Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 13 (1911)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LA THÉORIE DES CONIQUES

Autor: Valiron, G.

Kapitel: II. — Méthode des projections

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-13541

(ce qui nécessite que Γ soit une hyperbole), on prendra un plan auxiliaire Π'' coupant Π suivant une droite D' parallèle à une tangente à Γ, et on choisira ce plan de façon que la perspective de Γ sur lui soit une ellipse, en projetant cette ellipse sur Π' on aura la perspective de Γ qui sera bien une conique.

II. — Méthode des projections.

7. — Le théorème I (3[e] partie) et le théorème correspondant pour la parabole sont un cas particulier du théorème connu :

Les rapports anharmoniques des deux faisceaux de droites ioignant deux points d'une conique à quatre autres points de la conique sont les mêmes, théorème évident pour le cercle et qui s'étend aux coniques par projection (théorème de Dandelin).

En effet, en joignant le point A aux points A, M, M_1, A', et le point A' aux mêmes points on aura, en coupant les deux faisceaux obtenus par les tangentes en A' et A

$$(A, Q, Q_1, \infty) = (\infty, Q', Q'_1, A')$$

d'où

$$\overline{AQ} \cdot \overline{A'Q'} = \overline{AQ_1}\,\overline{A'Q'_1} = C^{te} .$$

Les théorèmes inverses se déduiront comme précédemment[1], mais le théorème sur la perspective d'une conique pourra se démontrer de la façon suivante :

Soit Δ l'intersection du plan Π de la conique Γ avec le plan parallèle à Π' mené par S, et soit τ un point de la droite Δ extérieur à Γ, A et A' les points de contact des tangentes menées par ce point, M et M' deux points quelconques de Γ, on a

$$A'(\tau MM'A) = A(A'MM'\tau) .$$

En désignant par A_1, A'_1, M_1, M'_1 les projections de A, A', M, M', par Q, Q_1 ; les points d'intersection des droites A'_1M_1,

[1] Le théorème sur le milieu des segments interceptés par une hyperbole et ses asymptotes sur une droite peut se déduire du théorème de Pascal.

$A'_1M'_1$ avec la perspective de $A\tau$, par Q, Q'_1 les intersections de A_1M_1, $A_1M'_1$ avec la perspective de $A'\tau$, on aura comme la perspective de τ est à l'infini

$$\overline{A_1Q} \cdot \overline{A'_1Q'} = \overline{A_1Q_1}\ \overline{A'_1Q'_1} = C^{te}$$

et comme les droites A_1Q_1, $A'_1Q'_1$ sont parallèles, le lieu du point M_1 est une conique.

G. Valiron (Besançon).

SUR UNE THÉORIE DE LA MESURE

A propos d'un article de M. G. Combebiac.

Dans son étude sur une théorie de la mesure publiée dans l'*Enseignement mathématique* du 15 mars 1910, M. G. Combebiac considère les fonctions $F(x, y)$ possédant les propriétés suivantes :

1° $F(x, y)$ est continue et croissante comme fonction de y, continue et décroissante comme fonction de x; il s'ensuit qu'elle est encore continue comme fonction des deux variables x et y.

2° Les valeurs de $F(x, y)$ et de $F(x, z)$ déterminent la valeur de $F(y, z)$.

En supposant de plus que la fonction $F(x, y)$ possède des dérivées premières continues, M. Combebiac établit qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\Phi\left\{ f(y) - f(x) \right\} ,$$

où Φ et f sont des fonctions continues, croissant avec leur argument.

Je me propose de démontrer ici, comme M. Combebiac le présume, que ce résultat est indépendant de l'existence des dérivées de $F(x, y)$.

1. — Si nous ne considérons des valeurs de x que celles qui sont comprises dans un certain intervalle i_1, et des valeurs de y que celles qui sont comprises dans un certain intervalle i_2, x est une fonction continue de F et de y, croissante comme fonction de y, décroissante comme fonction de F.