulla laurea e la preparazione dei candidati all'insegnamento*, prof. PINCHERLE (Bologna), 16 p. (pubblicato).

8. *Sui trattati italiani di matematiche elementari*, prof. SCORZA (Palermo), (in preparazione).

9. *Sulle proposte di riforma dell'insegnamento matematico nelle scuole medie*, dott. VACCA (Genova), (in preparazione).

10. *Sulla evoluzione degli insegnamenti geometrici nelle Università*, prof. SEVERI (Padova), (in preparazione).

11. *Sulla evoluzione degli insegnamenti analitici nelle Università* (non ancora assegnato).

12. *Osservazione e proposte circa l'insegnamento della matematica nelle scuole elementari, medie e di magistero*, prof. PADOA (Genova), (già pubblicato nel Bollettino di Matematica, 1910, e da ripubblicarsi negli Atti Ufficiali della Sottocommissione italiana).

L'exposé de M. Castelnovo a été suivi d'une intéressante discussion à laquelle ont pris part MM. les sénateurs VERONÈSE et d'OVIDIO. M. Veronèse a insisté particulièrement sur le fait qu'en Italie il n'existe qu'un type d'école moyenne conduisant à toutes les Facultés de l'Université, ce sont les gymnases classiques, tandis que l'*istituto tecnico* (Realschule) conduit seulement à la Faculté des Sciences. On va instituer un autre type d'école moyenne : le gymnase moderne.

Japon. — Ainsi que nous l'avions annoncé dans la *Circulaire N° 4*, la Sous-commission prépare un ensemble de rapports qui seront traduits en anglais. Ils seront terminés au commencement de 1912.

Norvège. — M. ALFSEN rapporte. — Les plans d'étude des écoles moyennes sont actuellement en revision, ce qui explique le retard apporté à la publication du rapport général concernant l'enseignement mathématique dans les différents établissements de la Norvège.

Portugal. — Rapporteur : M. H. FEHR, secrétaire-général. — Le gouvernement de la République a entrepris d'importantes modifications dans l'organisation de l'enseignement. Ainsi, dans l'enseignement supérieur, on vient de créer une université à Lisbonne et une autre à Porto. M. le prof. Teixeira, notre délégué, a été nommé recteur de cette dernière université. Cette réorganisation de l'enseignement retarde nécessairement la publication du rapport concernant le Portugal.

Roumanie. — M. G. TZITZEIKA, délégué, a fait savoir au Comité central que le fascicule sur l'état actuel de l'enseignement en Roumanie paraîtra en février 1912.

Russie. — M. COIALOVITSCH rapporte. — Cinq fascicules ont déjà été distribués aux membres de la Commission. Ce sont les suivants :

1. *L'enseignement mathématique dans les universités, les écoles techniques supérieures et quelques-unes des écoles militaires*, par C. POSSÉ. — 100 p.

2. *L'enseignement mathématique dans les écoles de Finlande*, rédigé par une commission instituée par le Sénat impérial de Finlande. — 52 p.

3. *Bericht über den mathematischen Unterricht an den russischen Realschulen*, von K. W. VOGT. — 16. p.

4. *L'enseignement mathématique dans les écoles primaires et les écoles normales*, par M. S.

L'enseignement mathématique dans les gymnases de garçons du Ministère de l'Instruction publique et dans les instituts de jeunes filles du ressort des établissements de l'Impératrice Marie, par M. KONDRATIEV. — 29 p.

5. *L'enseignement mathématique dans les Corps des cadets*, par M. PO-PRUGENKO.

Notice sur les Cours pour la préparation des maîtres des Corps de cadets, par M. MAKCHÉEV. — 29 p.

Sont déjà traduits en français et sous presse :

a) Sur l'organisation de l'enseignement mathématique dans les *gymnases de jeunes filles* du ressort du Ministère de l'Instruction publique et à l'*Institut pédagogique de jeunes filles*. Par M. MICHELSON, prof. à cet institut.

b) Sur l'enseignement mathématique dans les *écoles industrielles* du ressort du Ministère de l'Instruction publique. Par MM. KOTOURNITZKY et HATZOUK, professeurs à l'Institut technologique de St-Petersbourg.

c) Sur l'enseignement des mathématiques, de la physique et de la géo-

graphie mathématique dans les *gymnases de jeunes filles* dans l'arrondissement scolaire de Varsovie. Par M. GORIATCKEV, prof. à l'Université de Varsovie.

Rapports déjà présentés en langue russe (en traduction).

a) Les mathématiques dans l'*Institut technologique de St-Pétersbourg*. Par Boris COÏALOVITSCH, prof. à cet institut.

b) Les mathématiques dans les *cours supérieurs de femmes (université de femmes)* à St-Pétersbourg. Par le même.

c) Les mathématiques dans les *cours supérieurs de femmes à Moscou*. Par M. MŁODZIEWSKI, anc. prof. à l'Université de Moscou.

d) Les mathématiques dans l'*Institut polytechnique de Varsovie*. Par M. MORDOUKHAÏ-BOLTOWSKOÏ, prof. à l'Université de Varsovie.

e) *Sur la préparation des maîtres pour les écoles moyennes secondaires*. Par M. KAGAN, prof. adjoint à l'Université d'Odessa.

f) Les mathématiques dans les *écoles de l'administration générale de l'agriculture*. Par M. N. N.

M. SINTSOFF prend la parole après le premier représentant de la Russie. Il insiste sur les difficultés qui se rencontrent dans son pays pour les réformes dans l'enseignement mathématique. Différentes sociétés ont mis ces questions à l'ordre du jour. La Société mathématique de Karkoff s'est occupée des mathématiques dans les écoles réales. Un intérêt pour les questions d'enseignement se manifeste également dans les sociétés mathématiques de Moscou, de Riga, de St-Pétersbourg et de Varsovie. Il appelle l'attention de la Commission sur le premier Congrès russe des professeurs de mathématiques qui aura lieu à St-Pétersbourg du 9 au 16 janvier 1912. Ce Congrès ne manquera pas d'avoir une influence utile sur le développement de l'enseignement des mathématiques en Russie. M. Sintsoff exprime le désir que les membres de la Commission veuillent bien prendre part aux travaux de ce Congrès.

Suède. — M. H. VON KOCH rapporte. — Les rapports au nombre de huit ont été terminés au mois de février dernier; ils ont été réunis en un volume contenant une préface de M. H. von Koch, délégué. On a pu voir, d'après les comptes rendus publiés dans l'*Enseignement mathématique*, que ces rapports fournissent non seulement des indications sur les plans d'études mais aussi d'intéressants renseignements concernant les méthodes. — C'est la Suède qui, la première, a terminé l'ensemble de ses rapports.

Der mathematische Unterricht in Schweden, herausgegeben von Dr. H. VON KOCH und Dr. E. GÖRANSSON. — Editeur: C. E. Fritze, Stockholm.

Ecoles primaires et écoles normales, par H. DAHLGREN: Die Mathematik an den Volksschulen und Volksschullehrerseminaren Schwedens, 52 p.

Ecoles réales, par E. GÖRANSSON et E. HALLGREN: Die Mathematik an den schwedischen Realschulen, 28 p.

Gymnases, par E. GÖRANSSON: Die Mathematik an den schwedischen Gymnasien, 51 p.

Etablissements de jeunes filles, par O. JOSEPHSON et ANNA RÖNSTRÖM: Die Mathematik an den höheren Mädchenschulen in Schweden, 23 p.

Ecoles professionnelles élémentaires, par K.-L. HAGSTRÖM, G. ERIKSON et C. HEÜMAN: Die Mathematik an elementartechnischen Gewerbeschulen, 22 p.

Ecoles techniques moyennes, par O. GALLANDER: Der mathematische Unterricht an den technischen Mittelschulen, 8 p.

Ecoles techniques supérieures, par H. VON KOCH : Die Mathematik an der technischen Hochschule in Stockholm, 13 p.

Universités, par A. WIMAN : Die Mathematik an den schwedischen Universitäten, 18 p.

Suisse. — Rapporteur : M. H. FEHR, délégué. — Les rapports de la Sous-commission suisse ont été répartis en huit fascicules, dont le 1^{er}, consacré aux travaux préparatoires, a paru en janvier 1909.

Sont actuellement terminés les rapports de M. BRANDENBERGER sur les écoles moyennes, de M. GROSSMANN sur l'Ecole polytechnique fédérale, de M. GUBLER sur les écoles de jeunes filles et de M. MATTER sur les écoles modernes. Ces deux derniers sont réunis en un même fascicule avec le rapport de M. SCHERRER sur les écoles normales qui est également terminé. Les autres rapports sont sous presse. Le fascicule 8 vient également de paraître.

Voilà le tableau d'ensemble du contenu de ces fascicules qui seront terminés vers la fin de l'année 1911.

L'enseignement mathématique en Suisse. Rapports de la Sous-commission suisse, publiés sous la direction de H. FEHR. — 8 fasc. en vente séparément. Librairie Georg & Cie. Genève et Bâle.

Fasc. 1. — *Les travaux préparatoires : Rapport préliminaire sur l'organisation de la Commission et le plan général de ses travaux*, publié au nom du Comité central par H. FEHR, secrétaire général de la Commission (en français et en allemand). — *Organisation des travaux en Suisse*. (43 p.), 1910. Fr. 1.50.

Fasc. 2. — *Aperçu général*, par H. FEHR.

Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Primarschulen, von JUST STÖCKLIN.

Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Sekundarschulen, von BADERTSCHER, Bern. — (Sous presse).

Fasc. 3. — *Der mathematische Unterricht an den höheren Mädchenschulen der Schweiz*, von E. GUBLER, Zürich.

Der mathematische Unterricht an den Lehrer- und Lehrerinnenseminarien der Schweiz, von F. R. SCHERRER, Küsnacht.

Organisation und Methodik des mathematischen Unterrichts in den Landerziehungsheimen, von K. MATTER, Frauenfeld. — 1911, Fr. 2.25.

Fasc. 4. — *Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Gymnasien und Realschulen*, von K. BRANDENBERGER, Zürich. — (167 p.), 1911. Fr. 3.50.

Fasc. 5. — *Les mathématiques dans l'enseignement technique moyen en Suisse*, par L. CRELIER, Bienne. — (Sous presse).

Fasc. 6. — *Les mathématiques dans l'enseignement commercial en Suisse* par L. MORF, Lausanne. — (Sous presse).

Fasc. 7. — *Der mathematische Unterricht an der Eidgenössischen Technischen Hochschule*, von M. GROSSMANN, Zürich. — (52 p.), 1911. Fr. 2.

Fasc. 8. — *Les mathématiques à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne*, par M. LACOMBE, Lausanne.

Der mathematische Unterricht an den schweizerischen Universitäten, von J.-H. GRAF, Bern. — 1911, Fr. 2.25.

Dépôt central de vente des publications concernant la Commission internationale. — Au cours de cette séance, plusieurs délégués ont exprimé le vœu qu'il soit créé un dépôt central de vente des publications des sous-commissions nationales. Cela permettrait à ceux qui désirent acquérir un ensemble de fascicules de pays différents de n'avoir à s'adresser qu'à un seul libraire. Le cas se présentera sans doute fréquemment, car dans les milieux intéressés des divers pays on se proposera certainement d'examiner tel rapport spécial ou même d'acheter l'ensemble de toutes les publications.

Le Comité central a obtenu le concours de l'un des éditeurs de L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE, la Maison GEORG & Cie, à GENÈVE (Corraterie, 10), qui veut bien se charger de ce dépôt.

Messieurs les Délégués sont priés d'en informer leur éditeur afin qu'il entre en relations avec la Maison GEORG & Cie, dès que les fascicules ou les volumes sont mis en vente.

IV. — DEUXIÈME SÉANCE

Mardi 19 septembre, à 4 heures.

ORDRE DU JOUR :

Les mathématiques dans l'enseignement moyen ; rapports de la sous-commission A :

- I. *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réales, etc.), de l'exposé systématique des mathématiques ?*
- II. *La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.*

Discussion.

M. F. KLEIN, président, expose d'abord les deux questions mises à l'ordre du jour et dont la discussion a été préparée par une sous-commission dite A. — M. CASTELNUOVO a été chargé de rapporter sur la question A, I concernant la rigueur dans l'enseignement moyen, tandis que M. BIOCHE introduira la question A, II relative à la fusion des différentes branches mathématiques dans ce même enseignement.

A. I. — La rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes.

M. CASTELNUOVO rapporte. Une discussion préliminaire a eu lieu la veille entre MM. les délégués au sujet de la question : *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réales, etc.) de l'exposé systématique des mathématiques ?* Pour diriger la discussion M. LIETZMANN avait proposé une classification des différents degrés de

rigueur et avait posé des questions¹ qui ont donné lieu à quelques remarques pour les différents pays. Il s'agit aujourd'hui de résumer ce premier débat et de porter la discussion devant le Congrès.

M. Castelnuovo accepte pour le moment la classification de M. Lietzmann; il veut cependant la préciser en quelques points pour éviter des malentendus. Il fait remarquer ensuite que si l'on veut établir une comparaison entre les méthodes d'enseignement employées dans les différents pays, en relation avec la dite classification, il faut fixer l'attention sur un même type d'écoles, et sur la même branche de mathématiques. Il convient de choisir dans ce but les gymnases (lycées) et l'enseignement de la géométrie.

Voici alors comment on peut classer les différents degrés de rigueur; pour rendre la classification plus claire, nous ferons suivre le numéro de la classe du nom de quelques auteurs qui emploient dans leurs traités la méthode indiquée.

A) *Méthode entièrement logique* (PEANO, HILBERT², HALSTED). — Tous les axiomes sont posés; on discute leur indépendance; le développement ultérieur est rigoureusement logique. On ne fait aucun appel à l'intuition; les notions primitives (point, etc.) sont assujetties à la seule condition de satisfaire aux axiomes.

B) *Fondements empiriques, développement logique*. — De l'observation de l'espace réel l'on déduit les propositions primitives sur lesquelles est fondé le développement logique qui suit. — Il convient ici de distinguer trois sous-groupes :

B_A) tous les axiomes nécessaires sont énoncés (SANNIA-D'OVIDIO, VERONÈSE, ENRIQUES-AMALDI).

B_B) une partie des axiomes est énoncée (EUCLIDE, THIEME).

B_C) on énonce seulement les axiomes qui n'ont pas un caractère absolu d'évidence (KAMBLÿ, MÜLLER).

C) *Les considérations intuitives s'alternent avec la méthode déductive* (BOREL, BEHRENDSEN-GÖTTING). — On recourt à l'évidence toutes les fois qu'il convient, sans qu'il résulte d'une manière précise ce que l'on admet et ce que l'on démontre.

D) *Méthode intuitive-expérimentale* (PERRY). — On présente les théorèmes comme des faits qui ont un caractère intuitif ou peuvent être démontrés par l'expérience, sans qu'on aperçoive le lien logique qui unit ces faits.

Si l'on examine maintenant quelles méthodes sont adoptées par les différents pays dans les écoles nommées, on arrive aux conclusions suivantes :

Aucun pays n'adopte d'une façon systématique ni la méthode A),

¹ Voir plus haut dans les « Travaux préparatoires ».

² On doit remarquer que le Mémoire bien connu de M. Hilbert n'a pas un caractère didactique, mais il a servi de base à l'ouvrage de M. HALSTED [qui vient d'être traduit en français par M. BARBARIN. (Paris, Gauthier-Villars.) — H. F.].

ni la méthode D), excepté naturellement quelques professeurs isolés qui ont fait des tentatives dans l'un ou l'autre sens.

Les nations latines (Italie, France, Suisse française) *préfèrent la méthode B*).

Les nations allemandes (Allemagne, Autriche, Suisse allemande) *s'approchent de la méthode C*).

L'Angleterre qui était restée fidèle à Euclide (méthode B_B) jusqu'à 1900, adopte maintenant dans la plupart de ses écoles la méthode B_C, sous l'influence du mouvement qui a eu pour promoteur M. Perry.

Manquent les renseignements concernant les autres nations, en particulier la Russie, l'Espagne. Pour les États-Unis d'Amérique, la sous-commission a reçu d'intéressantes observations rédigées par M. J. W. YOUNG (Chicago); elles seront reproduites plus loin.

La différence que l'on remarque entre ces différentes tendances pourrait être attribuée aux caractères qui distinguent les races latines des races allemandes; mais il est probable que les conditions économiques (en particulier l'industrialisme) ont aussi exercé une influence appréciable. Pour distinguer l'importance des facteurs qui ont déterminé le choix de l'une ou l'autre méthode, il conviendrait d'examiner l'évolution que ces méthodes ont subie dans les différents pays. Voici les renseignements qui sont donnés par M. Castelnuovo ou par quelques-uns des congressistes présents.

ITALIE : $B_C \longrightarrow B_B \longrightarrow B_A$.

Le premier passage a eu lieu en 1867, par l'effet d'une réforme des programmes due à MM. BRIOSCHI, BETTI et CREMONA. A présent se manifeste une réaction chez plusieurs professeurs qui aspirent à revenir à B_C .

FRANCE : $B_B \longrightarrow B_A \longrightarrow C$.

Le dernier passage correspond à une tendance plutôt qu'à une réalité.

ALLEMAGNE : $B_B \longrightarrow B_C \longrightarrow C$.

ANGLETERRE : $B^B \longrightarrow B_C$.

Les renseignements qui précèdent se rapportent particulièrement à la géométrie. Il faudrait reprendre l'enquête pour l'algèbre ou les autres branches d'enseignement secondaire des mathématiques.

Il faudrait encore préciser à quel âge dans les différents pays commence l'enseignement méthodique¹.

