# BIBLIOGRAPHIE

F. Barbette. — **Les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance.** — 1 vol in-4°; 154 + XII p., 12 fr. 50; H. Vaillant-Carmanne E. Gnusé, Liège, 1910.

Les intéressants et difficiles problèmes que M. Barbette aborde dans son travail appartiennent à un domaine peu exploré où les théorèmes généraux sont assez rares et les méthodes générales font entièrement défaut. Quelles sont toutes les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes, dont la plus grande est $x^p$, égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance? Quelles sont toutes les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances distinctes égales à une $p^{\text{ième}}$ puissance donnée? Quelles sont les sommes de $p^{\text{ièmes}}$ puissances consécutives égales à une puissance $p^{\text{ième}}$? Tels sont les trois problèmes principaux traités par M. Barbette; d'autres questions se rattachant à cette étude, mais appartenant à des domaines différents, plus connus et mieux explorés, sont étudiées à côté de ces problèmes, comme par exemple la résolution de certaines équations indéterminées, qui jouent un rôle auxiliaire dans cette recherche, ou bien la décomposition des nombres en facteurs, qui en est une application.

Dans l'introduction, M. Barbette indique un procédé élémentaire, permettant d'obtenir l'expression des sommes des puissances semblables des premiers nombres naturels, à l'aide de relations récurrentes qui le conduisent aux polynômes de Bernoulli. Ces polynômes lui servent de base dans l'étude des trois problèmes. Deux cas sont en effet logiquement possibles: ou bien la somme de $p^{\text{ièmes}}$ puissances, égale par hypothèse à une $p^{\text{ième}}$ puissance, contient la suite complète des puissances de $1^p$ à $x^p$; le premier membre est alors un polynôme de Bernoulli; ou bien cette somme présente des lacunes; dans ce cas il suffira d'ajouter les termes qui manquent. Evidemment cette transformation affecte la forme du second membre, qui devient une somme, mais la recherche effective des solutions s'en trouve simplifiée.

Dans la première partie de son travail, M. Barbette étudie le cas de $p = 1$, la seconde est consacrée au cas de $p = 2$ et la troisième au cas général de $p$ supérieur à 2. Lorsque $p = 1$, le polynôme de Bernoulli est un nombre triangulaire, les trois problèmes se traitent alors très facilement. C'est l'étude de ce cas particulièrement simple qui conduit M. Barbette à traiter de la décomposition des nombres en facteurs, en s'appuyant sur des considérations présentant une certaine analogie avec celles dont s'est déjà servi Fermat. Dans le cas de $p = 2$, l'étude des trois problèmes et la recherche effective des solutions est évidemment moins facile, mais les vraies difficultés ne commencent que pour $p$ supérieur à 2. Certainement les procédés de l'auteur permettent dans chaque cas particulier et quelle que soit la valeur de $p$, de trouver les solutions, si elles existent, mais déjà la recherche des sommes de $4^{\text{ièmes}}$ puissances ne dépassant pas $14^4$ exige des calculs assez longs, et les difficultés augmentent rapidement pour $p$ supérieur à $4$. Dans le cas de $p = 5$ M. Barbette se borne à la recherche des sommes dont la plus grande ne dépasse pas $11^5$, et il retrouve la solution comme donnant la représentation de $12^5$.

M. Barbette fait remarquer à la fin de son travail que ses procédés s'appliquent également à l'étude des sommes des $p^{\text{ièmes}}$ puissances des nombres polygonaux. Le rôle des polynômes de Bernoulli est joué dans ce cas par les sommes des puissances semblables des premiers nombres polygonaux que l'auteur détermine dans la 4<sup>me</sup> et dernière partie de son travail. Enfin, M. Barbette donne, en annexe, une table des 5000 premiers nombres triangulaires.

Les procédés de recherche dont se sert M. Barbette sont élémentaires et peuvent être rapprochés de ceux de M. Arnoux ou de M. Laisant dans son « Initiation Mathématique ». La représentation graphique tient en effet une place importante dans son étude des sommes, surtout dans la recherche des diviseurs d'un nombre, bien que son rôle soit moins considérable que dans les travaux de M. Arnoux. Les exemples abondent et le volume se lit facilement, malgré quelques lacunes dans la partie théorique et les démonstrations.

D. Mirimanoff (Genève).

Raoul Bricard. — **Géométrie descriptive**. (Collection de l'*Encyclopédie scientifique*). — 1 vol. in-18, cart. toile, de 275 pages, avec 107 fig. 5 fr. ; O. Doin et Fils, Paris.

