

<b>Zeitschrift:</b>	L'Enseignement Mathématique
<b>Herausgeber:</b>	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
<b>Band:</b>	13 (1911)
<b>Heft:</b>	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 <b>Artikel:</b>	NOUVELLES DÉMONSTRATIONS D'UN THÉORÈME RELATIF AU CERCLE DES NEUF POINTS
<b>Autor:</b>	Sawayama, Y.
<b>Kapitel:</b>	6e Démonstration.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-13522">https://doi.org/10.5169/seals-13522</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$\alpha N$  et par  $X'$  le point de rencontre de  $\alpha N$  et de  $A'D$ , on a dans le triangle  $\alpha IN$

$$\begin{aligned}\overline{IN}^2 &= \overline{\alpha N}^2 + \overline{\alpha I}^2 \mp 2\alpha N \cdot (I'X' \pm \alpha X') \\ &= \overline{\alpha N}^2 + \overline{\alpha I}^2 \mp 2\alpha N \cdot I'X' - 2 \cdot \alpha N \cdot \alpha X' \\ &= \overline{\alpha N}^2 + \overline{\alpha I}^2 \mp 2\alpha N \cdot IX - \overline{\alpha A'}^2 .\end{aligned}\quad (3)$$

D'après les deux égalités (2) et (3), on aura :

$$\overline{IN}^2 = \overline{\alpha N}^2 + \overline{IX}^2 \mp 2\alpha N \cdot IX = (\alpha N \mp IX)^2 ,$$

on a donc :

$$IN = \alpha N \mp IX ,$$

ce qui montre que les deux cercles  $N$ ,  $I$  se touchent.

*Corollaire.* —  $J$  est également distant des trois côtés du triangle  $A'ED$ .

#### 6<sup>e</sup> Démonstration.

VI. — En désignant les différents points de la figure par les mêmes lettres que dans la 5<sup>e</sup> démonstration, menons la droite passant par les points  $X$  et  $J$ . (Fig. 5.)

Puisque  $A'J$  et  $A'X$  sont égaux et que  $A'J$  et  $CY$  sont parallèles, les deux triangles  $A'XJ$  et  $CXY$  sont des triangles isocèles et équivalents ; donc  $XY$  et  $XJ$  coïncident entre eux.

Menons la droite qui passe par deux points  $\alpha$  et  $X$  et qui rencontre de nouveau en  $L$  le cercle  $A'B'C'$ .

Les deux angles  $\alpha LA'$  et  $\alpha A'X$  étant égaux, le cercle qui passe par les trois points  $A'$ ,  $X$ ,  $L$  touche la droite  $\alpha A'$  au point  $A'$  ; donc

$$\alpha X \cdot \alpha L = \overline{\alpha A'}^2 .$$

Mais  $\alpha J = \alpha A'$  comme on a indiqué dans la 5<sup>e</sup> démonstration, donc :

$$\alpha X \cdot \alpha L = \overline{\alpha J}^2 ,$$

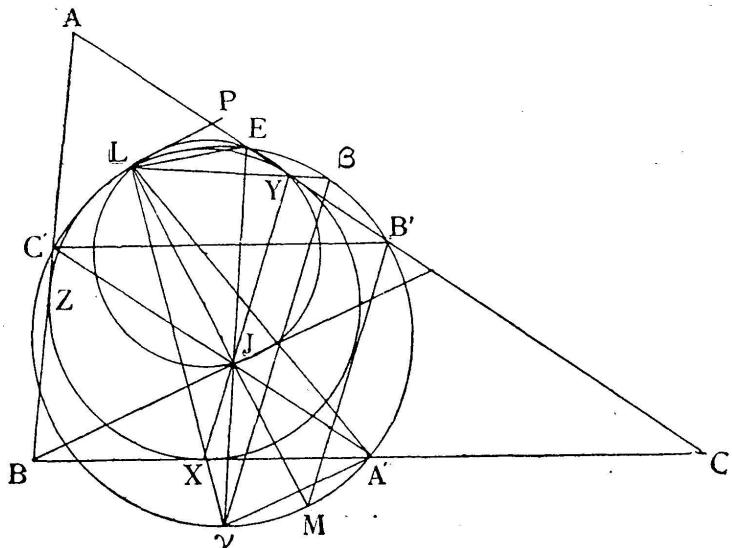


Fig. 5.

ce qui montre que la droite  $\alpha J$  touche le cercle passant par les trois points X, J, L et que par suite les deux angles  $\alpha LJ$ ,  $\alpha JX$  sont égaux.

Si maintenant on mène par le point B' deux droites respectivement parallèles aux deux droites XY et CB et coupant de nouveau le cercle A'B'C' en M et C', la droite XY faisant des angles égaux avec deux droites BC et AC, B'M divise en deux parties égales un des angles que font entre elles deux droites B'C' et B'E; donc l'arc C'M est la moitié de l'arc C'E. De plus, comme l'arc C $\alpha$  est la moitié de l'arc C'B', l'arc  $\alpha M$  est égal à la moitié de l'arc B'E (si le cercle XYZ était le cercle inscrit, l'arc  $\alpha M$  aurait le même sens que l'arc B'E intercepté par l'angle inscrit B'C'E, et si le même cercle était exinscrit, l'arc  $M\alpha$  aurait le même sens que l'arc B'A'C').

Si donc on mène du point  $\alpha$  la droite parallèle à la droite XY, cette droite passera par le milieu  $\beta$  de l'arc B'E.