Quelles difficultés rencontrent les élèves à suivre soit le développement logique, soit la méthode fondée sur l'expérience? Quels

¹ Pour l'Italie cet âge va de 13 à 15 ans.

procédés sont employés pour surmonter ces difficultés ? Quels sont les résultats que l'on obtient par l'une ou l'autre de ces méthodes, non seulement par rapport aux effets de l'école (profit, examens, etc.), mais, ce qui intéresse davantage, par rapport à l'étendue de la culture des élèves ?

Ce sont là autant de questions importantes que M. Castelnuovo signale à l'attention du Congrès.

DISCUSSION. — M. KLEIN fait remarquer qu'il existe une différence profonde entre les livres et l'enseignement effectif. Quant à la question de l'indépendance des axiomes, elle n'est pas résolue jusqu'au bout.

Nous nous limiterons ici aux écoles moyennes et en particulier aux gymnases. Dans les autres écoles, par exemple dans les écoles d'ordre professionnel, on se rattache à la catégorie D. Autrefois on prenait partout la même méthode B. Une transformation heureuse s'est effectuée dans le sens d'une meilleure adaptation de l'enseignement au but de l'école. On peut signaler, à titre d'exemple, les efforts faits par M. Andrade dans le domaine de l'enseignement destiné aux horlogers ¹.

M. VERONÈSE dit qu'en effet la catégorie A n'existe que pour les traités scientifiques tels que ceux de MM. Peano, Hilbert, Veronèse (*Fondamenti di Geometria*), etc., du reste la loi d'indépendance n'est encore démontrée complètement dans aucun des systèmes. Il ne saurait être d'accord avec M. Perry si celui-ci veut introduire sa méthode dans les écoles moyennes préparant à l'enseignement supérieur. Les mathématiques ont un côté éducatif, elles doivent aider à la culture de l'esprit. L'enseignement intuitif expérimental doit préparer à l'enseignement déductif. Mais les théorèmes dépendent des propositions admises dans les démonstrations et peuvent varier avec celles-ci ; aussi, afin qu'il y ait la rigueur nécessaire, il faut, pour la validité même des théorèmes, que les propositions admises sans démonstration (axiome ou non) soient évidentes et soient énoncées explicitement. Quant aux éléments d'Euclide on doit reconnaître que selon leur esprit ils appartiennent plus à la catégorie B_a, qu'à la catégorie B_b ; car si les axiomes n'y sont pas tous énoncés cela tient à la difficulté qu'il y avait au temps d'Euclide d'établir tous les axiomes.

D'autre part il peut y avoir de la rigueur dans un ouvrage de la catégorie C et moins de rigueur dans un manuel B_A. Nous ne devons pas faire de la rigueur excessive dans l'enseignement moyen ; il faut que l'intelligence moyenne des élèves puisse comprendre. L'écolier doit être amené à posséder les principales propriétés et à voir les rapports qu'elles ont entre elles ; nous devons

¹ Congrès de Rome, 1908. — (Voir aussi son Premier Livre de la Géométrie naturelle, dans *L'Ens. math.*, 1908. — H. F.).

les amener à bien raisonner sans qu'ils s'en aperçoivent, l'écolier lui-même y trouvera une grande satisfaction.

Si l'industrialisme ou l'utilitarisme matériel avait en effet des influences prépondérantes dans l'enseignement des écoles moyennes, les mathématiciens devraient les combattre.

Quant aux manuels on ne peut pas juger de leur valeur d'après le nombre des exemplaires vendus.

M. D'OVIDIO estime qu'il est difficile de classer les méthodes et les livres et de reconnaître si la rigueur est parfaite. Il faut que la rigueur soit compatible avec l'enseignement; c'est donc une question très relative. Les auteurs doivent se tenir dans un juste milieu qui semble être indiqué par la catégorie B_A pour les établissements indiqués.

M. BOURLET apporte des renseignements purement objectifs sur ce qui se fait en *France*. Il n'est guère possible de faire ici un tableau exact; l'enseignement dépend de la classe. Pendant le premier cycle (Quatrième et Troisième) les élèves voient les faits géométriques, qu'ils étudient ensuite avec plus de précision pendant le deuxième cycle (Seconde et Première) puis une troisième fois dans la classe de mathématiques.

En France l'enseignement oral prévaut, le livre permet au professeur de donner des problèmes; c'est surtout sur les professeurs que le livre a une influence.

M. Bourlet montre l'évolution qui s'est faite depuis le traité de LEGENDRE ou ceux du type Legendre, remplacés ensuite par celui de ROUCHÉ et COMBEROUSSE, qui a servi pendant très longtemps. Puis on a constaté une crise due à l'industrie, comme l'a dit M. Castelnovo. La nécessité de développer l'enseignement secondaire a conduit à faire commencer plus tôt l'enseignement de la géométrie, mais alors les élèves n'ont pas compris et on a dû changer la méthode, c'est alors qu'on a introduit les nouveaux programmes de 1902 et 1905.

Il mentionne ici les efforts faits par Méray, dès 1874, introduisant une part expérimentale, sans une grande rigueur.

Le traité de Méray, qui est destiné uniquement aux maîtres, apporte une foule d'idées nouvelles et originales. Des essais ont été faits d'après cette méthode.

On sait que M. Bourlet a fait lui-même un manuel de géométrie élémentaire en développant certaines idées de Méray. La considération des groupes de rotation, de translation et d'homothétie lui permet d'éviter l'axiome d'Euclide. Son manuel, qui est destiné au premier cycle, rentre dans la catégorie C, mais l'auteur se propose d'en faire un pour la catégorie B et ensuite un autre pour la catégorie A. Il signale à ce propos les perfectionnements apportés à sa méthode par M. ROUSSEAU, dans un article publié dans *l'Enseignement mathématique* du 15 mars 1909 (p. 81-97). En résumé il

estime que l'on doit chercher un même système de géométrie dans lequel l'exposé B pourrait se déduire de A, C de B et D de C; suivant l'âge de l'élève on prendrait successivement l'étude en allant de $D \longrightarrow C \longrightarrow B \longrightarrow A$.

M. HOBSON parle de la méthode et des manuels en usage en *Angleterre*. Ceux-ci ont en effet de la tendance à aller de la catégorie B_B à B_C . Les critiques qui se sont élevées contre l'emploi d'Euclide tiennent, non pas au défaut de la méthode, mais surtout à l'ordre des faits géométriques examinés. Il faut développer le raisonnement logique par une acquisition systématique des connaissances géométriques, mais il n'est pas nécessaire d'avoir un système de postulats et d'axiomes. Il est d'accord avec M. Veronese pour ce qui est des idées de M. Perry; elles ne fournissent pas de méthodes générales.

M. DINTZL (Vienne) apporte des renseignements concernant l'*Autriche*. Faute de temps, il doit se borner aux points caractéristiques qu'il développe ensuite par écrit pour ce compte rendu.

Dès 1849 les manuels se rattachent à la catégorie C, et aujourd'hui encore c'est le système dominant dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes autrichiennes; ce système est étroitement lié à l'enseignement graduel qui caractérise le plan d'études en Autriche.

Dans les trois années du degré inférieur l'enseignement a un caractère purement *propédeutique*; les notions et propositions sont presque exclusivement tirées de l'*intuition*; par cela même l'intuition en est fortifiée et les élèves sont ainsi amenés à dessiner, mesurer, construire des modèles. Ce n'est guère qu'exceptionnellement, (par exemple au sujet du théorème de Pythagore) que des déductions très courtes sont introduites.

Dans la quatrième année, où les élèves entrent vers 13 ou 14 ans, l'enseignement arithmétique débute par une exposition des lois régissant les opérations et des rapports des opérations entre elles. Le champ des études géométriques de cette classe comprend la planimétrie. A côté de l'intuition on introduit ici graduellement le raisonnement logique qui, surtout dans les dernières années, tend à prévaloir, sans toutefois supplanter complètement l'intuition. Les programmes officiels disent à ce sujet qu'en géométrie le raisonnement rigoureux ne doit être exposé complètement que pour quelques théorèmes isolés et qu'en arithmétique les notions sur les rapports des opérations entre elles seront obtenues au moyen des équations de condition.

Cela n'implique cependant aucunement qu'en géométrie il ne puisse être parlé d'axiomes ou qu'en arithmétique on doive exclure, par exemple, les principes à la base de l'addition, de la multiplication, etc. De la manière dont la notion de fonction et les éléments du calcul infinitésimal sont traités, il ressort nette-

ment que l'intuition joue un rôle également dans les degrés supérieurs. Ces notions sont en effet introduites en faisant un usage fréquent de la représentation géométrique. Le niveau de l'enseignement n'est cependant nullement rabaissé par l'importance marquée donnée à l'intuition ; il est aisé de s'en rendre compte par l'étude de la série de manuels autrichiens modernes (consulter les Rapports autrichiens, spécialement ceux qui concernent l'enseignement mathématique dans les écoles réales (fasc. 1), les gymnases (fasc. 3), ainsi que le rapport sur les manuels mathématiques (fasc. 5)).

Le système C est d'ailleurs celui qui, mieux que tout autre, satisfait à la condition psychologique d'adapter constamment l'enseignement au développement intellectuel de l'élève. Au reste, il convient de mentionner que pour les écoles moyennes autrichiennes on insiste spécialement sur le fait que l'enseignement des mathématiques doit s'adapter à la force moyenne des élèves et non aux facultés de quelques élèves particulièrement bien doués pour les mathématiques.

M. LIETZMANN nous adresse par écrit les renseignements qu'il n'a pu donner à la séance, faute de temps. — En *Allemagne* il n'est pas usage, comme dans la plupart des grands États, de répartir l'enseignement de la géométrie en deux cycles, dont le second part de nouveau des notions fondamentales. Il est vrai que le cours proprement dit est généralement précédé d'un enseignement propédeutique ; mais celui-ci est très court, de quelques semaines à un an. Les élèves commencent ainsi l'étude systématique à 11 ou 12 ans environ. Dans ces conditions — et c'est ainsi depuis plusieurs décades — l'enseignement doit nécessairement tenir compte du jeune âge des élèves et procéder suivant la méthode C. Toutefois les manuels, tout au moins les anciens, appartiennent presque tous aux catégories B_b et B_c . Ils procèdent d'une façon indépendante des chemins que suit la méthode d'enseignement, de manière à pouvoir encore être utilisés plus tard pour des retours en arrière. Dans ce but les fondements sont établis avec toute la rigueur possible dans ce domaine et les théorèmes sont développés le plus possible par la méthode déductive.

Tout récemment cependant on a fait paraître des ouvrages méthodiques qui s'adaptent davantage à l'enseignement donné et qui suivent par conséquent la méthode C. Cela tient à ce que l'on tend à étendre encore l'emploi de la méthode intuitive en tenant compte du développement psychologique de l'élève.

Dans tous les cas il faut faire remarquer que, dans les degrés supérieurs, on ne revient pas d'une manière systématique aux fondements, sauf quelques exceptions où l'on a essayé d'examiner quelques questions relatives aux fondements, par exemple l'indépendance des axiomes. En *Allemagne* les élèves terminent

de bonne heure (à 15 ou 16 ans) le programme de géométrie qui, dans la plupart des pays, est limité au champ des éléments d'Euclide. Pendant les deux ou trois dernières années ils abordent des domaines plus modernes, tels que la géométrie analytique et synthétique des sections coniques, la géométrie descriptive, etc.

Pour tout ce qui touche à la rigueur, il me semble qu'il faut attribuer une importance fondamentale à la question de l'enseignement par cycles, c'est-à-dire si l'on enseigne la Géométrie en un ou deux cours, ou même en trois, comme en France. Peut-être que le prochain congrès pourra examiner de plus près la question et étudier en même temps les raisons d'ordre psychologique.

ETATS-UNIS. — M. J.-W.-A. YOUNG (Chicago), membre de la Sous-commission A, a bien voulu envoyer une Note fournissant des renseignements concernant les *Etats-Unis*. Les lecteurs la trouveront annexée à la fin du compte rendu de cette séance.

REMARQUES DE M. F. ENRIQUES. — Au sujet de la distinction établie entre le point de vue logique et le point de vue intuitif, M. Enriques croit qu'il convient d'appeler l'attention de la Commission sur la différence entre la méthode *intuitive* et la méthode *expérimentale*. Il est très remarquable que parmi les partisans de la méthode expérimentale se trouvent souvent des logiciens. C'est ainsi que — chez nous — le regretté VAILATI était surtout adversaire de l'appel à l'intuition, mais il voulait d'un côté la rigueur logique, de l'autre côté le développement de véritables expériences géométriques. Dans la même situation se trouve peut-être en partie l'école de PEANO. En Danemark, le traité de BONNESEN donne aussi un exemple remarquable de liaison entre une véritable rigueur logique et l'emploi de l'expérience. Il y a lieu de tenir compte de ces faits dans la classification proposée.

A. II. — La question de la fusion

des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.

Nous reproduisons ici le résumé rédigé par M. Ch. BIOCHE, rapporteur. Dans cet exposé l'auteur tient compte des remarques fournies par la discussion à laquelle ont pris part MM. LIETZMANN, LAZZERI, VERONÈSE, CASTELNUOVO, d'OVIDIO, BOURLET et KLEIN.

M. Bioche précise d'abord ce qu'on entend par les tendances *puriste* et *fusionniste*.

Les *puristes* évitent d'introduire en arithmétique la considération des grandeurs concrètes, et d'employer le calcul en géométrie; ils traitent séparément les questions de géométrie plane et celles de géométrie de l'espace; bref, ils séparent rigoureusement les divers domaines.

Les *fusionnistes*, au contraire, exposent la théorie des grandeurs proportionnelles en prenant des exemples géométriques; ils utilisent les représentations graphiques en arithmétique ou en algèbre, et les formules de trigonométrie en géométrie; ils n'attendent pas, pour aborder les questions de géométrie de l'espace, que tout le programme de géométrie plane soit traité.

On ne peut donner que des indications un peu vagues sur la question, non seulement parce qu'il y a une grande variété de programmes et de méthodes d'un pays à un autre, mais surtout parce que la fusion de deux matières d'enseignement peut être faite à des degrés très divers; de plus, dans bien des cas, lorsque les programmes s'opposent plus ou moins complètement à une fusion, un certain nombre de professeurs regrettent cet état de choses et tâchent de faire de la fusion dans leur enseignement.

Enfin on peut pratiquer la fusion pour certaines matières sans la pratiquer pour d'autres. Je distinguerai donc différents cas, comme le proposent MM. Fehr et Lietzmann dans les deux lettres aux membres de la Sous-commission A pour préparer nos travaux.

a) *Algèbre, ou Arithmétique, et Géométrie*. Dans la plupart des pays il y a fusion; notamment les représentations graphiques sont très employées en arithmétique et en algèbre. En Allemagne, en Autriche et en Suisse on fait en outre de la Géométrie analytique pendant un an. Dans certains pays, l'Italie notamment, où la fusion n'est pas ordinairement employée, elle l'est cependant dans les écoles techniques (écoles réales).

b) *Planimétrie et Stéréométrie*. En général ces deux enseignements sont complètement séparés, sauf pour les classes de début, parce que les programmes s'y opposent. Mais on sait qu'il a paru de remarquables ouvrages de géométrie *fusionniste*, notamment ceux de M. MÉRAY en France et de M. LAZZERI en Italie qui vient d'être traduit en allemand par M. TREUTLEIN. En Allemagne il a paru déjà en 1844 un ouvrage fusionniste, celui de BRETSCHNEIDER; c'est sans doute le plus ancien.

Le livre de M. Méray¹, qui est resté longtemps presque inaperçu en France, a eu un grand succès ces dernières années; il a été utilisé surtout dans les écoles normales primaires ou dans les écoles techniques. Les programmes de l'enseignement secondaire séparent nettement la géométrie plane et la géométrie de l'espace pour les classes de II^e et de I^{re} C et D où se donne le premier enseignement logique de la géométrie.

Les *Elementi di Geometria* de M. Lazzeri² reproduisent les leçons faites par l'auteur aux élèves de l'Académie navale de Livourne.

¹ La 1^{re} édition a paru en 1874.

² La 1^{re} édition a paru en 1831; auparavant les leçons de M. Lazzeri avaient été lithographiées.

Ce livre, écrit sous l'entrave d'un programme officiel, fut approuvé par divers mathématiciens. La Société *Mathesis* provoqua une enquête d'où il résulta que les mathématiciens italiens étaient partagés en deux groupes presque égaux sur la question de la fusion. La société exprima, à l'unanimité, le vœu que les programmes fussent rédigés de façon à laisser les professeurs libres de suivre la méthode qu'ils jugeraient la meilleure. Des programmes rédigés dans ce sens par M. d'Ovidio parurent en 1900 et permirent des expériences de méthodes fusionnistes. Mais des programmes publiés quatre ans plus tard ont arrêté les essais déjà commencés.

c) *Planimétrie et Trigonométrie*. Dans la plupart des pays, il y a séparation complète entre ces deux matières. En France, au contraire, la fusion se fait; certains programmes mentionnent expressément des notions de trigonométrie au milieu d'un ensemble de questions relatives aux propriétés métriques.

d) *Stéréométrie et Géométrie descriptive*¹. Ces enseignements sont en général séparés: quelquefois même ils ne sont pas donnés par le même professeur.

