mathématicien sans identifier l'économie politique à la mécanique rationnelle. Les critiques adressées à l'école de Lausanne n'ont pas toutes grande valeur, faute d'émaner de personnes sachant assez bien les mathématiques pour comprendre la question ; un mathématicien comme M. Haret, curieux des questions de méthode et versé dans les sciences sociales, aurait discerné la part de vérité qu'elles contiennent. Son livre y aurait beaucoup gagné.

Il faut savoir gré à M. Haret d'avoir écrit sa Mécanique sociale ; les motifs qui l'y ont conduit sont des plus honorables. Obligé par ses fonctions ministérielles de trancher fréquemment de graves questions, il a cruellement ressenti le manque de principes scientifiques en politique ; il s'efforce de remédier à cet état de choses. Sans se bercer du chimérique espoir de trouver une règle applicable dans tous les cas, il tente de poser les bases d'une méthode excluant le subjectivisme des sciences sociales. Il sait tout le temps qu'il faut à un essai de ce genre pour porter des fruits. La nécessité de créer une bonne méthode pour les sciences sociales est telle qu'il faut se réjouir de tous les efforts faits dans ce but. On ne demandera pas la perfection du premier coup si l'on songe à la peine qu'a causée aux Galilée, aux Descartes et aux Newton la création de la méthode de physique.

S. Dumas (Berne).

Haton de la Goupillière. — **Etude géométrique et dynamique des roulettes planes et sphériques.** — 1 vol. in-4°, 107 p.; Gauthier-Villars, Paris.

Cet ouvrage, comme l'indique son titre, est une étude des courbes obtenues par le roulement d'une courbe mobile sur une courbe fixe. Une première partie comprend l'étude des roulettes planes à base rectiligne au point de vue de leurs propriétés géométriques. La seconde partie étudie ces mêmes roulettes au point de vue cinématique et dynamique et enfin la troisième et dernière partie traite des roulettes à base curviligne dans le plan et des roulettes sphériques.

Le premier chapitre est consacré à la recherche de l'équation différentielle de la roulette engendrée par une courbe roulant sans glisser sur une droite. La roulante ou génératrice étant rapportée à des coordonnées polaires emportées avec elle dans son déplacement et l'équation de la roulette étant exprimée en coordonnées rectangulaires rapportées à des axes fixes. Cette équation obtenue, il devient possible, même dans les cas où elle ne peut être intégrée, de résoudre les questions telles que la recherche du rayon de courbure et des coordonnées du centre de gravité de l'arc et de l'aire, la quadrature, la rectification. Ces résultats sont illustrés par des applications à un grand nombre de courbes, spirales, sinusoïdes de divers genres, etc., qui permettent de se rendre compte de la clarté et de la simplicité des méthodes. L'auteur introduit ensuite les coordonnées intrinsèques de la roulante pour exprimer les coordonnées x et y de la roulette, afin de simplifier l'étude de certaines courbes, entre autres des roulettes engendrées par la chaînette, des épicycloïdes, des courbes de genre parabole d'ordre quelconque. Ce système de coordonnées facilite également la recherche du lieu des centres de courbure du point de contact et son application à certaines classes de courbes roulantes (comprenant comme cas particuliers, la développée de la chaînette, la cycloïde, la tractrice roulante, la chaînette d'égale résistance) se présente sous une forme très claire et rapide. Le problème inverse, trouver la courbe qu'il faut faire rouler sur une droite pour que le lieu des centres soit une courbe donnée d'avance, est également traité ainsi que le problème inverse des roulettes soit la recherche d'un profil tel que son roulement sur une droite engendre une trajectoire directement assignée.

Dans la seconde partie, l'auteur quitte le point de vue usuel. consistant à envisager la génération des roulettes comme un simple fait géométrique, pour introduire la notion de vitesse puis celle de force; faisant ainsi passer successivement la théorie du roulement du domaine de la géométrie à celui de la cinématique et à celui de la dynamique. Le premier chapitre : théorie cinématique des roulettes, considère celles-ci en tenant compte de la relation mutuelle des deux vitesses en jeu, vitesse du parcours de la trajectoire et vitesse du roulement, relation déduite de l'expression de l'arc de la roulette et de celle de l'arc du roulement. Une génératrice quelconque étant contrainte à réaliser la loi cinématique des aires, on obtient la loi de description de la roulette. On peut également substituer un autre mode de roulement, par exemple, l'obligation pour le rayon vecteur de la génératrice de réaliser une rotation uniforme autour de son pôle par rapport à l'axe polaire mobile qu'elle entraîne avec elle. Son application aux spirales sinusoïdes donne, comme cas particulier, l'équation de l'oscillation du pendule cycloïdal sous l'action de la pesanteur; à ce sujet l'auteur remarque la coïncidence de cette loi avec le roulement uniforme du cercle générateur par lequel on pourrait, dans ce cas, remplacer l'hypothèse; coïncidence qui le conduit à prévoir et vérifier qu'il en est de même pour le théorème de Newton généralisé sur le mouvement épicycloïdal isochrone dû à l'action d'une force centrale émanant du centre du cercle fixe proportionnellement à la distance. L'emploi des coordonnées intrinsèques simplifie l'étude de cet ordre de considérations et l'introduction d'un troisième mode de roulement, soit le tournoiement uniforme du plan de la génératrice. Dans le deuxième chapitre : théorie dynamique des roulettes, l'auteur conserve les notions précédentes et y adjoint, en outre, celle des forces capables de réaliser les relations de mouvement qu'on a en vue. Il cherche quels efforts il faudrait appliquer au point décrivant pour produire, conformément à une loi donnée, le roulement de la génératrice. Ce problème comporte une infinité de solutions, mais M. de la Goupillière remarque qu'en supposant une loi cinématique imposée à priori au roulement, la somme des projections tangentielles des forces est invariable, ce qui lui permet de déduire, de la loi cinématique, l'expression de cette force tangentielle à la roulette. Il applique les expressions obtenues pour les composantes de la force à des cas particuliers correspondants à des conditions variées : tournoiement uniforme des spirales sinusoïdes d'ordre quelconque dans leur roulement sur une droite, cycloïde engendrée par le tournoiement uniforme du plan du cercle générateur, etc. La force tangentielle est exprimée, dans le cas général, soit en fonction de y et de ses dérivées, soit en fonction de l'arc. Les coordonnées intrinsèques sont également utilisées avec succès pour l'étude dynamique des roulettes.