Les deux angles  $\alpha JX$  et EJY sont égaux ou supplémentaires suivant que le cercle XYZ était inscrit ou exinscrit.

Dans ce qui suit, je suppose, pour plus de commodité, que l'angle B soit plus grand que l'angle C si XYZ était le cercle inscrit et plus petit que C si ce cercle était exinscrit.

Or, l'angle  $J\alpha\beta$  est égal ou supplémentaire à l'angle inscrit interceptant  $\frac{1}{2}$  arc B'E = arc  $\alpha M$  suivant que ce cercle XYZ est inscrit ou exinscrit; donc l'angle  $\alpha LJ$  est égal à l'angle inscrit qui intercepte l'arc  $\alpha M$  et par suite la droite LJ passe par le point M.

Donc :

$$2 \text{ droits} - \widehat{JLE} = \widehat{MBE} = \widehat{JYE}$$

et le quadrilatère EYJL est inscriptible.

Donc :

$$\widehat{ELY} = \widehat{EJY} = 2 \text{ droits} - \widehat{J\alpha\beta} .$$

Ce dernier angle  $J\alpha\beta$  est égal ou supplémentaire à l'angle inscrit interceptant la moitié de l'arc B'E, suivant que le cercle XYZ est inscrit ou exinscrit; donc la droite LY passe par le point  $\beta$ .

Les deux arcs  $\alpha M$  et  $\beta E$  étant égaux, les deux arcs  $\alpha\beta$  et ME seront aussi égaux, d'où :

$$\widehat{XYL} = \widehat{JLE} = 2 \text{ droits} - \widehat{XYE} ,$$

donc le point L est situé sur le cercle XYZ.

Si ensuite on mène au point L la tangente au cercle A'B'C' et qu'on prenne sur cette tangente un point P de façon que les deux

points P et  $\alpha$  soient de part et d'autre de la droite  $L\beta$ , on aura :

$$\widehat{PL\beta} = \widehat{L\alpha\beta} = \widehat{XY},$$

donc la droite LP est tangente au cercle XYZ.

Ainsi donc les deux cercles  $A'B'C'$  et XYZ, ayant une tangente commune à leur point de rencontre sont tangents entre eux.

### 7<sup>e</sup> Démonstration.

VII. — J'emploie encore les mêmes lettres que dans la 5<sup>e</sup> démonstration pour désigner les différents points de la figure ; de plus j'appelle  $J'$  le point de rencontre des deux droites XY et  $\alpha B'$ . (Fig. 6.)

Pour la commodité de la démonstration, je suppose l'angle B plus petit que l'angle C, si le cercle XYZ était le cercle inscrit et plus grand que l'angle C si ce cercle était le cercle exinscrit.

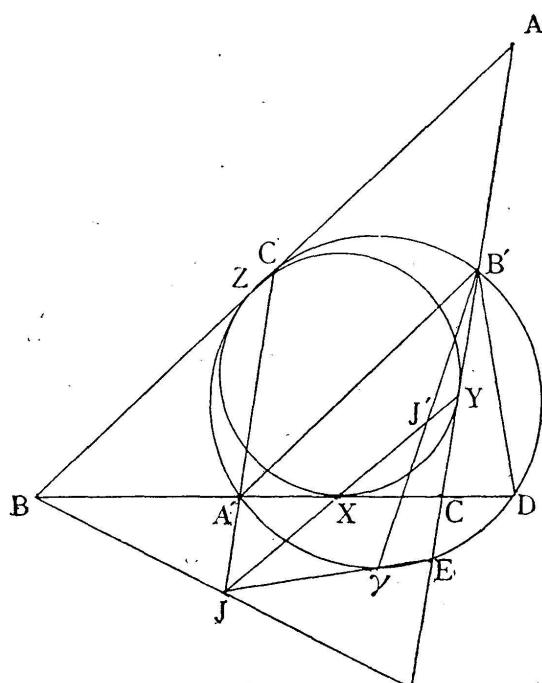


Fig. 6.

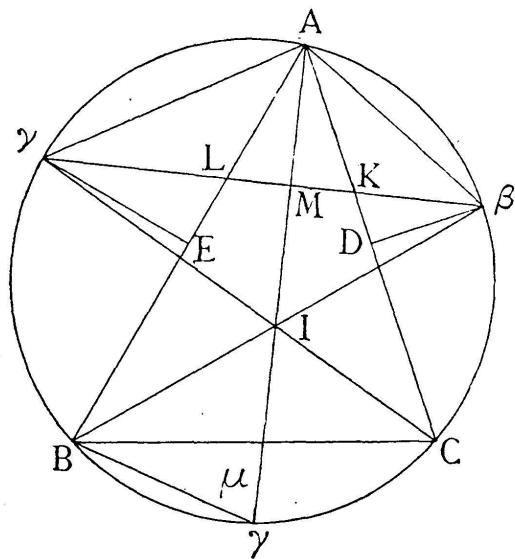


Fig. 7.

Alors, comme on a montré au commencement de la 6<sup>e</sup> démonstration, la corde de contact XY du cercle XYZ passe par le point J.

J'ai prouvé ensuite au courant de la même démonstration que l'angle aigu que font entre elles les deux droites  $\alpha E$  et XY est égal à l'angle inscrit qui intercepte le demi-arc conjugué de l'arc  $B'A'E$  si le cercle XYZ est inscrit et à l'angle inscrit qui intercepte la moitié de l'arc  $B'A'E$  si le cercle est exinscrit. Or dans cette démonstration, la seule condition que doit remplir le point E