En *Autriche* l'enseignement de la Géométrie descriptive est associé à celui de la Géométrie dans l'espace, et utilisé pour ce dernier. M. DINTZL nous adresse sur cette question quelques renseignements complémentaires. Dans les *Realschulen* ce n'est que dans la IV^e classe qu'il y a fusion entre le Dessin géométrique (cette matière n'est appelée Géométrie descriptive que dans les trois classes supérieures) et la Stéréométrie, puisque pour la théorie des projections les conceptions et les théorèmes de stéréométrie doivent nécessairement trouver place dans l'enseignement. Dans les classes supérieures, la Géométrie descriptive est une matière autonome et comme telle séparée de la Stéréométrie qui se trouve, dans la V^e classe, principalement consacrée à l'évolution des surfaces et des volumes. Il y a quelque chose de semblable dans les *Realgymnases* dans lesquels la Géométrie descriptive n'est enseignée que pendant deux ans, et en même temps est séparée de la Stéréométrie dans la V^e classe. Sans doute il doit y avoir entre les deux matières, dans les classes citées, une étroite dépendance. Mais on n'a pas encore une longue expérience puisque les *Realgymnases* sont nés en 1907. Au *Gymnase* on peut parler d'une fusion puisqu'on illustre l'enseignement de la Stéréométrie par des projections parallèles en plan et élévation, ou des projections obliques de corps simples. Cependant cet enseignement ne tire pas davantage parti du dessin stéréométrique pour ce qui est l'objet de la Géométrie descriptive dans les *Realgymnases* et les *Realschulen*.

¹ En Italie l'enseignement de la Géométrie descriptive ne se donne, d'une manière systématique, qu'aux Universités ou dans des écoles techniques supérieures.

e) *Géométrie synthétique et Géométrie analytique des coniques.*
On trouve tous les modes imaginables relativement à cette question.

En Autriche, par exemple, on étudie analytiquement les coniques. En France, on les étudie synthétiquement, tout en établissant les équations réduites; c'est généralement en utilisant l'équation réduite de l'ellipse qu'on démontre que cette courbe est projection orthogonale du cercle. En Angleterre, on fait une étude synthétique et une étude analytique séparées.

En Allemagne on étudie les coniques synthétiquement et analytiquement, en général d'une manière séparée, dans les derniers temps souvent ensemble. En Italie, les coniques sont étudiées seulement dans les instituts techniques (Oberrealschulen), en les regardant comme sections du cône de rotation.

Il peut être intéressant de faire la remarque que c'est surtout dans les enseignements techniques que se pratique la fusion de divers enseignements.

ANNEXE

Rapport adressé à la Sous-commission A

par J. W. A. YOUNG (Chicago).

INTRODUCTION. — Je traiterai les questions proposées en partie en me plaçant au point de vue du sujet mathématique et de l'âge de l'élève, sans prendre en considération les conditions spéciales de nation ou d'organisation éducative, et en partie en me plaçant au point de vue des conditions locales d'Amérique. Relativement à ce dernier point, il est nécessaire de rappeler très brièvement certains caractères de l'organisation américaine qui doivent être pris en considération pour savoir si les procédés mis en évidence dans les questions proposées sont praticables ou non dans les conditions américaines.

Alors qu'en Allemagne ou en France, l'élève passe neuf années dans un même établissement (*gymnase, lycée*) sous le même corps enseignant, les maîtres de mathématiques étant tous préparés à l'enseignement des parties les plus avancées du programme, et travaillant tous vers un même but, en Amérique, ces neuf années sont réparties entre *trois différents types d'établissements*, ayant des buts différents, une organisation différente, des méthodes différentes et des maîtres différents, de préparation mathématique très différente.

Cinq années (entrée minimum normale de 9 à 13 ans inclus) se passent dans les écoles élémentaires (Elementary Schools). On y enseigne l'arithmétique (Rechnen, calcul), un peu de géométrie d'observation et la mesure des figures géométriques. Le maître (presque toujours une maîtresse) a rarement poussé sa préparation mathématique au delà d'une année d'algèbre élémentaire et d'une année de géométrie, et souvent même pas si loin. Cet unique maître, du reste, enseigne également les autres branches d'étude et n'a pas d'aptitude ou de préparation spéciale pour enseigner l'arithmétique plutôt que l'anglais, l'histoire, la géographie, etc.

Trois années (entrée minimum normale de 14 à 16 ans) se passent à l'école supérieure dite *High School*. Ici, l'algèbre élémentaire (équations du second degré) et la géométrie plane et de l'espace sont enseignées par un maître (probablement dans la majorité des cas une maîtresse) dont la préparation mathématique n'a pas dépassé, à part quelques rares exceptions, un cours d'une année sur le calcul différentiel et intégral (*calculus*) et le plus souvent ne va même pas jusque là. L'enseignement des mathématiques se fait par un spécialiste dans ce domaine, ou bien par un maître pouvant enseigner les mathématiques et un autre sujet — comme par exemple la physique, — quoiqu'il arrive souvent que des classes mathématiques sont confiées à des maîtres dont les spécialités sont des sujets n'ayant aucune relation avec les mathématiques.

Une année (entrée minimum normale 18 ans¹) se passe au *collège*. Ici, les compléments d'algèbre, la trigonométrie, les éléments de géométrie analytique et quelquefois d'analyse sont enseignés par un professeur (presque toujours un maître, excepté dans les collèges de jeunes filles) qui, dans les meilleurs établissements possède souvent le titre de docteur en mathématiques.

Par ce bref aperçu, on se rend facilement compte que les questions de savoir si une transformation est désirable théoriquement et si cette transformation est réalisable pratiquement, peuvent recevoir, si l'on se place dans les conditions de l'Amérique, des réponses tout à fait différentes.

A. — *L'influence de l'exposition systématique des mathématiques dans l'instruction secondaire.*

I. — *Jusqu'à quel point, dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes de l'exposé systématique des mathématiques ?*

J'expliquerai tout d'abord sur quelle interprétation des termes de la question ma réponse est basée. Par « écoles moyennes » j'entends les neuf années mentionnées ci-dessus. Par « exposition systématique des mathématiques » j'entends leur présentation

¹ L'école supérieure (High School) comprend quatre années, mais l'élève ne fait généralement pas de mathématiques durant la quatrième année.

méthodique (*formal*), de façon à placer en première ligne leur organisation logique et à présenter en une suite convenable un enchaînement complet de définitions, d'axiomes et de théorèmes. Et finalement, j'entends que « tenir compte » ne concerne pas seulement l'« exposition systématique » proprement dite qui se fait en classe même et qui est relative au domaine des mathématiques, mais aussi l'influence indirecte que de telles expositions pratiquées ailleurs dans la sphère d'influence du professeur (par exemple dans les conférences universitaires et dans les publications) peuvent avoir sur l'instruction secondaire.

Dans ce dernier ordre d'idée, le travail de l'école moyenne peut et devrait tenir compte d'une façon complète de l'exposition systématique des mathématiques. Lors de sa préparation académique, le professeur devrait non seulement s'être rendu maître de l'exposition systématique de nombreux domaines des mathématiques supérieures, mais aussi de l'exposition systématique et critique du champ entier du programme secondaire, en même temps que des sujets de mathématiques supérieures qui s'y rapportent. Le premier genre d'exposition systématique a toujours été amplement fourni par les universités, et il est heureux de constater que des cours concernant le second genre d'exposition systématique commencent à s'introduire dans diverses universités. Puisse leur nombre augmenter rapidement ! La grande majorité des étudiants en mathématiques de l'université (du moins en Amérique) deviennent plus tard maîtres dans l'enseignement secondaire tel qu'il a été défini plus haut, et bénéficieront grandement d'une exposition systématique de la construction logique des divers domaines des mathématiques secondaires, présentée avec toute la largeur de vue et la perspicacité voulues du professeur universitaire. Naturellement, je n'ai en vue ici que le côté théorique, sans penser à des questions méthodiques ou didactiques quoique l'université, à mon avis, pourrait bien s'occuper également de questions de ce genre, du moins incidemment.

Une fois le maître à son travail d'enseignement, il devrait se tenir au courant des progrès concernant le côté systématique de son domaine. Ici également, l'université peut être d'une grande utilité, soit par des cours concernant l'enseignement, destinés aux maîtres de l'enseignement secondaire et que ceux-ci pourront suivre dans les heures disponibles, soit par des publications ayant pour but de les tenir au courant de ce qui se fait. Il est encourageant de remarquer qu'à cet égard aussi, il existe de nombreux exemples excellents, bien dignes d'émulation.

Admettons donc que le maître possède lui-même une préparation systématique complète et actuelle des sujets qu'il enseigne, occupons-nous maintenant de la façon dont cette connaissance devrait affecter son enseignement.

Il va sans dire que son enseignement devrait être construit sciemment sur un système logique, un squelette bien articulé supportant l'organisme mathématique ; mais il ne s'ensuit pas que l'élève devrait avoir conscience de ce squelette supportant le corps de la doctrine mathématique, telle qu'elle est exposée dans les établissements secondaires, pas plus qu'il n'est conscient du squelette supportant le corps de son propre maître. Les enfants peuvent facilement s'effrayer si on leur présente prématurément un squelette. L'organisation systématique est un événement relativement tardif dans le développement scientifique. Tout d'abord, les faits concrets sont acquis ; puis, de ces faits concrets, on déduira le corps de doctrine, sous la forme de théorèmes plus ou moins isolés ; finalement, le corps de connaissance abstraite est organisé en une entité systématique.

Par conséquent, il semble que les débuts devraient se faire d'une façon concrète, aussi bien dans l'enseignement secondaire en général que dans le travail d'une année particulière ou dans l'exposition d'un sujet spécial quelconque ; les procédés abstraits (abstraits relativement à la maturité et au degré d'avancement de l'élève) n'apparaissant que pour éviter de trop nombreuses répétitions concernant des exemples concrets essentiellement pareils. Le but de l'enseignement de la classe n'est pas de faire des mathématiques abstraites, mais plutôt des mathématiques présentant par-ci par-là des procédés *abstraites*. Herbert Spencer a fait remarquer très justement (*Education*, chap. II) que « les hommes s'imaginent que les formules générales inventées par eux pour exprimer des groupes de détails et qui simplifient leurs conceptions par la représentation de plusieurs faits par un seul, que ces formules doivent également simplifier les conceptions d'un enfant. Ils ont oublié qu'une généralisation n'est simple qu'en comparaison de tout l'ensemble des vérités particulières qu'elle comprend, qu'elle est plus complexe que l'une quelconque de ces vérités prise séparément... et que, pour un esprit ne possédant pas ces vérités particulières, elle est un mystère. Confondant ainsi deux genres de simplification, les maîtres se sont constamment trompés en débutant par les « premiers principes ». »

En se plaçant au point de vue de l'élève, l'organisation systématique est un résultat plutôt qu'un point de départ de l'enseignement, et, tandis qu'il poursuit son programme d'année en année, sa maturité croissante et ses connaissances mathématiques de plus en plus étendues lui fournissent de mieux en mieux la base nécessaire à l'organisation formelle de cet ensemble de faits en un système cohérent.

Nous devrions peut-être considérer également la question en donnant simplement à l'« exposition systématique » l'interprétation beaucoup plus étroite d'une exposition de laquelle l'intuition

est rigoureusement exclue, et où le corps de doctrine complet est construit sur un ensemble de définitions et de postulats formulés explicitement.

Pour ce qui concerne l'enseignement secondaire, il ne me semble pas bon d'essayer d'en exclure l'intuition, quel que soit le degré d'avancement auquel on est parvenu ; ou de restreindre ou d'entraver d'une façon quelconque la liberté d'avoir recours à l'intuition. Les recherches de caractère non-intuitif qui se sont faites durant ces dernières dizaines d'années ont eu, il est vrai, une importante répercussion sur l'enseignement secondaire, et, par conséquent, le maître devrait avoir pris connaissance de leurs résultats généraux et les avoir étudiées d'une façon suffisamment détaillée pour en avoir saisi l'esprit. Mais cette répercussion n'est pas de nature à justifier un usage moins fréquent de l'intuition en classe et une tendance plus effective à la rigueur formelle ; tout au contraire. Le maître n'a qu'à examiner par exemple une suite de postulats indépendants de la géométrie plane, pour se rendre compte qu'il serait absolument impraticable de les présenter en classe. Il y trouvera des axiomes et des théorèmes qui jusqu'alors ont été tacitement acceptés en classe et qui sont si évidents intuitivement que leur mention en classe ne ferait que désorienter l'élève.

Par exemple ¹ :

« Les termes non définis sont « point » et « ordre ».

Axiome I. Il existe au moins deux points distincts.

Axiome II. Si des points A, B, C sont dans l'ordre ABC, ils sont dans l'ordre CBA.

Axiome III. Si des points A, B, C sont dans l'ordre ABC, ils ne sont pas dans l'ordre BCA.

Théorème 1. Si des points A, B, C sont dans l'ordre ABC, ils ne sont pas dans l'ordre CAB. (Preuve par les axiomes II et III).

Théorème 2. L'ordre ABC implique que A est distinct de B, et B de C.

• *Théorèmes subséquents.*

Théorème 5. Si DE est une ligne, il existe un point F non situé sur cette ligne.

Théorème 6. Entre deux points distincts quelconques il existe un troisième point.

Ces axiomes et ces théorèmes sont cités pour montrer combien les propositions, dont on peut déduire toutes les autres, sont peu nombreuses et simples, et combien la campagne qui doit être menée, même à l'heure actuelle, contre cette idée « de ne pas admettre sans démonstration ce qui peut être prouvé » est futile. Ils montrent clairement qu'il est impraticable d'énumérer en géo-

¹ VEBLEN, *Trans. Am. Math. Soc.*, 1904, p. 343 et suiv.

métrie élémentaire tous les axiomes qui y sont en usage, et que ces derniers ne doivent pas être réduits à ceux qui sont indémontrables par le moyen des autres. Il ne faut même pas chercher de preuves pour justifier la validité de ces axiomes. Il est suffisant qu'ils soient valides relativement à la géométrie concrète du monde qui nous entoure; et, du reste, ce sont des vérifications spéciales de ce genre qu'utilisent en guise de preuve, les auteurs sur ce sujet, pour établir la validité et l'indépendance de leurs axiomes. Les récentes recherches sur les axiomes condamnent, une fois pour toutes, tout espoir d'enseigner à l'enfant une géométrie logiquement parfaite dans laquelle tous les résultats sont déduits d'un ensemble de principes fondamentaux irréductibles, et avec cet espoir disparaît la raison d'adhérer plus longtemps à cette apparence d'un tel système déductif rigoureux.

Le maître qui comprendra la juste portée de ces recherches, accordera pleine liberté à l'intuition, acceptant sans démonstration tout ce qui est suffisamment évident par intuition; il acceptera tacitement quelques-uns de ces postulats ou axiomes, il en citera d'autres à titre d'informations, en les faisant précéder d'un « sans doute » ou d'un « il est évident que », enfin il en présentera peut-être encore quelques-uns d'une manière formelle, en tant qu'« axiomes ». Il débutera par des théorèmes suffisamment compliqués pour nécessiter une démonstration aux yeux de l'élève, il s'écartera à volonté des formes traditionnelles, fera librement usage du mouvement (superposition, translation parallèle, rotation autour d'un point ou d'un axe) dans les définitions ou démonstrations, chaque fois qu'il sentira qu'en opérant ainsi il simplifie les choses, et, dans tout cela, il ne s'effrayera pas du fait que son système pourra présenter une certaine redondance, mais il se déclarera satisfait à la pensée que les démonstrations qu'il aura données dans son enseignement seront de véritables preuves, aussi bien comme étant des conséquences légitimes de l'ensemble des propositions primitivement admises, que comme assurant l'élève de la justesse de propositions qui ne lui sont pas autrement évidentes.

Passant aux questions secondaires, il semble inutile d'ajouter quelque chose aux questions *a)*, *b)*, *c)*. Relativement à la question *d)*, j'ajouterai qu'en ce qui concerne l'Amérique, les maîtres (exceptés ceux qui enseignent dans les collèges) n'ont eux-mêmes qu'une faible connaissance des développements modernes des mathématiques, et par conséquent, ces idées n'ont pas encore eu d'influence bien marquée sur l'enseignement secondaire du pays en général. Il existe cependant un fort contingent, toujours croissant, de maîtres qui profitent des facilités qui leur sont offertes par les cours d'été des universités et collèges, par les assemblées des diverses associations de maîtres, et par les livres et publications périodiques, pour approfondir leurs connaissances

mathématiques et pour se mettre en contact avec les idées modernes.

Deux propositions, en outre, qui ont été présentées dans les discussions récentes, quoique ne concernant pas des développements mathématiques absolument modernes, ont été acceptées avec approbation. L'une d'elles est relative à la plus grande attention à accorder aux applications des mathématiques aux sciences physiques et à la vie pratique, et l'autre à la plus grande importance à attribuer à la notion de fonction (y compris la représentation graphique des fonctions sur papier quadrillé).

II. *La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.*

Conformément à la circulaire de M. H. Fehr, secrétaire-général, j'examinerai les cas suivants :

a) *Algèbre et géométrie.* — En Amérique, l'enseignement de ces deux branches a été et est encore l'extrême opposé d'une fusion. Les sujets sont enseignés dans des années séparées, et lorsqu'on étudie l'un, l'autre est complètement laissé de côté. L'algèbre est généralement commencée dans la première année de l'école supérieure (*High School*) (la sixième année de la période de neuf années désignée plus haut par le terme de « moyenne ») et est enseignée durant toute cette année. L'année suivante la géométrie plane est commencée et achevée. On y fait aucun usage des connaissances algébriques acquises l'année précédente. L'année d'après on reprend l'algèbre pour un semestre et pendant le second semestre on étudie la géométrie de l'espace toute entière. L'enseignement de l'algèbre ignore les connaissances de géométrie plane de l'élève et l'enseignement de la géométrie de l'espace, de même, ne tient pas compte de ses connaissances algébriques. Durant ces dernières dix années environ, quelques établissements se sont écartés du plan d'étude qui vient d'être cité et ont fait diverses tentatives de fusionner le programme d'algèbre et de géométrie des deux premières années de l'école supérieure (*High School*) (la sixième et la septième année de la période « moyenne ») en un cours unique et « cohérent » de « mathématiques ». Ce travail de fusionnement en est encore à sa période expérimentale et il serait trop tôt de parler de son introduction probable dans l'enseignement.