On trouvera dans ce volume, malgré ses dimensions restreintes, un exposé assez complet des méthodes de la Géométrie descriptive. L'auteur a surtout insisté sur les principes généraux, en les illustrant par des exemples convenables. Il a laissé de côté l'examen des cas particuliers sans intérêt, les discussions plus longues qu'instructives. C'est ainsi, pour donner un seul exemple, qu'à propos de la construction d'un trièdre déterminé par trois de ses éléments, il s'est abstenu de rechercher les conditions de possibilité. Elles s'obtiennent beaucoup plus simplement par la géométrie élémentaire, et il n'y a aucun profit à les retrouver sur l'épure. D'une manière générale, on a systématiquement éliminé tous les problèmes inventés en vue de conférer à la géométrie descriptive une importance artificielle. La géométrie descriptive n'est pas une science qui trouve en elle-même son propre but. Elle est uniquement un instrument de représentation au service de la géométrie pure et des arts, et c'est en méconnaître le caractère que de la considérer autrement.

Les chapitres I à VIII traitent des principes fondamentaux, de la droite et du plan, des polyèdres, des cônes et des cylindres, de la sphère, des surfaces de révolution, des surfaces du second ordre. Ce sont, en ajoutant la théorie des ombres et celle des projections cotées, les matières qui constituent le programme de notre enseignement secondaire (mathématiques élémentaires et mathématiques spéciales).

Le chapitre IV contient des procédés de construction des polyèdres réguliers, nouveaux ou du moins peu connus. Ils sont plus simples que les procédés généralement indiqués et sont immédiatement applicables à l'exécution de modèles solides.

Les chapitres IX à XII sont relatifs aux surfaces réglées, aux problèmes qui font intervenir la courbure des surfaces, au tracé des ombres.

Les trois derniers chapitres concernent les projections cotées et les surfaces topographiques, les projections (ou perspectives) axonométriques, et enfin les applications pratiques de la géométrie descriptive.

**Bücher der Naturwissenschaft** herausgegeben von Prof. Dr. Siegm. Günther. — *Band* 5, **Licht und Farbe** von Rob. Geigel ; 1 vol. in-16, 200 p., 4 planches et 75 fig. ; 1 M. - *Band* 6, **Der Sternenhimmel,** von J. B. Messerschmitt ; 1 vol. in-16, 196 p., 13 pl. et 24 fig. ; 1 M. ; G. J. Gœschen. Leipzig.

Nous avons déjà signalé cette collection populaire de monographies publiées sous la direction de M. le prof. Sigm. Gunther. Deux nouveaux volumes viennent de paraître. L'un donne un aperçu des théories actuelles de la *lumière* et de la *couleur.*

L'autre, intitulé : « Der Sternenhimmel » (le ciel étoilé), contient les notions élémentaires d'Astronomie ; il traite des objets suivants :

Sphère céleste. Mouvement diurne de la Terre. Mouvement annuel du Soleil et de la Terre. Le système solaire. Précession. Nutation. Parallaxe. Aberration. Les planètes. Etoiles fixes. La voie lactée. L'art de l'observation.

E. Fabry. — **Théorie des séries à termes constants.** Applications aux calculs numériques. — 1 vol. in-8°. 198 p. ; 6 fr. 50 ; Hermann et fils, Paris.

Ce petit Traité des séries à termes constants rencontrera le meilleur accueil auprès des professeurs et auprès des étudiants. Il sera particulièrement apprécié de ceux qui sont appelés à appliquer les séries aux calculs numériques.

Après un premier chapitre consacré aux notions générales, l'auteur étudie les séries à termes positifs ; il donne les principales règles de convergence avec de nombreux exemples Puis viennent les séries à signes variés, séries absolument convergentes, séries simplement convergentes, séries à signes alternés, séries imaginaires, séries de puissances.

Les calculs numériques et les transformations de séries font l'objet des deux chapitres suivants. On y trouve les méthodes classiques avec les applications au calcul de $L2$, de $\pi$ et de $\pi^2$. Les séries semi-convergentes sont examinées dans le dernier chapitre et donnent lieu à l'étude d'exemples et de constantes qui se rattachent à la fonction $\Gamma$ ou $L\Gamma(x)$.

L'Ouvrage se termine par une Note supplémentaire sur la plus grande limite.