La troisième partie débute par la recherche de l'équation de la roulette en coordonnées polaires; les deux courbes, génératrice et base étant également connues en coordonnées polaires, l'une par rapport à un système entraîné avec elle, l'autre par rapport à un système fixe. Parmi les exemples, citons le roulement d'une droite sur un cercle qui permet de retrouver un théorème de Chasles, le roulement d'une spirale sinusoïde sur un cercle fixe et enfin l'étude des épi- et hypocycloïdes allongées ou raccourcies dont des cas particuliers donnent la vérification de théorèmes et propriétés connus. Puis vient l'équation de la roulette en coordonnées rectangulaires appliquée à une série d'exemples qui donnent lieu à des remarques intéressantes ; entre autres le cas où la base fixe est une chaînette et la roulante une courbe quelconque, droite, spirale logarithmique, etc., ou bien la base est une parabole semicubique ou une cycloïde ou encore la roulante étant quelconque, la base est liée à elle par une relation telle que la roulette soit toujours rectiligne. Citons encore le cas inverse où la base est donnée et où la roulante s'en déduit (toujours avec la condition d'une roulette rectiligne) qui, dans le cas particulier où la base est une parabole conduit l'auteur au théorème : « Si, sur une parabole d'ordre tout à fait arbitraire, on fait rouler une spirale algébrique de degré inférieur d'une unité, et de paramètre approprié, en partant de la coïncidence de leurs deux pôles, celui de la spirale décrit une droite » (exception pour la base rectiligne ($m = 1$)).

Considéré en coordonnées exclusivement intrinsèques, le problème fournit l'équation naturelle de la roulette avec une quadrature. L'application au roulement d'un cercle sur un cercle, d'une spirale logarithmique sur une ligne quelconque, d'un cercle sur une développante d'ordre n quelconque d'un autre cercle et enfin d'un cercle sur une courbe compliquée, le tout en quelques pages, permet d'apprécier l'élégance de la méthode.

Les roulettes sphériques font l'objet des deux derniers chapitres, les trois courbes, base, roulante et roulette sont exprimées en fonction de la longitude et de la colatitude par rapport à un pôle fixe et à un pôle mobile. Parmi les applications, notons le roulement de deux loxodromies identiques l'une sur l'autre, la génération des épi- et hypocycloïdes, enfin la recherche de la base qui, associée à une roulante quelconque donnée, engendre une roulette qui soit un grand cercle de la sphère, avec, comme cas particuliers pour la roulante, la clélie de module quelconque ou la loxodromie qui donne le mouvement relatif des deux rouages de l'engrenage de roulement d'Euler. Dans le dernier chapitre, l'auteur envisage la « théorie dynamique des roulettes sphériques », il se borne au cas du roulement d'une génératrice quelconque sur le grand cercle équatorial, ce qui est l'analogee pour la sphère du roulement sur une base rectiligue pour le plan. Ce qui reste immuable étant aussi la force tangentielle, le problème ne diffère pas dans ses grandes lignes de celui du plan, quoique donnant lieu à des calculs plus longs. Comme exemple, l'auteur traite le roulement d'une loxodromie sur le grand cercle équatorial avec, comme loi cinématique donnée, la supposition que le déplacement progressif du point de contact sur la génératrice est uniforme en latitude. R. Masson (Genève).

L. Jacob. — **Le calcul mécanique**. Appareils arithmétiques et algébriques. Intégrateurs. (Collection de l'*Encyclopédie scientifique.)* — 1 vol. in-18 de 428 p., avec 184 fig. ; 5 fr. ; O. Doin & fils, Paris.

L'idée de faciliter les calculs à l'aide de dispositifs mécaniques plus ou moins compliqués remonte à la plus haute antiquité, et, cependant, on peut dire que c'est seulement vers le milieu du siècle dernier que l'on a vu entrer dans la pratique courante des appareils à calcul de quelque valeur.

C'est que, dans ce domaine, non seulement il faut établir des principes, mais il est en plus nécessaire de les mettre sous forme de projet, puis de passer à la construction. Or, abstraction faite de l'effort financier, il faut