L'enseignement simultané de l'algèbre et de la géométrie, à la place de leur enseignement successif, a été également proposé, mais n'a été entrepris jusqu'à présent que par un très petit nombre d'établissements¹. Il me semble que ce devrait être la prochaine démarche à entreprendre par les *High Schools* améri-

¹ Je pourrais ajouter qu'étant donné l'absence générale de législation centrale, il est possible pour la grande majorité des écoles d'introduire une transformation de ce genre dès qu'elles le désirent.

caines. Cette juxtaposition des deux branches est facilement réalisable dans les conditions actuelles, et rendrait possible la plupart des fusions désirables, sans exiger la complète réorganisation du travail que nécessiteraient ces dernières.

Personnellement, je ne puis, quant à présent, m'enrôler parmi les avocats de la fusion. Je crois fermement que l'enseignement simultané de l'algèbre et de la géométrie est préférable à leur enseignement séparé tel qu'il a lieu en Amérique. L'expérience du monde en général justifie amplement cette façon de penser et il est inutile de discuter la question ici. Un enseignement simultané offre la possibilité de faire un fréquent usage des méthodes de l'une des branches dans l'étude des questions qui se présentent dans l'autre branche, et l'on devrait s'efforcer, spécialement en Amérique, de faire usage de ces possibilités. J'aimerais qu'on enseigne ces deux branches comme deux domaines coordonnés des mathématiques, pouvant mutuellement se rendre des services, et je pense que le mur impénétrable qui les a si longtemps séparées en Amérique devrait être abattu, ou qu'on y ménage des portes en quantités suffisantes pour qu'il soit possible de passer à volonté d'un domaine dans l'autre. Mais, la disparition du mur ne changera pas le caractère essentiel des domaines. Si l'un de ces domaines était une plaine et l'autre une colline, ils resteraient ce qu'ils étaient, une fois le mur abattu. S'ils sont suffisamment peu élevés, il sera peut-être possible de les graduer tous deux en une pente uniforme, mais une pareille uniformité pourrait ne pas être désirable même en cas de possibilité.

Il me semble que les domaines de l'algèbre et de la géométrie sont essentiellement différents, aussi bien dans le fond que dans la méthode, et que ces différences sont suffisantes pour exclure la possibilité d'une fusion des deux en un tout unique qui ne serait ni de l'algèbre ni de la géométrie, mais une combinaison réelle des deux. Du reste, même en admettant la possibilité, cette fusion ne m'apparaît pas comme désirable. Ce serait une perte réelle, si quelqu'un réussissait à fusionner ces deux domaines et méthodes de pensée, chacun si vivant et si bien caractérisé, en une combinaison neutre. Je veux bien que mon roast beef et mon dessert me soient servis dans un même dîner, mais je ne désire nullement qu'on les mélange en un seul mets.

b) *Planimétrie et stéréométrie* ;

c) *Planimétrie et trigonométrie* ;

d) *Stéréométrie et géométrie descriptive*. — Je n'ai pas étudié avec suffisamment d'attention la question de la fusion de ces couples de branches pour pouvoir donner beaucoup de renseignements importants sur ce sujet. A ma connaissance, aucune tentative sérieuse concernant des fusions de ce genre n'a été faite en Amérique, et quelque importants que soient leurs mérites théo-

riqués, il serait encore prématuré de les introduire dans ce pays. Pour un Américain, la question de savoir si la fusion de ces branches est désirable ou non, est d'un ordre entièrement abstrait, c'est pourquoi cette question devra probablement laisser la place à d'autres, concernant des transformations qui pourraient être entreprises plus rapidement en cas de besoin. Au point de vue abstrait, et en me basant sur des considérations d'ordre fortuit, je ne suis nullement convaincu qu'il soit désirable de fusionner ces sujets durant les premières années.

Ce serait cependant une excellente idée de réunir, dans les leçons de géométrie dans l'espace, différents groupes de théorèmes analogues de géométrie plane et de l'espace. Ceci pourrait se faire à la fin du cours de géométrie dans l'espace, lors d'un résumé et d'une révision des deux sujets.

Il serait aussi avantageux peut-être de définir les fonctions trigonométriques d'angles aigus lors de l'étude des triangles rectangles semblables, et d'introduire l'usage des tables des valeurs naturelles de ces fonctions à propos de la résolution des triangles rectangles. On pourra ensuite généraliser les définitions au cas d'angles obtus, démontrer géométriquement les formules nécessaires pour la résolution des triangles quelconques, et les utiliser à la résolution de problèmes simples. Lorsque l'algèbre et la géométrie sont enseignées simultanément, on pourra commencer l'étude des logarithmes en algèbre, un peu avant l'étude des fonctions trigonométriques, ce qui permettra également de faire usage des tables trigonométriques relativement à ces fonctions. Cette mesure concernant l'étude des fonctions trigonométriques semble être avantageuse comme venant compléter le programme de géométrie plane, mais je suis loin d'être un ardent partisan de l'introduction trop rapide des parties plus générales du sujet, comme par exemple la définition des angles positifs et négatifs de grandeur quelconque et des fonctions trigonométriques de ces angles, la démonstration générale des relations entre les fonctions d' x et celles des angles du type $\frac{n\pi}{2} + x$, les formules d'addition et leurs conséquences, etc. Il serait plus prudent de réserver cette partie qui est généralement enseignée sous le titre de « trigonométrie » pour la dernière année par exemple de la période moyenne.

e) *Géométrie synthétique et Géométrie analytique des sections coniques.* — A ma connaissance, aucune tentative de fusionnement de ces deux genres d'étude n'a été faite en Amérique. On est généralement d'avis, semble-t-il, que le développement de la nouvelle méthode de géométrie analytique est de première importance et qu'elle serait gênée plutôt que facilitée si l'on traitait également les problèmes par les méthodes synthétiques familières

aux étudiants. En Amérique, les élèves de géométrie analytique ont rarement au-dessous de dix-huit ans et souvent au-dessus de vingt, et possèdent une puissance d'attention et de concentration suffisamment bien développée pour poursuivre avantageusement une étude prolongée en se servant uniquement de la géométrie analytique. Il serait intéressant cependant d'examiner si un cours quelconque de géométrie synthétique, par exemple sur les sections coniques, ne pourrait pas être introduit dans les *Colleges* d'Amérique. Actuellement, le programme d'algèbre de la *High school* est continué au *College* par des cours d'algèbre, sur la théorie des équations, etc. mais on n'y trouve pas de suite correspondante pour le programme de géométrie synthétique élémentaire, de sorte que l'étudiant qui, même après avoir étudié passablement de mathématiques, sort du *College* ou de l'université pour enseigner les mathématiques dans une *high school* se rend compte que ses connaissances algébriques se sont accrues lors de son travail de collège, mais qu'il n'en est pas de même pour ses connaissances de géométrie synthétique élémentaire, et il se trouve comme maître à la tête d'une classe en ne possédant du sujet qu'il va enseigner que ce qu'il avait lui-même appris comme élève, dans une classe analogue.

f) *Calcul différentiel et calcul intégral*. — Des tentatives de fusionnement de ces deux sujets, jusqu'à des limites variables, ont été faites en Amérique, mais pas, à ma connaissance, d'une façon décisive. Je présume qu'il en est peu qui favoriseraient le fusionnement le plus étroit possible, c'est-à-dire l'introduction dès le début les trois concepts fondamentaux du Calcul — la dérivée, l'intégrale indéfinie et l'intégrale définie — et en traitant si possible chaque problème pour la première fois en partant de l'un de ces points de vue. Par contre, il en est peu également qui favoriseraient l'autre extrême, c'est-à-dire une étude prolongée et détaillée du calcul différentiel avant même d'introduire les éléments du calcul intégral. Après avoir expérimenté diverses possibilités, je procède actuellement comme suit : tout d'abord, dans le calcul différentiel, différentiation des fonctions usuelles et leurs combinaisons par les opérations usuelles, dérivées successives de quelques fonctions simples de ce genre, représentation graphique de courbes (en se servant de la première et de la seconde dérivée), maxima et minima, développements simples par les formules de Maclaurin et de Taylor avec applications faciles. On continue par une étude simple de l'intégrale indéfinie, puis, par un bref examen de l'intégrale définie. En Amérique, le degré de maturité des élèves qui étudient le calcul différentiel et intégral est tel que cette étude du problème inverse se fait en corrélation suffisamment étroite avec le problème direct pour permettre la complète utilisation de leurs relations mutuelles, alors que leur

esprit n'est pas désorienté par de fréquents abandons et reprises de sujets non terminés, mais est satisfait par une étude plus ou moins complète de chaque sujet. J'ai trouvé que cette distribution était en général plus satisfaisante que mes tentatives de fusionnements plus complets.

(Traduction de M. J.-P. DUMUR, Genève.)

V. — TROISIÈME SÉANCE

Mercredi 20 septembre, à 9 h. du matin.

ORDRE DU JOUR :

- I. L'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles. — Rapport de la Sous-commission B. — Discussion.
- II. Les travaux de la Commission au Congrès de Cambridge.

I. — L'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles.

M. TIMERDING, qui a été chargé par la Sous-commission B de présenter le rapport général concernant cet objet, veut bien faire son exposé en français ; en voici son propre résumé :

Je préciserai d'abord les catégories d'étudiants dont il sera question aujourd'hui. Il s'agira non pas des mathématiciens, des physiciens et des ingénieurs pour lesquels les études mathématiques doivent former le centre et la base de leurs connaissances, mais des étudiants pour lesquels ces études ont en quelque sorte un caractère accessoire. Pour ceux-ci elles ne prennent une certaine importance que pour quelques parties de leurs occupations. Le nombre de ces professions est très grand et il nous paraît utile d'en faire tout d'abord une liste.

Une telle énumération doit tenir compte de l'ordre naturel et des relations mutuelles entre les différentes professions ainsi que de leurs rapports plus ou moins intimes avec les mathématiques. De cette sorte on verra dès le commencement, quels problèmes ces professions offrent à l'enseignement mathématique.

Comme Goethe l'a dit, notre vraie tâche consiste à formuler les problèmes, non à les résoudre. C'est ce que j'essaierai dans notre cas.

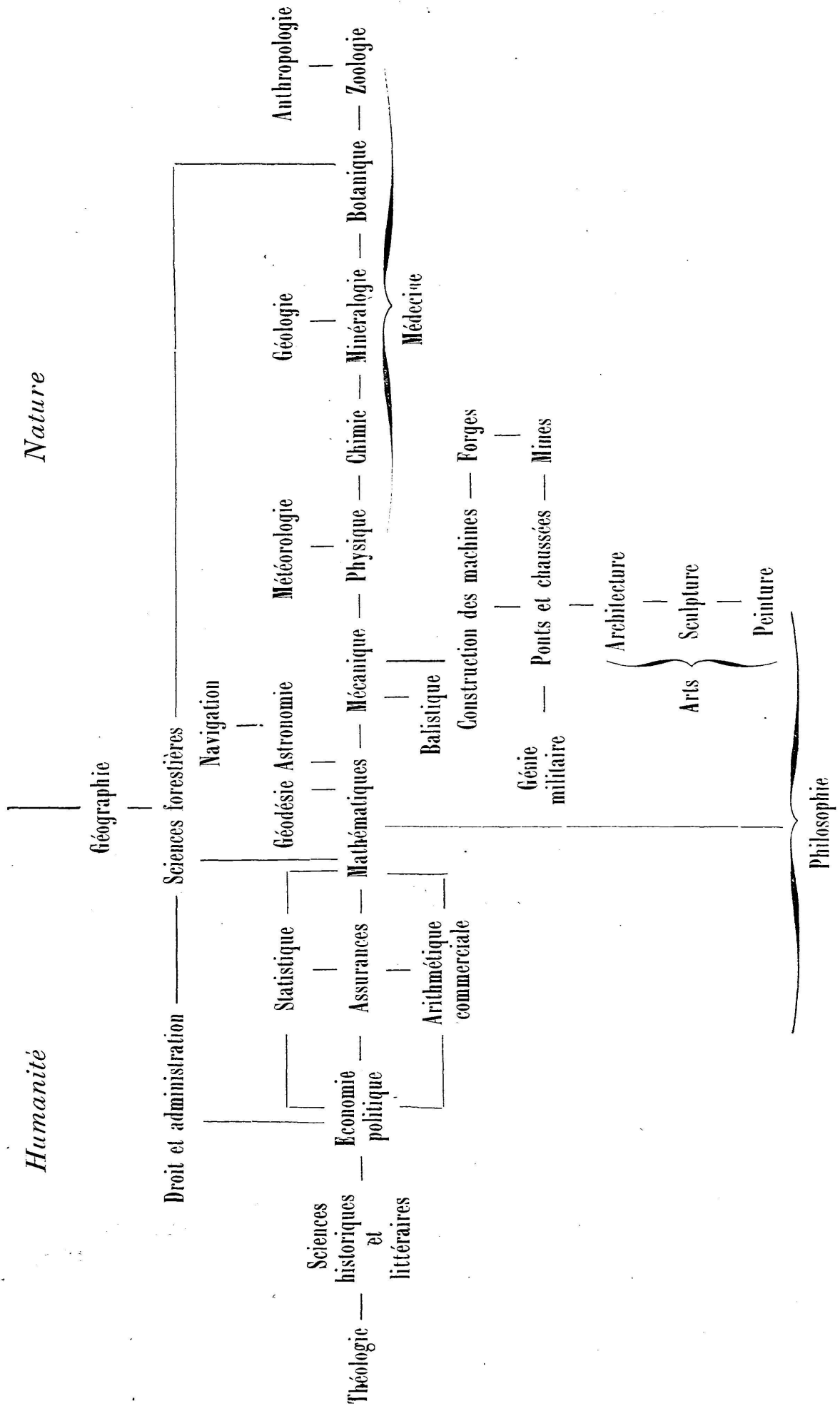
Pour pouvoir mieux m'expliquer je veux me servir d'une représentation graphique, d'une espèce d'arbre généalogique des connaissances humaines. Je commencerai en divisant par un trait vertical toute la surface de cette table en deux parties égales qui nous serviront à représenter les deux côtés qu'on peut distinguer dans toutes nos connaissances. Celles-ci se rapportent ou à la *nature* ou à l'*humanité*, ce seront là les deux parties de notre tableau.

Si je donne maintenant aux mathématiques une position centrale, ce n'est pas seulement par partialité pour la science qui nous réunit ici. Les mathématiques ont été presque toujours reconnues comme la science des premiers éléments de l'entendement humain et elles sont par conséquent la science fondamentale par laquelle on doit commencer l'énumération que nous voulons donner. Elles n'appartiennent ni entièrement au côté de la nature, ni à celui de l'humanité ; elles forment plutôt un lieu neutre ou si l'on veut un passage entre ces deux côtés.

Nous attacherons ensuite aux mathématiques la série des sciences naturelles. Ce sera d'abord la mécanique, puis la physique et après elle la chimie, la minéralogie, la botanique et la zoologie. A la physique on joindra encore la météorologie et à la minéralogie sera réunie la géologie. Le rapport entre ces sciences est en général tel que chacune d'entre elles influence celles qui la suivent dans la série. Mais on trouvera encore beaucoup d'autres relations entre elles que nous ne pouvons pas citer ici.

On peut placer ensemble la zoologie et l'anthropologie. Quant à la médecine nous devons la considérer comme une science pratique qui est en contact intime avec toutes les sciences naturelles. A la mécanique nous pourrions rattacher encore une autre série de sciences et de professions qui se rapprochent déjà plus du côté de l'humanité que ne le font les sciences naturelles proprement dites, qui sont même à la base de notre civilisation. Je veux parler des sciences techniques. La première d'entre elles s'occupe de la construction des machines. Celle-ci se rattache non seulement à la mécanique, mais aussi à la physique : il faut penser surtout à l'électrotechnique, et aussi à la théorie des machines à vapeur. On ajoutera ensuite la construction des voies de communications : ponts, chaussées et chemins de fer. De là il n'y a qu'un pas à l'architecture ; de celle-ci on passera à la sculpture, à la peinture et l'on entrera ainsi dans le domaine de l'art. On trouvera encore ici des relations nombreuses qu'il serait difficile d'épuiser. Comme seul exemple je citerai le lien direct que la perspective constitue entre les mathématiques et la peinture.

A la mécanique on pourra ajouter encore une science spéciale, la balistique qui s'y rattache directement. En parlant de l'artillerie, on pensera aussi aux fortifications : mais le génie mili-



taire entre presque entièrement dans la construction des ponts et chaussées que j'ai déjà citée.

Je dois nommer encore la technique des mines et des forges qui forme une science à elle, quoique très rapprochée de la construction des ponts et chaussées d'une part et de la construction des machines d'autre part.

Mais il y a encore d'autres sciences qui se rattachent très étroitement aux mathématiques. Ce sont avant tout la géodésie et l'astronomie. Naturellement ces dernières sont en outre liées à la mécanique et à la physique aussi bien qu'entre elles. La géodésie se continue directement par la géographie; celle-ci touché à un grand nombre de sciences, elle appartient en parties égales au côté de la nature et au côté de l'humanité, et on la divise à ce point de vue en géographie physique et géographie politique. Nous avons encore une espèce d'appendice et d'application de l'astronomie dans la navigation qui s'approche aussi de la géographie. De plus les mathématiques trouvent une application très curieuse dans la science forestière que nous pourrions placer aussi bien du côté « Administration » que du côté « Nature ».