W. Gallatly. — **The modern Geometry of the triangle.** — 1 vol. de 70 p. in-18 ; F. Hodgson, Londres.

Cette petite brochure contient un exposé clair et en quelques points nouveau, des propriétés du triangle appartenant à la branche de la géométrie que l'on nomme : nouvelle géométrie du triangle. L'auteur a réuni dans ce volume la presque totalité des petites notes ou des questions qu'il avait publiées dans l'*Educational Times,* dans la *Mathematical Gazette,* dans

*Mathesis* et dans l'*American mathematical Monthly*. Il y fait presque constamment usage des coordonnées normales, angulaires et tripolaires et il montre clairement les ressources considérables qu'offre ce système.

La brochure contient sept brefs chapitres : dans le premier, il considère les points de Lemoine et de Brocard et le quadrilatère harmonique ; le second comprend un résumé de la théorie des coordonnées angulaires et tripolaires et des applications aux triangles orthologiques, aux points hysodynamiques, etc. Dans le troisième chapitre, l'auteur signale les triangles pédales et antipédales d'un point et il en donne les applications à certains points singuliers ; dans le quatrième chapitre, il donne plusieurs propriétés du triangle médiale et du cercle des neuf points avec deux démonstrations remarquables du théorème de Feuerbach : dans le cinquième chapitre, il applique les coordonnées normales à l'étude de la droite de Simson et à la démonstration que l'enveloppe d'une telle ligne est une hypocycloïde. Dans le sixième chapitre, il donne quelques propriétés et cas particuliers de l'orthopôle d'une droite ; et enfin, dans le dernier chapitre, il fait un résumé de la projection orthogonale, suivant les recherches de M. Neuberg contenues dans son Mémoire : *Projections et contre-projections*.

C. Alasia (Albenga, Italie).

Sp.-C. Haret. — **Mécanique sociale.** 1 vol. gr. in-8°, 256 p. ; 5 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, et Göbl, Bucarest.

M. Haret s'est proposé une tâche aussi difficile qu'intéressante : introduire la rigueur mathématique dans un domaine d'où elle paraît exclue, en montrant que chaque théorème de mécanique rationnelle a son correspondant dans la science sociale.

Si l'on assimile un corps social, c'est-à-dire un groupe d'individus soumis à leurs actions réciproques et à des actions extérieures, à un corps matériel dont les atomes seraient les individus, et si l'on représente les forces sociales par des vecteurs, on peut appliquer au corps social, en les interprétant par analogie, tous les théorèmes de la mécanique rationnelle. On admet ainsi que l'on peut définir la situation sociale d'un homme par un nombre fini de coordonnées et appliquer le calcul vectoriel aux forces sociales. La critique logique de ce postulat nous éloignerait trop du point de vue strictement scientifique où s'est placé l'auteur ; bornons-nous à faire remarquer que pour appliquer cette théorie à un exemple concret, il faudrait probablement connaître tant de coefficients que le calcul en deviendrait impossible. Ce n'est pas une raison de repousser une méthode qui, peut-être, complétera nos connaissances qualitatives sinon quantitatives des phénomènes sociaux. En attendant que l'expérience prononce, avouons toutefois nos craintes que M. Haret n'ait fait une assimilation surtout verbale du monde social au monde physique.

Le livre de M. Haret offre le grand intérêt de toute œuvre qui vise à ramener des choses complexes à des principes simples ; il fait une foule de rapprochements ingénieux ; il y a longtemps, par exemple, qu'on a remarqué que les hommes veulent le maximum de jouissances avec le minimum de peines, mais il est piquant d'en chercher la raison dans le principe de la moindre action.

On peut regretter que M. Haret n'ait pas mieux tenu compte des travaux semblables aux siens. Walras et Jevons montrent qu'on peut raisonner en mathématicien sans identifier l'économie politique à la mécanique rationnelle. Les critiques adressées à l'école de Lausanne n'ont pas toutes grande valeur, faute d'émaner de personnes sachant assez bien les mathématiques pour comprendre la question ; un mathématicien comme M. Haret, curieux des questions de méthode et versé dans les sciences sociales, aurait discerné la part de vérité qu'elles contiennent. Son livre y aurait beaucoup gagné.

