III. — Propriétés concernant les droites, les plans et les sphères. — Polygones inscrits dans une circonférence ; polyèdres inscrits dans une sphère. — Inversion. — Corps de révolution ; cônes et cylindres.

IV. — Equivalence des figures.

V. — Proportionnalité. — Similitude. Applications.

L'Ouvrage contient 336 figures d'une exécution irréprochable et se termine par une collection de plus de mille exercices : théorèmes à démontrer ; les lieux géométriques et problèmes.

R. de Montessus et R. d'Adhémar. — **Calcul numérique.** *(Opérations arithmétiques et algébriques, Intégration).* — 1 vol. gr. in.18, 250 p. ; 5 fr. ; O. Doin & fils, Paris.

Ce nouveau volume de la collection de l'*Encyclopédie scientifique* traite du *Calcul numérique,* tandis que dans un autre volume, que nous avons annoncé en mai, on étudie plus spécialement le *Calcul mécanique.* L'Ouvrage est divisé en deux parties :

La *première partie* traite des opérations arithmétiques, abrégées et surtout du calcul pratique des racines des équations tant algébriques que transcendantes. Tous les procédés de calcul des racines sont exposés et des applications numériques nombreuses illustrent les méthodes. Les principes du calcul des différences terminent cette partie.

Dans la *seconde partie,* l'on trouvera une théorie des *Intégrales* et des *Equations différentielles* et aux *Dérivées partielles,* avec applications numériques et des applications de la méthode des *approximations successives* aux *fonctions implicites* et aux *équations.*

Niels Nielsen. — **Théorie des fonctions métasphériques** professée à l'Université de Copenhague. — 1 vol. in-4° de VII-212 p. Prix : 12 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1911.

Ce beau volume présente sous le nom de fonctions métasphériques, sinon des fonctions absolument nouvelles, du moins des fonctions qui permettent de présenter sous un jour nouveau les fonctions hypergéométriques. On connaît les recherches et les volumes déjà publiés par M. Nielsen sur les fonctions cylindriques et sphériques. Or on peut conclure de là, sans aller d'abord jusqu'à la généralité de la série hypergéométrique, les fonctions qu'étudie l'auteur, lesquelles, combinées avec les fonctions eulériennes, permettent d'obtenir finalement tout ce que la série hypergéométrique a donné de pratique. Ce nouveau point de vue paraît fécond en résultats élégants.

Ainsi les nouveaux développements obtenus convergent dans des régions du champ complexe limitées par des courbes simples dont les premières furent entrevues par Charles Neumann et étaient des ellipses à foyers fixes.

L'intérêt du volume saute facilement aux yeux car on y trouve un grand nombre de résultats définitifs représentés par de nouveaux développements, des généralisations d'intégrales classiques, de formules dues à Gauss et à Dirichlet. Quand les fonctions étudiées sont considérées comme fonctions de deux variables, à savoir la variable ordinaire x et un paramètre α qui figure dans les coefficients de l'équation différentielle qui les définit, elles satisfont à une équation aux dérivées partielles en x et en α, d'où des considérations analogues à celles de la théorie des fonctions modulaires.

Enfin le volume se suffit à lui-même ; l'auteur y a placé quelques chapitres d'introduction où il reprend notamment, avec une concision remarquable, la théorie des fonctions eulériennes. Il ne me semble pas exagéré de dire qu'on pourrait recommander son étude même à qui ignorerait la série hypergéométrique ; M. Nielsen conduirait sans doute le lecteur vers cette fonction, ses cas particuliers et ses applications avec un effort relativement faible. A. Buhl (Toulouse).

Andreas Voigt. — **Theorie der Zahlenreihen und der Reihengleichungen.** — 1 vol. gr. in-8° de VIII-136 p.; 4 M.; G.-J. Göschen, Leipzig.

Ce volume offre un très intéressant essai de synthèse. L'auteur remarque avec raison qu'en mathématiques on considère beaucoup plus fréquemment que les nombres isolés, des ensembles de nombres satisfaisant tous à une même définition, ayant tous une même propriété. C'est d'ailleurs là l'idée fondamentale de la théorie des ensembles. Les ensembles arithmétiques ici considérés sont, en premier lieu, ceux qui résultent d'une suite d'entiers

$$\overset{0}{\nu}_0\,,\quad \overset{0}{\nu}_1\,,\quad \overset{0}{\nu}_2\,,\quad \ldots\,,\quad \overset{0}{\nu}_s$$

puis d'une seconde suite

$$\overset{1}{\nu}_0\,,\quad \overset{1}{\nu}_1\,,\quad \overset{1}{\nu}_2\,,\quad \ldots\,,\quad \overset{1}{\nu}_s\,,$$

où $\overset{1}{\nu}_r = \overset{0}{\nu}_0 + \overset{0}{\nu}_1 + \ldots + \overset{0}{\nu}_r$, à laquelle on peut adjoindre une troisième suite par une définition analogue pour continuer ainsi indéfiniment. Une telle définition fait penser au triangle de Pascal et il s'agit bien, en effet, de quelque chose d'analogue mais de plus général. D'ailleurs les propriétés du binôme, ainsi que celles des coefficients de séries plus générales, sont retrouvées ensuite comme cas particulier des propriétés des tableaux à deux dimensions définies en premier lieu.

Après cette première partie nous rencontrons un problème plus profond et qu'on peut faire saisir au moyen d'une comparaison simple. La suite des nombres entiers étant définie, nous y intercalons des nombres fractionnaires fort distincts des premiers mais qu'on doit cependant relier avec eux. Or dans les séries de nombres construites dans la première partie de l'ouvrage, ne peut-on introduire d'autres nombres qui, en vertu de certaines conventions, pourront jouir de certaines propriétés des nombres primitifs ?

Je ne suis pas absolument sûr que de telles préoccupations soient toujours aussi originales que l'auteur paraît le croire, mais la contribution qu'il apporte à de telles idées justifie amplement la publication de cette œuvre aux notations élégantes, où bien des problèmes épars sont rassemblés d'une manière systématique. A. Buhl (Toulouse).

J.-W. Young. — **Lectures on Fundamental Concepts of Algebra and Geometry.** Prepared for publication with the cooperation of W.-W. Denton. With a Note on the growth of algebraic symbolism by U.-G. Mitchell. — 1 vol. in-8°, 247 p.; 1 s. 6 d.; Mac Millan & C°, New-York.

L'auteur a réuni dans ce volume 21 conférences qu'il a faites à l'Université de l'Illinois pendant l'été 1909. Ces études, présentées d'une manière très claire, seront lues avec intérêt par tous ceux qui se préoccupent de la question des principes fondamentaux de l'algèbre et de la géométrie. Elles