J'ai nommé maintenant les sciences principales qui se trouvent du côté de la nature et je passerai au côté de l'humanité. Mais ici je dois me borner à celles des sciences qui montrent un rapport direct avec les mathématiques. Ce sont la statistique, la théorie des assurances et l'arithmétique commerciale. Derrière elles il y a la vaste région de l'économie politique. On a voulu trouver aussi pour celle-ci des rapports directs avec l'analyse mathématique. Ces rapports sont très intéressants; on pensera d'abord au calcul des probabilités dans lequel on a cru une fois trouver un moyen pour régler les actions humaines d'après des lois arithmétiques, mais tout cela a été soumis dans notre temps à une critique sévère, les calculs qu'on peut faire s'appuient nécessairement sur certaines idées qui ne sont pas généralement acceptées.

Les différentes sciences que nous avons représentées dans notre tableau sont liées entre elles — répétons-le encore une fois — d'une manière bien plus compliquée que nous ne pouvons le rendre visible. Aussi notre tableau est bien loin d'être complet et même d'être exact sous tous les rapports. Il partage ainsi le sort de toutes les images symboliques. Je veux mentionner par exemple une branche très essentielle de notre civilisation moderne que je n'ai pas encore nommée : ce sont les postes et télégraphes. Les connaissances qu'elle exige appartiennent aussi bien à la technique physique qu'à l'économie politique; et elle est encore étroitement liée à la géographie; la législature et la politique y jouent aussi un rôle important.

Ayant parlé jusqu'à présent des *matières* je dois dire aussi deux

mots sur les *méthodes*. Dans les parties à droite de notre tableau c'est l'observation des phénomènes de la nature qui remplace la déduction mathématique, dans les parties à gauche c'est au contraire la connaissance des faits d'histoire et des institutions humaines qui sert de base à l'étude des sciences sociales. On voit ainsi que les mathématiques se trouvent au centre d'un grand courant qui traverse les domaines de l'induction : d'une part l'induction expérimentale et d'autre part l'induction historique. Le courant lui-même appartient à la déduction. Mais la métaphore n'est pas exacte. Il ne s'agit pas précisément d'un seul courant entre deux bords bien marqués, mais il sort de ce courant un grand nombre de ramifications ou plutôt le courant dépasse ses bords et inonde les champs voisins, car la déduction joue un rôle important dans toutes les sciences. Au milieu du courant on ne doit pas seulement placer les mathématiques, mais aussi la philosophie. Mais il faut remarquer que la philosophie n'est pas comme les mathématiques une science limitée à des objets bien définis, elle s'étend plutôt à toutes les connaissances humaines et forme pour ainsi dire l'ensemble de tout ce que ces connaissances contiennent d'éléments déductifs. Les mathématiques elles-mêmes pourraient être décrites comme l'infiltration d'un suc spécial dans l'eau pure de la déduction générale.

Or chez nous en ALLEMAGNE la tendance générale est qu'on s'oppose à cette infiltration. C'est là la grande tendance *amathématique* ou *antimathématique* qui s'est fait remarquer partout très fortement pendant les dernières années. L'opposition s'avance des deux côtés de notre tableau vers le milieu, elle s'élève aussi bien du côté expérimental que du côté historique. On peut dire qu'on s'efforce de se passer des mathématiques partout où cela est possible et de les réduire à un minimum où elles sont indispensables. La réaction des méthodes expérimentales part autant des naturalistes que des ingénieurs. Parmi les derniers il y en a même quelques-uns qui veulent qu'on ne transmette à l'étudiant des sciences techniques que des formules toutes prêtes à l'usage sans l'incommoder en aucune sorte avec leur déduction.

D'autre part l'étude du droit et de l'administration jouit de la plus haute considération dans tout l'enseignement qui se rapporte aux sciences sociales. Par exemple dans nos écoles de hautes études commerciales la jurisprudence et l'économie politique maintiennent un règne presque absolu, et vis-à-vis d'elles est entièrement négligée la partie mathématique dans la technique du commerce. La tendance de réduire les études mathématiques se fait remarquer partout. Ainsi dans une de nos écoles forestières on a supprimé le poste de professeur de mathématiques et transmis l'enseignement mathématique à des professeurs sortant de la carrière forestière elle-même.

Dans les écoles des mines on a commencé à réunir les cours de mathématiques avec la mécanique¹. L'étude des postes et télégraphes, qui a été réformée il y a peu de temps, semble aussi se diriger décidément vers le côté administratif et la connaissance approfondie du côté technique est laissée à quelques spécialistes.

La raison de cette tendance générale, qui doit paraître bien étrange à ceux qui n'y sont pas habitués comme nous le sommes, doit être cherchée dans la tradition invétérée qui provient de l'état absolu fondé sur la hiérarchie administrative. L'étude du droit est encore la seule porte qui donne accès aux hauts postes dans l'état et c'est une question de dignité pour une profession d'y avoir part. Pourtant, il ne faut pas passer sous silence qu'il y a aussi une forte opposition contre cette pratique. De même l'aversion des naturalistes contre les mathématiques n'est pas sans exceptions. Les médecins surtout commencent à se diriger vers le côté physico-mathématique, poussés par les nouvelles découvertes en physique, qui peuvent rendre de très grands services à la médecine. Je peux m'appuyer sur une conférence qu'un célèbre professeur, M. de Müller, a faite là-dessus il y a peu de temps².

Mais en général on trouve encore de très grandes difficultés à faire accepter une instruction mathématique même là où elle est absolument nécessaire. C'est pour cette raison qu'on donne chez nous, par exemple aux architectes, les connaissances mathématiques nécessaires à un cours sur la résistance des matériaux. Dans nos Ecoles techniques supérieures il y a des cours de mathématiques spécialement pour les architectes et les chimistes (en général 2 à 3 h. durant un semestre), mais ces cours sont peu fréquentés par les architectes, puisque les mathématiques ont été ôtées de leurs examens. On peut se faire une idée de ce qu'ils contiennent par le *Lehrbuch der Mathematik* de M. SCHEFFERS (2^{me} édit. Leipzig, Veit) que l'auteur lui-même a désigné comme un traité destiné à ceux qui ignorent les mathématiques et ont l'intention de les ignorer toujours.

Ceci n'est pas seulement comme on pourrait le penser une mauvaise plaisanterie. Nos jeunes étudiants n'ont pas le moindre goût pour l'acquisition de connaissances qui n'appartiennent pas immédiatement à leur futur métier. Nous sommes en Allemagne profondément spécialistes et ce qu'il y a de plus, nous le sommes dès que nous commençons nos études. Ainsi les jeunes naturalistes et ingénieurs, dès qu'ils sont entrés dans leur carrière, méprisent tout ce qui n'est pas de leur branche spéciale. Ils n'ont pas assez d'expérience pour savoir qu'il s'agit avant tout de bien connaître

¹ Quant aux Ecoles professionnelles supérieures, voir dans les rapports de la Sous-commission allemande celui de M. JAHNKE.

² Schriften des deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht (Leipzig, Teubner) No. 8.

les fondements de leur profession et que ce sont précisément les connaissances qu'ils dédaignent comme secondaires et superflues qui peuvent leur aider à avancer eux-mêmes leur propre science. Au contraire, à force de s'opposer à des occupations qui ne les intéressent pas, ils deviennent vraiment inintelligents pour toutes les études générales et surtout pour les mathématiques.

C'est pour ces raisons que l'on a été obligé d'adapter les mathématiques à la profession, afin de pouvoir les enseigner avec succès. Un très bon exemple de ce procédé nous est fourni par la *Mathematische Behandlung der Naturwissenschaften* par MM. NERNST et SCHENFLIES (Munich, R. Oldenbourg). Ici par exemple la géométrie analytique aboutit à la représentation graphique de l'état thermique d'un gaz ou d'un fluide, l'idée de la fonction est illustrée par la loi de Mariotte, pour dire ce que c'est que la dérivée on parle de la vitesse d'une réaction, la théorie du mouvement d'un point est appliquée immédiatement au mouvement des ions et ainsi de suite.

Le cours qui a donné lieu à ce Traité existe encore à l'Université de Göttingue, sous le même titre (avec 3 h. par semaine pendant un semestre). A l'Université de Berlin on trouve un cours sous le même nom, mais avec une heure par semaine seulement; de plus le professeur Rubens ajoute à son cours de Physique expérimentale, fréquenté aussi par les chimistes, une heure de compléments mathématiques. A l'Université de Munich il y a aussi un cours de Mathématiques générales destiné aux étudiants de toutes les Facultés.

Comme je l'ai déjà dit, on a réuni dans nos écoles des mines les leçons de mathématiques avec un cours de mécanique. On l'a fait, il est vrai, en partie pour épargner du temps, mais aussi pour avoir dans toutes les expositions mathématiques des exemples tirés du métier des élèves et s'appliquant même à des objets que les jeunes étudiants ont devant les yeux quand ils visitent les mines.

Je ne peux pas dire que les tendances actuelles en Allemagne, que je viens de décrire aussi fidèlement que possible, me semblent très favorables à un développement heureux du génie mathématique dans le domaine de ses applications.

En AUTRICHE l'état général est à peu près le même. On a institué pour les naturalistes des cours spéciaux très faciles, mais alors on a fait l'expérience curieuse, bien que trop explicable, que les étudiants se présentaient pour les examens en mathématiques spéciales après n'avoir suivi que ce cours élémentaire.

En ANGLETERRE le manque d'une organisation réglementaire des hautes études a poussé encore plus loin la spécialisation des différentes branches. Bien qu'en Angleterre la liaison entre la physique et les mathématiques soit reconnue partout, bien que ce pays ait la gloire d'avoir poussé au plus haut degré l'application des mathé-

matiques aux sciences sociales — par exemple son institut des actuaires à de très grands mérites pour le perfectionnement scientifique des assurances sur la vie — bien que, encore, on doive à des savants anglais l'association de l'analyse mathématique à des problèmes biologiques tels que les dimensions des individus et l'hérédité, il manque pourtant une organisation de l'instruction mathématique de toutes ces professions dont nous avons parlé ici.

J'ai laissé ensemble les pays germaniques parce qu'ils forment un contraste très marqué avec les pays romans. Dans ceux-ci l'esprit général est bien plus favorable aux mathématiques. On n'y a pas le même préjugé contre les mathématiques que chez nous, on n'y prend pas comme chez nous l'étude des mathématiques pour l'occupation privilégiée de quelques personnes un peu détraquées et incapables d'une idée pratique, au contraire on croit cette occupation très noble et très utile à la communauté et l'on pense ne pouvoir faire mieux que de laisser passer autant que possible les jeunes gens par une bonne instruction mathématique.

Passons maintenant à l'organisation de ces études en FRANCE; on constate clairement une grande différence entre les vues fondamentales. Si l'on tend en Allemagne à pousser toujours plus loin la spécialisation des études, on essaie en France, au contraire, de donner à une partie des études une généralité qui conserve aux élèves une connaissance claire des fondements de leur science et une certaine liberté d'esprit. Ce que nous obtenons du point de vue pratique est gagné par les Français du point de vue théorique.

La différence fondamentale entre la France et l'Allemagne se manifeste clairement dans ce que les Écoles d'application, entre autres l'École des Ponts et Chaussées, l'École des Mines, l'École du Génie maritime et les Écoles de l'Artillerie et du Génie ne sont accessibles qu'à ceux qui ont passé l'examen de sortie de l'école polytechnique ou des études équivalentes.

Pour les études mathématiques des naturalistes on a résolu en France la question de la manière suivante. Dans les écoles moyennes il y a une classe de mathématiques spéciales. Cette classe a un programme depuis 1905, ce programme est accepté par tous les examens d'admission, par exemple à l'école polytechnique. Pour ceux d'entre les naturalistes qui n'ont pas passé par la classe de mathématiques spéciales on a institué dans les Universités un cours de mathématiques générales (2 à 3 h. par semaine pendant un an) par lequel ils peuvent acquérir les connaissances mathématiques qui leur sont nécessaires.

Pour l'ITALIE M. Somigliana a bien voulu me donner les indications suivantes :

Les candidats au doctorat en physique ont la même préparation mathématique que les élèves ingénieurs et les candidats au doc-

torat en mathématiques, c'est-à-dire des cours complets d'algèbre, de géométrie analytique, de calcul infinitésimal, de géométrie projective et descriptive.

Les candidats au doctorat en chimie peuvent suivre deux voies : ou faire le programme mathématique comme les ingénieurs et les physiciens, ou avoir une préparation en sciences naturelles. Pour ceux-ci et pour les naturalistes a été institué, il y a une dizaine d'années, un cours spécial de mathématiques supérieures, de trois heures, presque dans toutes les Facultés des sciences, qui comprend l'algèbre, la géométrie analytique et la calcul infinitésimal.

On cherche dans ce cours à traiter beaucoup d'exemples pris dans la mécanique, la physique et la chimie et à donner les démonstrations, les plus simples possibles, en évitant toutes discussions et critiques.

Les résultats de ce cours ne sont pas trop satisfaisants, un an étant insuffisant à faire acquérir aux élèves tant d'idées nouvelles et une certaine pratique dans le calcul.

Il y a actuellement en Italie une seule école pour les ingénieurs des mines. Elle est annexée à l'Ecole polytechnique de Turin et fréquentée seulement par des jeunes qui sont déjà des ingénieurs civils ou industriels. On ne peut parler pour cette raison d'un enseignement mathématique propre des ingénieurs des mines.

Dans les écoles supérieures de commerce on donne un enseignement de mathématiques suffisamment étendu, en deux ou trois ans. Après une préparation générale analytique, on traite spécialement les arguments qui se rattachent aux questions financières et aux assurances, même en se servant des moyens de l'analyse supérieure.

Qu'il me soit permis d'ajouter encore deux mots sur la Russie¹.

¹ Voir dans les rapports de la Sous-commission russe celui de M. Possé (p. 6); nous croyons utile d'en donner un extrait (H. F.). — « Dans les Universités de Moscou, de St-Petersbourg, de Kiew, de Karkow et d'Odessa, on a introduit, à diverses époques, un cours succinct des mathématiques, et dans les deux premières encore un Cours d'éléments de Mécanique pour les étudiants naturalistes. Le temps consacré à ces cours est différent dans les Universités mentionnées; le plus long est à St-Petersbourg, savoir trois heures par semaine pendant deux années ou quatre semestres pour les Mathématiques et deux heures pendant deux semestres pour la Mécanique. (L'année scolaire est de 26-27 semaines.) Pour les naturalistes ce cours est obligatoire (ainsi que le cours de Mécanique) pour les étudiants de la subdivision de Chimie de la section naturaliste, c'est-à-dire qu'il est exigé aux examens. L'introduction de ces cours dans le plan d'études de la section naturaliste, au moins pour les chimistes, est une preuve que la nécessité des connaissances des éléments de Calcul infinitésimal et de Géométrie analytique est depuis longtemps conçue par les naturalistes.

« Quant au programme de ces cours, autant que nous pouvons en juger d'après l'Université de St-Petersbourg, nous allons nous permettre la remarque suivante. A notre avis, il serait préférable de réduire quelques développements purement mathématiques et d'ajouter quelques applications tirées du domaine des sciences naturelles et dont on trouve de nombreux exemples dans les livres d'enseignement des Mathématiques pour les naturalistes, comme BURKHARDT, *Vorlesungen über die Elemente der Diff.- u. Integralrechnung und ihre Anwendung zur Beschreibung der Naturerscheinung*, ou NERNST u. SCHÖNFLIESS, *Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften*. L'absence de telles applications dans un cours destiné à l'usage de ceux qui ne font des Mathématiques qu'en vue des applications est un défaut que nous allons rencontrer encore en parlant des écoles techniques supérieures. »

Les universités russes ont des cours spéciaux pour les naturalistes qui comprennent la géométrie analytique, la trigonométrie plane et sphérique et l'analyse infinitésimale. Pour les minéralogistes on exige, probablement à cause de la cristallographie, les deux premières parties et l'on fait abstraction de l'analyse infinitésimale.

Ces indications très imparfaites pourront sans doute être complétées encore par MM. les délégués des différents pays. Je sens vivement les grandes lacunes que j'ai laissées partout. Ce que je pouvais donner dans mon rapport c'était seulement l'éclaircissement du problème en général et des manières dont on a essayé de le résoudre dans les différents pays.

DISCUSSION.

M. KLEIN, président, ouvre la discussion en rappelant que le Comité central a jugé préférable de laisser hors du débat de ce jour tout ce qui touche aux ingénieurs proprement dits et aux physiciens. Nous nous proposerons d'examiner cette importante question une autre fois.

M. BOURLET. — Permettez-moi, Messieurs, d'ajouter quelques mots aux indications données par M. Timerding.

Pour bien comprendre l'état actuel de cet enseignement préparatoire, en France, il me faut d'abord faire un résumé historique.

Au commencement du XIX^e siècle l'enseignement scientifique *pratique* était tout entier concentré en un seul point : l'École Polytechnique, qui, comme son nom l'indique et conformément à son programme, « préparait à *toutes* les carrières exigeant des connaissances scientifiques étendues ».

Le succès de cette grande école, le mérite de ses anciens élèves lui donnèrent un lustre et une réputation qui survit encore aujourd'hui. Devant l'affluence des candidats, il fallut organiser la préparation du concours d'entrée ; et ainsi naquit dans nos lycées cette classe de Mathématiques Spéciales qui n'a de pareille dans aucun autre pays. Elle n'avait pas de programme propre ; c'est celui de l'École Polytechnique qui servait de règle. Vous trouverez dans le Volume II des publications de la Sous-commission française un rapport remarquable de M. BLUTEL sur ce sujet.