Il faut savoir gré à M. Haret d'avoir écrit sa Mécanique sociale ; les motifs qui l'y ont conduit sont des plus honorables. Obligé par ses fonctions ministérielles de trancher fréquemment de graves questions, il a cruellement ressenti le manque de principes scientifiques en politique ; il s'efforce de remédier à cet état de choses. Sans se bercer du chimérique espoir de trouver une règle applicable dans tous les cas, il tente de poser les bases d'une méthode excluant le subjectivisme des sciences sociales. Il sait tout le temps qu'il faut à un essai de ce genre pour porter des fruits. La nécessité de créer une bonne méthode pour les sciences sociales est telle qu'il faut se réjouir de tous les efforts faits dans ce but. On ne demandera pas la perfection du premier coup si l'on songe à la peine qu'a causée aux Galilée, aux Descartes et aux Newton la création de la méthode de physique.

S. Dumas (Berne).

Haton de la Goupillière. — **Etude géométrique et dynamique des roulettes planes et sphériques.** — 1 vol. in-4°, 107 p.; Gauthier-Villars, Paris.

Cet ouvrage, comme l'indique son titre, est une étude des courbes obtenues par le roulement d'une courbe mobile sur une courbe fixe. Une première partie comprend l'étude des roulettes planes à base rectiligne au point de vue de leurs propriétés géométriques. La seconde partie étudie ces mêmes roulettes au point de vue cinématique et dynamique et enfin la troisième et dernière partie traite des roulettes à base curviligne dans le plan et des roulettes sphériques.

Le premier chapitre est consacré à la recherche de l'équation différentielle de la roulette engendrée par une courbe roulant sans glisser sur une droite. La roulante ou génératrice étant rapportée à des coordonnées polaires emportées avec elle dans son déplacement et l'équation de la roulette étant exprimée en coordonnées rectangulaires rapportées à des axes fixes. Cette équation obtenue, il devient possible, même dans les cas où elle ne peut être intégrée, de résoudre les questions telles que la recherche du rayon de courbure et des coordonnées du centre de gravité de l'arc et de l'aire, la quadrature, la rectification. Ces résultats sont illustrés par des applications à un grand nombre de courbes, spirales, sinusoïdes de divers genres, etc., qui permettent de se rendre compte de la clarté et de la simplicité des méthodes. L'auteur introduit ensuite les coordonnées intrinsèques de la roulante pour exprimer les coordonnées $x$ et $y$ de la roulette, afin de simplifier l'étude de certaines courbes, entre autres des roulettes engendrées par la chaînette, des épicycloïdes, des courbes de genre parabole d'ordre quelconque. Ce système de coordonnées facilite également la recherche du lieu des centres de courbure du point de contact et son application à certaines classes de courbes roulantes (comprenant comme cas particuliers, la développée de la chaînette, la cycloïde, la tractrice roulante, la chaînette d'égale résistance) se présente sous une forme très claire et rapide. Le problème inverse, trouver la courbe qu'il faut faire rouler sur une droite pour que le lieu des centres soit une courbe donnée d'avance, est également traité ainsi que le problème inverse des roulettes soit la recherche d'un profil tel que son roulement sur une droite engendre une trajectoire directement assignée.

Dans la seconde partie, l'auteur quitte le point de vue usuel. consistant à envisager la génération des roulettes comme un simple fait géométrique, pour introduire la notion de vitesse puis celle de force; faisant ainsi passer successivement la théorie du roulement du domaine de la géométrie à celui de la cinématique et à celui de la dynamique. Le premier chapitre : théorie cinématique des roulettes, considère celles-ci en tenant compte de la relation mutuelle des deux vitesses en jeu, vitesse du parcours de la trajectoire et vitesse du roulement, relation déduite de l'expression de l'arc de la roulette et de celle de l'arc du roulement. Une génératrice quelconque étant contrainte à réaliser la loi cinématique des aires, on obtient la loi de description de la roulette. On peut également substituer un autre mode de roulement, par exemple, l'obligation pour le rayon vecteur de la génératrice de réaliser une rotation uniforme autour de son pôle par rapport à l'axe polaire mobile qu'elle entraîne avec elle. Son application aux spirales sinusoïdes donne, comme cas particulier, l'équation de l'oscillation du pendule cycloïdal sous l'action de la pesanteur; à ce sujet l'auteur remarque la coïncidence de cette loi avec le roulement uniforme du cercle générateur par lequel on pourrait, dans ce cas, remplacer l'hypothèse; coïncidence qui le conduit à prévoir et vérifier qu'il en est de même pour le théorème de Newton généralisé sur le mouvement épicycloïdal isochrone dû à l'action d'une force centrale émanant du centre du cercle fixe proportionnellement à la distance. L'emploi des coordonnées intrinsèques simplifie l'étude de cet ordre de considérations et l'introduction d'un troisième mode de roulement, soit le tournoiement uniforme du plan de la génératrice. Dans le deuxième chapitre : théorie dynamique des roulettes, l'auteur conserve les notions précédentes et y adjoint, en outre, celle des forces capables de réaliser les relations de mouvement qu'on a en vue. Il cherche quels efforts il faudrait appliquer au point décrivant pour produire, conformément à une loi donnée, le roulement de la génératrice. Ce problème comporte une infinité de solutions, mais M. de la Goupillière remarque qu'en supposant une loi cinématique imposée à priori au roulement, la somme des projections tangentielles des forces est invariable, ce qui lui permet de déduire, de la loi cinématique, l'expression de cette force tangentielle à la roulette. Il applique les expressions obtenues pour les composantes de la force à des cas particuliers correspondants à des conditions variées : tournoiement uniforme des spirales sinusoïdes d'ordre quelconque dans leur roulement sur une droite, cycloïde engendrée par le tournoiement uniforme du plan du cercle générateur, etc. La force tangentielle est exprimée, dans le cas général, soit en fonction de $y$ et de ses dérivées, soit en fonction de l'arc. Les coordonnées intrinsèques sont également utilisées avec succès pour l'étude dynamique des roulettes.