Lorsqu'ensuite d'autres écoles telles que l'École Normale Supérieure, les Écoles des Mines, des Ponts et Chaussées, l'École centrale des Arts et Manufactures se développèrent ou se créèrent, elles durent, pour avoir des candidats et essayer de détourner à leur profit une partie du flot montant vers l'École Polytechnique, adopter, en tout ou partie, le programme d'admission de cette école.

Toute la jeunesse française qui voulait entrer dans une carrière scientifique ou appliquée se rua vers la classe de Mathématiques Spéciales. Ainsi pendant assez longtemps nos Facultés des Sciences ne reçurent-elles comme élèves que tous ceux qui, après avoir passé plusieurs années dans une classe de Mathématiques Spéciales n'avaient pas réussi à se faire recevoir au moins à l'une des deux plus grandes écoles rivales, l'École Polytechnique et l'École Normale Supérieure. Et, par un résultat étrange de cet état de choses, c'était le *Ministre de la Guerre* qui, en modifiant à son gré le programme d'entrée à l'École Polytechnique, tenait dans ses mains les destinées scientifiques de la France.

A la suite de la création des Universités et de la renaissance des Facultés des Sciences sous l'énergique impulsion de M. *Liard*, alors directeur de l'Enseignement supérieur, peu à peu se forma, particulièrement en physique et chimie, une nouvelle catégorie d'étudiants qui n'étaient pas passés par la classe de Mathématiques Spéciales. Il fallut donc penser à leur donner une instruction mathématique préliminaire, et c'est ainsi que prit naissance le certificat de *mathématiques générales* au sujet duquel on trouvera des renseignements complets dans l'excellent rapport de mon collègue M. *Vessiot* (Vol. III des publications françaises)¹.

Par un juste retour, le succès de ce cours, sa meilleure adaptation aux besoins de la technique eut une répercussion sur la classe de Mathématiques Spéciales et en 1905, à la suite de la nomination d'une grande commission interministérielle, on donna enfin un programme à cette *classe* (voir le rapport de M. *Blutel*). C'est dans ce programme, défini par le ministre de l'instruction publique, que *toutes* les grandes écoles puisent maintenant les éléments de leur concours d'admission.

J'ajoute, pour être complet, qu'à la suite du développement considérable des carrières techniques scientifiques dans la vie moderne, le ministère de l'instruction publique fut amené en 1902 et 1905 à augmenter considérablement la place et l'étendue de l'enseignement des sciences dans nos lycées. Maintenant dans les classes de Seconde et Première C et D on enseigne les éléments de la géométrie analytique et des dérivées, et dans la classe de Mathématiques (A et B) on va jusqu'au calcul intégral. Ainsi l'enseignement des lycées suffit-il actuellement pour donner aux jeunes gens les connaissances mathématiques (géométrie pure, analytique et descriptive, trigonométrie, algèbre, calcul différentiel et intégral) dont on peut avoir besoin dans le commerce, l'économie politique et même les constructions civiles et l'architecture. Ainsi jusqu'ici il y avait à l'École des Beaux-Arts à Paris un cours de

¹ Le programme comprend deux parties distinctes enseignées souvent par deux professeurs différents : 1° Algèbre, Calcul infinitésimal, Géométrie analytique ; 2° Eléments de Mécanique rationnelle.

mathématiques pour les architectes. Le Conseil supérieur de cette Ecole vient de reconnaître que ce cours est devenu inutile parce que les matières qu'on y enseigne sont traitées au lycée. Le cours est supprimé à partir de 1912 et son programme est transporté dans celui du concours d'admission.

Ces modifications successives ont ainsi amené en France un régime stable très simple et qui suffit amplement à nos besoins.

Il peut se résumer dans le tableau ci-dessous :

ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE PRÉPARATOIRE.

- A. — Dans les lycées et collèges jusqu'au baccalauréat inclus : *Commerce, Banque, Assurances, Economie politique, Constructions civiles, Architecture.*
- B. — Classe de Mathématiques Spéciales : *Grandes Ecoles scientifiques, théoriques et techniques.*
- C. — Cours de Mathématiques Générales dans les Universités : *Chimie, Physique, Histoire naturelle.*

Ce tableau, comme on le voit, embrasse tous les cas. Il répond à l'esprit français et à l'esprit de l'enseignement en France qui, à l'opposé de ce qui se passe en Allemagne, a horreur des spécialisations prématurées et oblige les élèves à recevoir une instruction générale très étendue. On ne concevrait pas chez nous un cours de mathématiques uniquement pour des chimistes fait dans l'esprit de la spécialisation étroite que nous ont signalée MM. les délégués allemands.

M. SOMIGLIANA : J'ai bien peu à ajouter à ce que j'avais donné par écrit et que M. Timerding vient de communiquer d'après mon exposé. Je veux dire seulement qu'en Italie les chimistes peuvent arriver au doctorat même en suivant les cours de mathématiques communs aux ingénieurs, aux physiciens et aux candidats au doctorat en mathématiques dans les deux premières années d'université. En effet certains de nos meilleurs professeurs de chimie ont suivi cette voie.

Pour les architectes je peux dire que maintenant, dans les écoles polytechniques de Milan et de Turin, on a institué des cours spéciaux avec des enseignements réduits de calcul infinitésimal, de géométrie descriptive et de mécanique.

M. WIRTINGER parle de l'instruction mathématique des naturalistes en Autriche.

L'affaire est réglée dans les écoles polytechniques par le plan d'études. Les chimistes forment une section séparée (comme dans l'Empire allemand) avec des cours spéciaux fixés par l'ensemble des professeurs de la section.

Pour les autres écoles le tableau ci-dessous donne l'étendue des études mathématiques :

	Première année		Seconde année	
	Leçons	Exercices	Leçons	Exercices
Machines	5	2	5	2
Ponts et Chaussées . .	5	2	5	2
Architecture	4	2	—	—
Chimie	4	2	—	—
Heures par semaine				

Je veux parler encore des Universités.

Les examens que les candidats passent ici procurent ou le doctorat ou le diplôme pour l'instruction supérieure. Ce dernier laisse pour chaque branche le choix libre entre l'autorisation d'enseigner dans toutes les classes ou seulement dans les classes inférieures. Nous désignerons la première par le nombre 1 et la deuxième par $\frac{1}{2}$. Alors les combinaisons possibles pour les naturalistes (A, B, C, D) sont données par le tableau suivant :

	A	B	C	D
Mathématique	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Physique	1	—	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Chimie	—	—	1	—
Histoire naturelle . . .	—	—	—	1
Philosophie	—	1	—	—

L'organisation de l'enseignement universitaire pour les groupes C et D n'est pas encore achevée, mais elle le sera probablement bientôt. Pour le groupe C on pourra aller si loin en mathématiques que les jeunes gens pourront continuer leur instruction par l'auto-didaxie. Pour le groupe D on est très restreint par les grandes exigences de la minéralogie, la botanique et la zoologie qui doivent être étudiées ensemble. Les minéralogistes et les chimistes votent pour une augmentation de l'instruction mathématique, mais les botanistes et les zoologistes la repoussent. Donc il faut éviter toute surcharge des étudiants et se contenter d'une organisation de l'enseignement qui le rende utile et intéressant. Nous devons observer fidèlement ce principe général que nous ne pouvons pas agir par la contrainte, mais que nous encourageons l'émulation chez les étudiants et leur faisons sentir les avantages

d'une bonne connaissance des mathématiques pour leurs études spéciales.

M. COJALOWITSCH ajoute quelques mots sur l'enseignement mathématique dans les gymnases et les écoles techniques russes en général. Les écoles techniques supérieures ont des programmes qui varient d'un établissement à un autre; qui sont, les uns très restreints, les autres très étendus (en allant par exemple jusqu'à la série de Fourier et aux fonctions cylindriques).

M. FEHR appuie entièrement ce que dit M. Bourlet au sujet des inconvénients que présente, dans l'enseignement universitaire, une spécialisation trop rapide. Après la culture générale que cherche à donner l'enseignement moyen, les Facultés des Sciences doivent fournir au jeune étudiant les bases solides d'une forte culture générale scientifique. Pour ce qui concerne particulièrement les mathématiques, il est indispensable qu'à côté des cours destinés aux mathématiciens et aux physiciens, il y ait un cours dit de mathématiques générales portant sur les notions les plus utiles. Il serait précisément intéressant de savoir quelles sont ces notions. Les opinions seront sans doute très variées suivant les spécialistes que l'on consultera. Mais il ne faut pas se faire d'illusions sur la portée d'un pareil cours, si on ne lui consacre pas un temps suffisant et surtout s'il n'est pas accompagné de travaux pratiques. Ceux-ci ne doivent pas être de simples problèmes d'un caractère théorique; ils doivent montrer à l'étudiant, mieux qu'on ne peut le faire par des exemples dans un cours général, comment les mathématiques interviennent réellement dans les applications. Il est désirable que les écoles supérieures apportent une attention toute spéciale au développement de cet enseignement pratique pour en faire un véritable *laboratoire mathématique*.

M. Fehr donne ensuite quelques renseignements sur les cours de mathématiques générales dans l'enseignement supérieur en Suisse. A l'Ecole polytechnique fédérale à Zurich il existe, à côté des cours s'adressant aux mathématiciens, aux physiciens et aux ingénieurs, un cours d'éléments de mathématiques supérieures destiné aux étudiants des sections I (architecture), IV (chimie), VI (école forestière) et IX (section normale des sciences naturelles). Il comprend 7 heures par semaine (théorie 5 h., exercices 2 h.) pendant le 1^{er} semestre et 4 h. pendant le 2^{me} semestre; cette 2^{me} partie n'est obligatoire que pour la section IX, elle est facultative dans la section IV¹.

A l'Université de Genève il existe également un cours d'éléments de mathématiques supérieures; il comprend 5 h. par semaine (théorie 3 h., exercices pratiques 2 h.) pendant deux semestres.

¹ Pour plus de détails voir l'exposé de M. GROSSMANN dans le fasc. 7 des Rapports de la Sous-commission suisse.

M. TIMERDING. — Si je me permets de prendre encore une fois la parole c'est parce que je n'ai pas encore tiré les conséquences du tableau que j'avais donné au commencement.

Le but de nos efforts communs n'est pas seulement d'établir l'état de l'enseignement mathématique dans les différents pays, mais aussi de rechercher les problèmes que cet enseignement nous propose. C'est à l'avancement des études mathématiques que doit servir tout notre travail ici. Donc il me semble important de savoir dans quelle direction on devrait continuer la discussion que nous avons entamée aujourd'hui pour en tirer les résultats les plus favorables.

Or il y a deux questions qui s'offrent d'elles-mêmes, si nous envisageons les choses comme nous l'avons fait.

La première est la question de la *fusion* non seulement entre les différentes branches mathématiques, mais aussi entre les mathématiques et les sciences voisines telles que la mécanique, la physique, la chimie, ou encore l'économie politique. J'ai donné déjà des exemples de telles fusions. Je citerai encore un petit ouvrage d'un économiste américain M. Irving FISHER, fournissant une introduction au calcul infinitésimal spécialement destinée aux étudiants d'économie politique.

La deuxième question ne se rapporte pas à la matière, mais à la méthode. Dans quelle mesure, pourrait-on demander, le but spécial de l'enseignement mathématique affecte-t-il la *méthode* de cet enseignement? Faut-il avoir par exemple des méthodes spéciales pour les physiciens ou pour les chimistes? Tout le monde sait que la différentielle n'est pas la même chose pour le physicien et pour le géodésien que pour le mathématicien proprement dit. Il ne s'agit plus pour eux de quantités infiniment petites (ou de limites, pour éviter un terme équivoque) mais de quantités assez petites, et c'est ainsi que tout le Calcul infinitésimal est appliqué dans ces sciences-là. Or faut-il en tenir compte dans l'enseignement dès le commencement? Ou encore faut-il observer toute la rigueur même dans un enseignement élémentaire où l'on ne veut traiter que les premiers principes dans un but pratique? Peut-on se servir au contraire d'une induction partielle au lieu de la déduction pure pour faciliter les études? Peut-on même recourir à des méthodes expérimentales?

Toutes les questions me semblent dignes d'être considérées dans toute leur étendue. Je ne veux pas dire qu'on pourrait y donner une réponse à l'unanimité. Ce ne serait pas même désirable, c'est justement la diversité des réponses qui nous fera envisager les questions sous tous les rapports.

Pardonnez-moi, Messieurs, ces quelques remarques. Peut-être ne seront-elles pas tout à fait sans valeur.

M. BOURLET. — Je me permettrais de prier M. le professeur

TIMERDING de bien vouloir ajouter à son Tableau de questions une troisième catégorie dont voici l'objet :

Il me semble qu'un des sujets les plus importants que nous puissions et devons étudier c'est celui de la *nature* de ce cours de mathématiques préparatoires. Et cette question se subdivise en deux parties :

1° Quelles sont les *matières* qui figurent dans ces cours, ce qui revient à se demander quelles sont les parties des mathématiques qui sont nécessaires ou utiles aux techniciens.

2° Quelles sont les *méthodes* employées pour enseigner ces matières.

Ce second point me paraît fondamental et j'aurais eu d'intéressantes communications à faire à ce sujet en faisant une étude critique comparée des ouvrages tels que ceux de MM. APPELL, FABRY et VOGT, opposés à un ouvrage tout récent et fort curieux de mon ami Henri BOUASSE, dont on connaît les tendances progressistes et même révolutionnaires, si on devait croire l'auteur lui-même qui tient à affirmer violemment ses préférences.

II. — Les travaux de la Commission au Congrès de Cambridge.

La question de la participation de la Commission au 5^e Congrès international des mathématiciens (Cambridge, 22-28 août 1912) a été examinée par le Comité central dans sa séance du lundi 18 septembre et un premier débat a eu lieu mardi soir à 7 h. dans une séance des délégués.

La Commission ayant été créée à la suite d'une résolution du Congrès de Rome (avril 1908), il semble indiqué qu'une conférence générale sur les travaux de la Commission soit faite à la première assemblée plénière du prochain Congrès. M. Klein, président, veut bien se charger de cet exposé. Le reste se traitera dans des séances que la Commission tiendra en commun avec la section d'enseignement, et qui seront établies sur le plan des séances de Milan : une séance pour la présentation et la discussion des rapports, et deux séances consacrées à des questions d'enseignement moyen et de l'enseignement supérieur. Les travaux seront préparés par deux Sous-commissions. Le Comité central cherchera à établir dès maintenant des liens très étroits entre cette section et la Commission. La chose est d'autant plus facile que M. HOBSON, secrétaire-général du Congrès de Cambridge, appartient précisément à la délégation anglaise.

Grâce à l'activité des Sous-commissions nationales, nous pourrions présenter au Congrès un grand nombre d'importants rapports sur l'enseignement mathématique dans les principaux pays.

Toutefois, à la suite de l'extension considérable qu'ont pris nos travaux, il ne sera pas possible de donner à Cambridge une étude comparée des différents rapports nationaux. Du reste, pour plusieurs pays, ces rapports ne seront pas encore terminés. Il paraît donc nécessaire de soumettre au Congrès une proposition tendant à renouveler le mandat de la Commission jusqu'au Congrès suivant.

Si cette manière de voir est adoptée à Cambridge, nous pourrions ensuite tirer parti des documents rassemblés et aborder l'étude de toute une série de questions spéciales, comme on l'a fait à Milan. Dans ce but, de nouvelles réunions, telles que celle-ci, seraient organisées entre les deux prochains Congrès. D'intéressants problèmes ont déjà été proposés, par exemple la préparation du corps enseignant, les mathématiques dans les écoles d'ingénieurs, les mathématiques et la physique, etc.

Après discussion, la Commission donne un préavis favorable et, sur la proposition de MM. Véronèse, de Saint-Germain et Bourlet, elle décide de s'en remettre entièrement au Comité central pour ce qui est du choix des questions à mettre en discussion.

M. Castelnuovo recommande que dans la suite les rapports préliminaires des Sous-commissions A et B soient distribués en temps utile aux membres de la Commission.

M. Cojalowitsch insiste sur ce point et présente quelques vœux qui seront rappelés aux deux sous-commissions.

Au nom de la délégation anglaise MM. Hobson et Godfrey invitent les mathématiciens présents à venir très nombreux au Congrès de Cambridge.

VI. — SÉANCE GÉNÉRALE PUBLIQUE

Mercredi 20 septembre, à 4 heures.

La séance est ouverte à 4 heures par M. le Professeur F. KLEIN, président de la Commission, à l'Aula de l'École polytechnique, en présence de MM. les représentants du Ministère de l'Instruction publique, du Préfet et du Syndic de Milan qui, tour à tour, adressent aux congressistes des paroles de cordiale bienvenue et des vœux pour le succès des travaux de la Commission. M. le sénateur Colombo donne lecture du télégramme ci-après que lui a adressé S. E. le Ministre de l'Instruction publique M. CREDARO :

« En regrettant de ne pouvoir participer au Congrès, je vous prie de bien vouloir y représenter le Ministre de l'Instruction publique et d'assurer que je tiendrai dans la plus haute considéra-

tion les délibérations de la Commission qui a pris tant d'autorité et qui a bien mérité de la Science et de l'Enseignement. »

M. Colombo lit encore le télégramme par lequel M. VICINI, sous-secrétaire d'Etat, le prie de « présenter ses hommages et ses salutations aux savants qui sont venus à Milan pour le Congrès international de l'enseignement mathématique ».

ALLOCUTION de M. le Prof. Dr F. KLEIN, président.

M. le Prof. Klein remercie les représentants du Gouvernement, de la Préfecture et de la Mairie d'avoir bien voulu assister à cette séance et d'y avoir exprimé des sympathies officielles qui nous sont très précieuses. Il rappelle les contributions importantes que les savants italiens du passé et des temps modernes ont apportées aux sciences mathématiques et l'intérêt qu'ils ont voué aux questions de l'enseignement.

Le but que poursuit la Commission internationale offre un intérêt général qui dépasse le domaine de la Science abstraite. Le développement de la technique moderne et de la vie sociale conduit sans cesse à de nouveaux problèmes qui appellent la collaboration des mathématiques. Le nombre des élèves des Ecoles moyennes et des établissements supérieurs augmente d'une façon considérable. Il en résulte des exigences nouvelles pour l'enseignement. Nous devons en tenir compte tout en sauvegardant les intérêts pour la recherche scientifique libre qui, en mathématiques comme dans les autres sciences, a une influence heureuse dans tous les domaines de la culture moderne.

Notre travail est international parce qu'on rencontre ces mêmes problèmes dans toutes les nations où se cultive la Science. Mais cela ne veut pas dire que notre Commission ait un rôle législatif, qu'elle cherche à unifier les programmes ou les méthodes ou à imposer des résolutions. Elle se propose simplement d'être un intermédiaire fournissant, par ses rapports et ses discussions, des documents utiles. Dans chaque pays on suivra son propre chemin, après avoir pris connaissance des progrès réalisés à l'étranger et en tenant compte des conditions particulières du pays.

PRÉSENTATION DES PUBLICATIONS.

M. H. FEHR, secrétaire-général de la Commission, donne ensuite un aperçu très rapide de l'organisation de la Commission et de l'état actuel des travaux. Il attire l'attention du Congrès sur les difficultés qu'ont à surmonter les rapporteurs dans les pays où l'instruction publique n'est pas centralisée ou qui sont obligés de faire traduire leur rapport dans l'une des quatre langues adoptées

par les Congrès internationaux de mathématiciens ainsi que par la Commission.

Jusqu'à ce jour près de quatre-vingts fascicules ou volumes ont été distribués aux membres de la Commission. Trois pays ont terminé leurs rapports; ce sont la Hollande et la Suède, dont les publications ont été distribuées fin mai 1911, et la France qui vient d'achever les cinq volumes annoncés par sa Sous-commission. Pour les autres pays les travaux sont en cours de publication. M. Fehr dépose les fascicules paras sur la table présidentielle.

DISCOURS de M. le Professeur COLOMBO, Sénateur

Directeur de l'Ecole polytechnique de Milan.

Sull'insegnamento matematico nelle scuole per gli ingegneri.

Onorevoli Colleghi,

È un grande onore per me quello di potervi dirigere la parola, nella mia qualità di direttore di un Politecnico italiano, in questa adunanza generale della Commissione internazionale per l'insegnamento matematico.

In queste aule del Politecnico si sono riuniti in questi giorni i più legittimi e illustri rappresentanti delle scienze matematiche di tutti i paesi, per conferire sulle elevate questioni connesse all'insegnamento della matematica, dai primi studii delle scuole secondarie sino all'insegnamento superiore, sia nei corsi delle Facoltà matematiche e di Scienze, sia in quelli più modesti, ma non meno importanti, delle scuole d'ingegneria.

A questi illustri maestri, qui riuniti oggi per l'ultima seduta generale, io porgo il mio riverente saluto. A loro è dovuto l'omaggio di tutti coloro che si interessano del progresso degli studii e lo considerano come la condizione più necessaria di ogni progresso economico.

Le matematiche sono lo strumento indispensabile per tutte le investigazioni che hanno per oggetto lo studio dei fenomeni naturali e degli stessi fenomeni economici. Il loro campo si estende ogni giorno di più, seguendo il progresso che le scienze d'osservazione vanno continuamente facendo. L'insegnamento delle matematiche deve quindi assumere una crescente importanza nelle scuole secondarie come nelle superiori, e trasformarsi con una continuata adattazione ai nuovi bisogni dell'umana società. Tale è il vostro difficile compito, o signori, tale nella più larga interpretazione il programma che dovete svolgere; ma all'altezza e alle

difficoltà del programma sono pari la vostra scienza e l'elevatezza dei vostri intelletti.

Le difficoltà che il vostro compito presenta crescono quando si passa dall'insegnamento medio al superiore; poichè, mentre l'insegnamento medio ha, quando non è fine a se stesso, un carattere generale, l'insegnamento superiore deve assumere indirizzi diversi secondo l'obbiettivo cui mira, d'onde un continuo contrasto nell'apprezzamento dei metodi più convenienti per conciliare la necessità di una solida coltura scientifica fondamentale con quella della maggior possibile estensione e profondità dei corsi pratici. Questo contrasto esiste specialmente nelle scuole d'ingegneria, le quali, pur mirando a tante e così diverse specialità, le arti meccaniche, l'idraulica, le costruzioni, l'elettrotecnica, le industrie chimiche, le ferrovie, devono pure prepararvi coloro che si avviano con un serio fondamento matematico. Ora, sulla natura, sui limiti di questo fondamento esistono ancora, almeno da noi, delle divergenze; ed è appunto di questo argomento, cui non manca nè l'attualità, nè l'urgenza, che io, antico insegnante del Politecnico dal 1864, quando fu fondato dall'illustre Brioschi, intendo intrattenervi per brevi istanti.

Due diverse tendenze esistono già nell'insegnamento medio per quanto riguarda il loro indirizzo; e ad esse si informò l'insegnamento matematico. È compito speciale della Commissione internazionale per l'insegnamento matematico quello di determinare l'indirizzo che gli si deve dare; anzi esso ha formato l'argomento principale delle vostre sedute di ieri. L'antico insegnamento classico, fondato sul latino e sul greco, ha dovuto a poco modificarsi, pur conservando il suo carattere fondamentale, per mettersi in maggiore accordo colle necessità della vita presente; ma è battuto vigorosamente in breccia dallo spirito di modernità che tutta questa vita invade e pur troppo, poco si potrà conservare in avvenire di quel magnifico complesso di studii classici, che ha costituito la base dell'educazione di tante generazioni e tanto ha contribuito ad elevare lo spirito e a formare il carattere. Ancora però, cogli attuali programmi, l'insegnamento matematico nei nostri licei è tale da bastare all'ammissione al biennio preparatorio del Politecnico di Milano; anzi la mia lunga esperienza di 47 anni mi ha dimostrato che la media degli allievi provenienti dai licei possiede in generale una più larga preparazione mentale agli insegnamenti scientifici del biennio, rispetto a quella dimostrata dagli allievi degli Istituti tecnici, pur dando prova di una minore preparazione agli esercizi grafici. Ma qualunque sia il giudizio che voi vi farete, o signori, di questa mia osservazione, voi avete una troppo riconosciuta competenza nella questione dell'insegnamento matematico delle Scuole medie, perchè io non deferisca sin d'ora al vostro definitivo giudizio.

Assai più difficile è la questione dell'indirizzo che l'insegnamento matematico dovrebbe seguire, quando, dopo aver lasciata la scuola secondaria si apre agli studiosi l'adito agli istituti superiori. La questione non presenta difficoltà quando si tratta di giovani aspiranti all'insegnamento, pei quali le Facoltà universitarie offrono la più completa preparazione; ma non è più tale quando si devono preparare giovani avviati all'ingegneria nei suoi diversi rami.

L'ingegneria è antica quasi quanto il mondo; essa ebbe per progenitori l'ignoto artefice che gettò su un ruscello il primo ponte, e l'ignoto inventore della ruota idraulica cantata da Antiparo. Ma il primo istituto organico per gli studii di ingegneria fu la celebre *Ecole centrale des arts et manufactures* creata da Monge in piena rivoluzione francese, tanto illustrata più tardi da Poncelet; i politecnici tedeschi dove lessero quegli altri capi-scuola che furono Redtenbacher e Zeuner, vennero assai più tardi. In Italia l'insegnamento moderno d'ingegneria fu, ciò che è poco noto, tentato e inaugurato la prima volta a Pavia, nella Facoltà matematica dell'Università, coi corsi di meccanica industriale e di tecnologia, istituiti dal governo austriaco in via di prova nel 1856; io anzi, mentre facevo la laurea, fui assistente del corso di meccanica, ciò che decise senz'altro della mia carriera. Poco più tardi, l'insegnamento professionale fu stabilito ufficialmente in Italia colla scuola d'applicazione degli ingegneri a Torino e coll'Istituto tecnico superiore di Milano, fondato da Brioschi nel 1863, cui fecero seguito le varie e forse troppo numerose scuole d'applicazione per gli ingegneri sorte in parecchie città universitarie d'Italia. Sino al 1906, l'Istituto di Milano fu il solo che funzionasse come scuola completa e autonoma d'ingegneria con cinque anni di studii reclutando i suoi allievi nei licei e negli istituti tecnici; poi una legge del 1906 creò a Torino, e un'altra del 1908 creò a Padova dei veri Politecnici indipendenti dall'Università e un'istituzione analoga si fondava a Napoli. Prima del 1906 la preparazione nelle Scuole d'ingegneria si faceva, salvo a Milano, nelle Università, nel primo biennio delle Facoltà matematiche, con corsi comuni agli studenti della Facoltà; e così si fa tutt'ora, fuorchè a Milano, Torino e Padova. Nell'Istituto milanese, invece, si ammettono bensì i giovani provenienti dal biennio universitario, ma il biennio preparatorio, benchè modellato su quello universitario, ne diversifica non tanto per l'estensione e la natura degli insegnamenti matematici, quanto per lo sviluppo maggiore dato alle altre materie scientifiche e al disegno.

Ora che esistono in Italia tre Scuole, nelle quali i giovani provenienti dai Licei e dagli Istituti tecnici sono avviati in cinque anni di corso all'ingegneria, mentre tutte le altre scuole si valgono dei corsi universitari per un biennio preparatorio in tre

anni di applicazione, sorge e si fa sempre più viva la questione: quali devono essere questi studi preparatorii? Devono essi comprendere, per quanto riguarda l'insegnamento matematico, degli studii teorici press'apoco eguali e con eguale indirizzo di quelli che servono agli iscritti alla facoltà matematica, oppure devono essere impartiti con intendimenti e indirizzo speciali per i corsi d'applicazione del successivo triennio, cioè limitati al puro necessario per quei corsi, scartando qualunque intendimento scientifico superiore, che non trovi la sua immediata applicazione alla pratica ordinaria dell'ingegnere?

Ecco il problema, sul quale non è ancora avvenuto l'accordo. I fautori del secondo sistema reputano dannoso ingombrare e affaticare la mente dei futuri ingegneri con un eccesso di teorie, delle quali la grande maggioranza degli allievi non avrà forse mai bisogno nell'esercizio della loro professione. Gli altri invece sostengono che convenga elevare più che sia possibile la coltura scientifica degli allievi e mettere nelle loro mani i più sottili mezzi d'investigazione per la risoluzione dei nuovi problemi che l'esercizio dell'ingegneria può presentare. Più si svolge l'umana attività, da cinquant'anni in poi, più difficili, più vasti, più elevati diventano i problemi che l'ingegnere deve risolvere. Gli studii moderni sulla costituzione dei corpi, sulle trasformazioni del loro stato, pei fenomeni elettrici, richiedono il sussidio e le risorse di una solida preparazione matematica. Non sarà probabilmente la grande maggioranza degli allievi che si troverà nel caso di valersene; ma una buona scuola non deve solo mirare alla maggioranza e adattare ad essa il livello dell'insegnamento, bensì deve tener conto delle menti più elette e dar loro almeno una forte preparazione intellettuale, un largo indirizzo scientifico, che li metta in grado di guardare in viso anche i problemi che si elevano al disopra della pratica comune. Bisogna dar le ali ai migliori; perchè, elevandosi sopra il modesto orizzonte della pratica professionale, possono accrescere colle risorse della loro mente il patrimonio scientifico e la fama del loro paese.

Certo non si può pretendere, nè sarebbe necessario, di dare ai giovani ingegneri una coltura matematica pari a quella che la Facoltà impartisce ai suoi allievi; basterà invece abolire o ridurre al minimo alcuni corsi che hanno importanza soltanto per la coltura matematica, e intensificare quelli di evidente necessità, cioè il calcolo differenziale e integrale, la geometria analitica e la meccanica razionale, includendo in queste materie a guisa di introduzione i pochi capitoli di algebra complementare necessari per la risoluzione delle equazioni, la matematica finanziaria e qualche altra applicazione, e le nozioni di geometria proiettiva eventualmente richieste per il corso di geometria descrittiva e per l'impiego della statica grafica nei corsi di meccanica e di

costruzioni. Tutta questa preparazione matematica dovrebbe trovar posto nel biennio preparatorio, lasciando sgombri i tre anni successivi pei corsi di scienze applicate.

Così dovrebbe, a mio avviso, essere organizzato il primo biennio nei Politecnici; quanto alle scuole d'applicazione che hanno sede in città dotate di Università, nulla toglie, dato l'indirizzo che io credo migliore, che pei corsi di matematica del primo biennio si utilizzino quelli del biennio della Facoltà, quando i corsi universitari sieno predisposti in modo da servire agli allievi ingegneri sino al limite conveniente, salvo completarli od estenderli per gli studenti della Facoltà.

A questi principii, salvo le varianti dipendenti piuttosto da questioni di personale che dall'indirizzo dell'insegnamento, si informa l'ordinamento del Politecnico di Milano. E quanto al suo indirizzo scientifico, basta rammentare che il Politecnico ha avuto come insegnanti due illustri matematici come Brioschi e Cremona, che a questi son succeduti i loro allievi, i quali hanno fedelmente custodito le tradizioni dei loro maestri, che ebbe nel suo corpo insegnante degli scienziati come Schiaparelli e Celoria, e che anche oggi il corso di meccanica razionale, il quale fra breve tornerà a far parte del biennio preparatorio, è affidato a un matematico la cui fama vi è nota.

Tale è, o Signori, il sistema che io credo il più adatto a mantenere alto il prestigio e sicura l'efficacia di una scuola di ingegneri. Procedere altrimenti, dare all'insegnamento matematico un indirizzo più specializzato e ristretto non riuscirebbe, secondo me, che ad abbassare il livello, già troppo basso, per necessità di cose, dell'insegnamento professionale. Noi abbiamo bisogno di tecnici che mirino in alto; per riuscire a raggiungere questo obbiettivo, una riforma è opportuna, anzi più che opportuna, necessaria ed urgente.

Ogni giorno crescono e si differenziano fra loro le materie dell'insegnamento professionale. La meccanica, la chimica, le costruzioni, le tecnologie richiedono corsi diversi sempre più specializzati; una nuova materia, formidabile per contenuto e per varietà di applicazioni, l'elettrotecnica, è venuta ad accrescere il già gonfio programma di una Scuola d'ingegneria. Sono cresciuti al doppio, al triplo i corsi e di altrettanto gli esami. Gli studenti sono soggetti ad una ginnastica mentale faticosissima, senza riposo, che toglie alle loro menti ogni elaterio. Così non si può più andar avanti, senza che si trovi un rimedio, il più pronto possibile.

Ora, a questo stato di cose che impensierisce, non c'è, a parere mio e anche di molti autorevoli miei colleghi, che un solo rimedio: determinare in cadauna scuola d'ingegneria un programma minimo, contenente tutte le materie fondamentali indispensabili

per un ingegnere, qualunque sia la specialità alla quale egli dovrà o potrà dedicarsi entrando in carriera; e poi lasciar scegliere a ciascuno allievo, secondo le sue tendenze, o le sue attitudini, o secondo le opportunità di collocamento che la pratica gli assicura o gli offre, quei corsi di ordine secondario, complementari o speciali che sieno, che egli ritenga convenienti. Per questi corsi, che avrebbe l'obbligo di seguire in più dei corsi generali obbligatorii per tutti, egli dovrebbe rispondere dell'esito secondo le norme ordinarie dell'Istituto. Un simile sistema, che trova il suo riscontro in alcune Università e Scuole superiori americane, può sollevare obiezioni, può incontrare ostacoli negli stessi organismi governativi, contrari per massima alle differenziazioni di istituti e di programmi; ma io credo sia il solo che offra la possibilità di risolvere una difficoltà, non ancora apparente agli occhi di tutti, ma non meno per questo grave e reale.

Onorevoli Colleghi,

Io ho abusato della vostra cortesia, entrando in particolari che forse esorbitano dalla sfera dell'alta missione a voi affidata. Ma io ho inteso di approfittare di questa favorevole occasione, offerta dal Congresso che avete voluto tenere nella nostra città e nella sede del Politecnico, per esporvi alcune considerazioni, le quali, se fossero onorate dal vostro suffragio, acquisterebbero certo una efficacia incomparabilmente maggiore di quella che personalmente potrei lusingarmi di dar loro. E sperando che ne farete oggetto dei vostri studii, vi ringrazio di nuovo, a nome dei miei Colleghi, dell'onore che avete voluto fare a Milano e al Politecnico milanese.

EN RÉSUMÉ, voici les grandes lignes du discours de M. le prof. COLOMBO :

Les Mathématiques étant l'instrument indispensable à l'étude des phénomènes naturels et économiques, leur champ s'agrandissant de plus en plus, suivant en cela le progrès des sciences d'observation, leur enseignement doit prendre une importance croissante, aussi bien dans les écoles moyennes que dans les écoles supérieures.

La tâche, ardue il est vrai, de la Commission est de trouver les meilleures méthodes à suivre afin d'adapter cet enseignement aux besoins nouveaux. Si la difficulté existe déjà pour les écoles moyennes, elle est encore plus grande pour les écoles supérieures, puisque d'un enseignement général on passe à un enseignement qui doit tenir compte des buts particuliers que l'on veut atteindre. Il est nécessaire d'unir alors à une solide culture scien-

tifique fondamentale une culture utilitaire visant la direction future que prendront les études, et ceci spécialement dans les écoles d'ingénieurs.

Pour ce qui concerne l'enseignement moyen, l'expérience de 47 années de M. Colombo tend à montrer que l'enseignement des lycées, c'est-à-dire classique, est une aussi bonne si ce n'est meilleure préparation aux écoles techniques supérieures que l'enseignement des instituts techniques.

Après une brève incursion sur le terrain historique, M. le prof. Colombo pose la question : Quelles doivent être les études préparatoires aux futurs ingénieurs ? il y répond en émettant le vœu suivant :

Durant les deux premières années passées à l'école d'ingénieurs, l'étudiant devrait être astreint à suivre les cours d'un programme minimum formant un enseignement général théorique, où, toutefois, les cours d'une importance exclusivement didactique céderaient le pas au cours d'une évidente nécessité pour les applications pratiques.

A côté de ces branches imposées à tous, de nombreux cours spéciaux permettraient à chacun des élèves de choisir la direction dans laquelle il voudra se spécialiser pendant le reste du temps qu'il passera à l'école.

CONFÉRENCE de M. Federigo ENRIQUES

Professeur à l'Université de Bologne.

Mathématiques et Théorie de la connaissance.

M. le Professeur Enriques a fait, en français, une remarquable conférence dont il a bien voulu nous fournir lui-même le résumé.

M. Federigo Enriques remercie d'abord le Comité central de l'honneur qu'il lui a fait en l'invitant à parler dans la séance publique du Congrès. Il se réjouit qu'on ait proposé de parler des rapports entre les mathématiques et la théorie de la connaissance. Cette proposition est une preuve de l'intérêt croissant des mathématiciens pour la philosophie ; elle permet d'espérer qu'on est prêt à renouer les liens de la pensée philosophique et de la pensée mathématique, rompus par le mouvement romantique du dernier siècle.

C'est surtout dans le domaine de l'histoire qu'il convient de mettre en lumière ces liens profonds qui, faute de connaissances mathématiques, restent cachés à ceux qui poursuivent l'histoire de la philosophie d'après la conception de Hegel, en tâchant d'isoler la pensée philosophique de l'enveloppe scientifique qui

l'accompagne d'une façon presque constante chez les philosophes du passé, et d'expliquer le mouvement des idées par une dialectique interne, faisant abstraction du progrès de la connaissance. Ce qui amène souvent à une interprétation incompréhensible des doctrines, et notamment de celles qui constituent le développement de l'idéalisme.

M. Enriques retrace à grands traits l'histoire de l'idéalisme en prenant pour point de départ les théories mathématiques de l'école de Pythagore qui s'arrêtent à une conception atomistique de l'espace et du temps. Il rappelle la critique des Eléates et notamment de Zénon, qui — d'après Paul Tannery — vise justement à détruire cette conception atomistique; par là les arguments obscurs de Zénon (tel que celui d'Achille et de la tortue) se trouvent parfaitement expliqués.

Après avoir rappelé la construction de la théorie générale des rapports irrationnels (par Eudoxe), M. Enriques met en lumière l'importance que prenait le développement de la Géométrie rationnelle à l'époque de Platon. D'après G. Milhaud et G. Vailati, l'idéalisme platonicien doit être expliqué en ayant devant l'esprit les formes mathématiques qui constituent pour Platon l'idéal de la science. On est amené par là à rapprocher la conception que Platon se faisait de la science de celle des modernes; mais il faut aussi tenir compte des différences, en pensant aux matériaux dont était formée la science grecque et en rappelant les applications de la doctrine de Platon essayées par son successeur Speusippe. On reconnaît alors que la théorie des idées de Platon exprime la conception qu'il existe une *classification naturelle* des objets, chaque classe répondant à un concept simple bien déterminé (type ou idée). L'idéal de la science pour Platon c'est la déduction rationnelle des espèces par la méthode dialectique. En prenant comme idée celle du Bien ou de l'ordre de l'univers, Platon introduit un principe qui, comme celui de raison suffisante, doit permettre de choisir les espèces réelles parmi celles qui seraient logiquement possibles. A cette même idée du Bien se rattachent aussi les intuitions esthétiques et religieuses de la philosophie platonicienne.

D'ailleurs, l'idée de la dialectique est suggérée à Platon par la Géométrie où la déduction des formes possibles se fait justement par une analyse rationnelle. De même l'idée platonicienne est un invariant qui se révèle à la raison en se dégagant des choses sensibles par une idéalisation. Etant calquée sur la Géométrie, la science de Platon est statique; elle est incapable d'expliquer le mouvement et le devenir. C'est ce qui explique la réforme essayée par Aristote; et cependant Aristote n'a pas réussi à franchir les bornes de l'idéalisme platonicien (cf. l'interprétation de M. Werner). Mais en niant la réalité des genres, pour s'arrêter aux espèces,

il a méconnu l'importance de la dialectique comme conception rationnelle de la science ; et d'autre part, concevant la forme (ou le type de l'espèce) comme la cause finale du développement des êtres vivants, il s'est rapproché — à vrai dire — de l'expérience, mais il a engagé l'explication scientifique dans une voie inféconde.

C'est contre cette sorte d'explications scolastiques que sont dirigées les attaques des philosophes de la Renaissance : Bacon, Galilée, Huyghens se réclament également de Platon contre Aristote, et tout en s'aidant des nominalistes, visent à constituer un nouveau réalisme qui touche de près à la conception platonicienne de la science.

Mais tandis que Bacon veut réaliser les qualités sensibles en posant sous une nouvelle forme le problème des alchimistes, Galilée est le véritable fondateur de la science et de la philosophie modernes.

Dans le « Saggiatore » Galilée établit la distinction entre les qualités que Locke appellera plus tard qualités primaires et qualités secondaires ; il nie que les formes telles que la couleur ou la saveur aient une existence réelle et il réduit la réalité aux rapports d'espace et de temps, de force, etc.

D'ailleurs Galilée, comme Platon, cherche au delà des choses sensibles des invariants rationnels simples et rigoureux, mais la conception de ceux-ci est empruntée à la Dynamique plutôt qu'à la Géométrie. Ce sont donc des rapports de succession ou de causalité qui forment le but de la recherche scientifique ; et par là l'explication du devenir qui avait arrêté la philosophie grecque devient possible.

C'est précisément dans la voie ouverte par Galilée que la conception de la science se développe chez Descartes et Leibniz. Mais on fait un pas en avant dans la conception du rationalisme en demandant que la connaissance scientifique se développe entièrement par la déduction rationnelle. Par l'argument ontologique ou par celui de causalité, Descartes prétend démontrer le premier principe, c'est-à-dire Dieu. Leibniz croit que le principe de raison suffisante permettra de déduire (de l'idée de Dieu) la science entière et en particulier la Mécanique, en choisissant parmi les rapports de cause qu'on conçoit comme logiquement possibles ceux qui correspondent à la réalité.

L'idée même de ce principe — auquel se mêlent ensuite des éléments religieux — a été suggérée à Leibniz par quelques propositions de la Mécanique où — étant supposée une certaine représentation géométrique des causes et des effets — on parvient à démontrer les effets par le principe de symétrie, en posant que le lien qui rattache les effets aux causes est représenté par une fonction univoque.

M. Enriques passe ensuite à la construction de Newton, faisant

ressortir que la conception rationnelle de la science se trouve ici établie seulement en partie : on se trouve en présence d'un compromis entre le rationalisme et l'expérience, c'est le rationalisme expérimental.

Mais les principes mêmes de la Métaphysique de Galilée, de Descartes et de Leibniz sont attaqués plus profondément par la critique gnoséologique issue de Berkeley et de Kant. Berkeley d'abord, dans sa théorie de la vision, nie la réalité des qualités primaires en s'efforçant de réduire les notions d'espace à des qualités subjectives ; il est amené ainsi à des conclusions purement idéalistes.

Kant suit une autre voie, mais il s'attache également à l'espace et au temps, qui formaient le fond de la réalité cartésienne ; par sa révolution copernicienne, il veut établir que ces idées ne recouvrent aucunement une réalité profonde, mais seulement des données subjectives, que ce sont des formes ou des intuitions engendrées par l'esprit humain et superposées par lui aux données des sens. Par là il en viendrait aussi à un pur idéalisme, s'il n'avait laissé subsister par delà la sensation, le noumène, conception qui, en vérité, se trouve suspendue dans le vide et dont fera justice la critique post-kantienne, à commencer par Salomon Maimon.

Maintenant que faut-il dire de la position actuelle du problème gnoséologique ? Kant n'a fait que poser un problème et la solution qu'il en a donnée ne saurait être acceptée aujourd'hui. Dans sa construction, les formes de l'intuition paraissent sortir de l'esprit comme Minerve tout armée du cerveau de Jupiter. Ce sera le thème de la gnoséologie subséquente d'analyser les éléments dont résultent ces produits complexes. Cependant ce n'est pas chez les philosophes romantiques qu'on trouvera des développements concernant ces problèmes. Le romantisme, en s'égarant dans les nuages mystiques, n'a fait qu'éloigner les conditions d'un véritable progrès de la pensée.

Mais, pendant que la philosophie se perdait ainsi hors des voies de la science, un résultat de haut intérêt philosophique était obtenu sur le terrain même des mathématiques, j'entends la construction de la Géométrie non-euclidienne. Par elle il devenait évident que certains éléments empiriques se mêlent à l'intuition de l'espace. Et c'est ainsi qu'on en fut amené à reprendre l'analyse gnoséologique dans l'esprit de Berkeley et de la psychologie associationiste anglaise, en posant le problème physio-psychologique de la genèse des conceptions géométriques. On sait ce que Helmholtz a fait dans cette direction.

D'un autre côté la Géométrie non-euclidienne provoquait toute une floraison de recherches sur les principes de la Géométrie. Enfin tous les concepts fondamentaux des Mathématiques ainsi que les

théories qui en développent les rapports ont été soumis à une critique logique rigoureuse. Et de ce travail est sorti, en première ligne, un résultat important pour la philosophie, c'est-à-dire le renouvellement de la logique elle-même, un peu pétrifiée dans les schémas d'Aristote.

Le problème gnoséologique proprement dit se pose aujourd'hui sur un terrain scientifique positif et deux courants d'idées semblent se trouver en présence : l'école logique d'un côté et l'école psychologique de l'autre côté.

M. Enriques appartient lui-même à cette seconde école où il s'agit d'expliquer les axiomes, en démêlant ce qu'ils renferment d'expérimental et en réduisant l'*à priori* à la pure fonction logique de l'esprit. Mais, sans insister sur ses propres vues, il conclut que — quelque idée que l'on ait au sujet de la solution — le problème gnoséologique ne saurait être traité aujourd'hui (pas plus d'ailleurs qu'à aucun autre moment de l'histoire de la pensée) qu'en se plaçant sur le terrain de la critique issue du développement des Mathématiques.

VII. — SÉANCE DE CLOTURE AU MOTTERONE

La journée du jeudi 21 septembre a été entièrement consacrée à une excursion au Lac Majeur, au Motterone, puis à l'Isola Bella, organisée avec beaucoup de soin par le Comité de Milan, avec le gracieux concours de la Compagnie de Navigation, qui avait mis un bateau spécial à la disposition du Congrès. Malgré le temps peu favorable, cette excursion laissera un très bon souvenir à tous les participants. Son principal but n'était-il pas de permettre aux congressistes d'entrer en relations personnelles mieux qu'on ne peut le faire pendant ou après la sortie de longues séances ? Sous ce rapport la réussite fut complète.

Au dessert, M. le Prof. BARONI, conseiller communal, ouvre la série des discours en parlant au nom de la Commune de Milan.

M. G. JUNG, professeur à l'École polytechnique de Milan, membre de l'Institut Lombard, remercie les délégués de la Commission internationale de l'enseignement mathématique d'avoir choisi Milan pour y tenir son premier Congrès et affirme que, tout en parlant pour son compte, il est certain d'interpréter aussi les sentiments de ses collègues de l'*Istituto Lombardo* et de la Rédaction des *Annali di Matematica*.

Reconnaissant l'importance et la complexité du problème dont la Commission s'occupe avec autant d'activité que de compétence, M. Jung fait les vœux les plus sincères pour que les efforts des

délégués soient couronnés de succès. Il souhaite que le problème de l'enseignement mathématique pénètre dans la conscience des corps enseignants et des classes dirigeantes de tout pays et, plus encore, qu'il puisse intéresser les gouvernements auxquels, en définitive, appartient la tutelle d'un si grand intérêt public; ils profiteront des études et des conseils médités de la Commission internationale, et seront un jour en mesure, il faut l'espérer, de le résoudre pour le mieux.

M. Jung regrette l'absence du président de la Commission, l'illustre Félix Klein, qui a dû renoncer à l'excursion au Motterone pour aller à la réunion de Carlsruhe, et propose de lui envoyer là un télégramme collectif de sympathie et de haute considération¹. Il termine en adressant ses meilleurs souhaits au vice-président Sir Greenhill, au secrétaire-général M. Fehr et à tous les délégués et congressistes, et il exprime l'espoir qu'ils garderont toujours un bon souvenir de Milan et de l'Italie.

M. C.-A. LAISANT regrette l'absence de M. A. de Saint-Germain, qui eût exprimé en meilleurs termes, mais pas avec plus de sincérité, nos sentiments de reconnaissance vis-à-vis des organisateurs de cette réunion de Milan, qui nous ont ménagé une hospitalité si franchement cordiale. Le Comité local, le personnel de l'École polytechnique à tous les degrés, les autorités municipales, provinciales et gouvernementales, les administrations de transport collaboratrices des organisateurs, ont droit à tous nos remerciements. Nous n'avons qualité pour les exprimer, nous Français, qu'au nom de notre pays; mais ce faisant nous sommes certains de traduire fidèlement la pensée unanime de nos collègues de toutes les nations.

Cette institution si utile, si heureuse des Congrès internationaux de mathématiciens, qui nous vaut d'être ici réunis et qui est si féconde au point de vue des progrès de la Science, nous ne saurions oublier sans ingratitude les noms de ceux qui en furent les initiateurs. C'est l'*Intermédiaire des Mathématiciens* qui en propagea l'idée aux cours des années 1894-1896; mais cette idée elle-même appartenait à deux hommes qui l'avaient conçue presque simultanément: MM. Georges CANTOR, le créateur de la Théorie des ensembles, et Emile LEMOINE, à qui nous devons tant de travaux intéressants et originaux, surtout en Géométrie. Bien des bonnes volontés s'associèrent à leur initiative, et dès 1897 le premier Congrès se tenait à Zurich. Mais n'oublions jamais les deux noms que je viens de citer.

Dans un ordre d'idées analogue, bien qu'il s'agisse de faits plus récents, on doit également, pour ne pas manquer à l'équité,

¹ Il va sans dire que la proposition de M. Jung fut acceptée par acclamation et le télégramme fut immédiatement lancé à destination.

savoir à qui revient la priorité de l'idée d'une Commission internationale de l'Enseignement mathématique, votée par le Congrès de Rome. C'est mon ami et collaborateur M. H. FEHR qui prit, dans la revue *L'Enseignement mathématique*, l'initiative d'une enquête sur les questions d'enseignement, sur les programmes, les méthodes et les desiderata dans les différents pays. M. D.-E. SMITH, de New-York, fut l'un de ceux qui s'attachèrent avec le plus de ferveur à cette pensée. Grâce à son activité, à sa persistante et inlassable ténacité, il a fait triompher à Rome la proposition qui a eu pour résultat la création de notre Commission actuelle.

Vous le voyez, conclut M. Laisant, les quatre noms que je viens de rappeler à votre reconnaissance sont ceux d'un Allemand, d'un Français, d'un Suisse et d'un Américain ; c'est une terre italienne qui nous trouve réunis pour poursuivre notre œuvre. En levant mon verre à l'avenir de la Science internationale, en portant la santé de nos collègues italiens et en les remerciant encore, je suis sûr d'être l'interprète de votre pensée unanime.

M. CASTELNUOVO porte un toast au nom de la délégation italienne. Il a d'ailleurs des liens très étroits avec la Commission ; il en est presque le parrain, car il a assisté à sa naissance en 1908, au Congrès de Rome, dont il était le secrétaire-général. Il se réjouit aujourd'hui de revoir son filleul si florissant, grâce aux soins des trois nourrices auxquelles l'enfant a été confié. L'enfant va quitter l'Italie demain, mais M. Castelnuovo espère qu'il se souviendra toujours du pays où il a pris naissance ; s'il y revient plus tard, il doit s'attendre à y trouver toujours le même accueil affectueux avec lequel il a été reçu ces derniers jours. Les appuis que l'enfant a trouvés chez les différentes nations ont créé de nouveaux liens entre les peuples ; ce résultat suffirait pour lui assurer les sympathies les plus vives de l'Italie.

Sir G. GREENHILL, parlant au nom du Comité central, tient à exprimer les remerciements les plus chaleureux du Comité à tous ceux qui ont travaillé à la réussite de ce Congrès. Ces remerciements s'adressent en particulier aux nombreux collaborateurs des Sous-commissions nationales dont les travaux ont été présentés à Milan ou sont encore en préparation. C'est grâce à ces concours précieux et dévoués que la Commission pourra présenter au Congrès de Cambridge une remarquable collection de documents publiés sur son initiative.

Enfin, M. SAYNO, président du Comité local, remercie les orateurs des paroles aimables qu'ils ont prononcées à l'égard de l'Italie et prononce la clôture du Congrès.