La troisième partie débute par la recherche de l'équation de la roulette en coordonnées polaires; les deux courbes, génératrice et base étant également connues en coordonnéés polaires, l'une par rapport à un système entraîné avec elle, l'autre par rapport à un système fixe. Parmi les exemples, citons le roulement d'une droite sur un cercle qui permet de retrouver un théorème de Chasles, le roulement d'une spirale sinusoïde sur un cercle fixe et enfin l'étude des épi- et hypocycloïdes allongées ou raccourcies dont des cas particuliers donnent la vérification de théorèmes et propriétés connus. Puis vient l'équation de la roulette en coordonnées rectangulaires appliquée à une série d'exemples qui donnent lieu à des remarques intéressantes; entre autres le cas où la base fixe est une chaînette et la roulante une courbe quelconque, droite, spirale logarithmique, etc., ou bien la base est une parabole semicubique ou une cycloïde ou encore la roulante étant quelconque, la base est liée à elle par une relation telle que la roulette soit toujours rectiligne. Citons encore le cas inverse où la base est donnée et où la roulante s'en déduit (toujours avec la condition d'une roulette rectiligne) qui, dans le cas particulier où la base est une parabole conduit l'auteur au théorème : « Si, sur une parabole d'ordre tout à fait arbitraire, on fait rouler une spirale algébrique de degré inférieur d'une unité, et de paramètre approprié, en partant de la coïncidence de leurs deux pôles, celui de la spirale décrit une droite » (exception pour la base rectiligne ($m = 1$)).

Considéré en coordonnées exclusivement intrinsèques, le problème fournit l'équation naturelle de la roulette avec une quadrature. L'application au roulement d'un cercle sur un cercle, d'une spirale logarithmique sur une ligne quelconque, d'un cercle sur une développante d'ordre $n$ quelconque d'un autre cercle et enfin d'un cercle sur une courbe compliquée, le tout en quelques pages, permet d'apprécier l'élégance de la méthode.

Les roulettes sphériques font l'objet des deux derniers chapitres, les trois courbes, base, roulante et roulette sont exprimées en fonction de la longitude et de la colatitude par rapport à un pôle fixe et à un pôle mobile. Parmi les applications, notons le roulement de deux loxodromies identiques l'une sur l'autre, la génération des épi- et hypocycloïdes, enfin la recherche de la base qui, associée à une roulante quelconque donnée, engendre une roulette qui soit un grand cercle de la sphère, avec, comme cas particuliers pour la roulante, la clélie de module quelconque ou la loxodromie qui donne le mouvement relatif des deux rouages de l'engrenage de roulement d'Euler. Dans le dernier chapitre, l'auteur envisage la « théorie dynamique des roulettes sphériques », il se borne au cas du roulement d'une génératrice quelconque sur le grand cercle équatorial, ce qui est l'analogee pour la sphère du roulement sur une base rectiligue pour le plan. Ce qui reste immuable étant aussi la force tangentielle, le problème ne diffère pas dans ses grandes lignes de celui du plan, quoique donnant lieu à des calculs plus longs. Comme exemple, l'auteur traite le roulement d'une loxodromie sur le grand cercle équatorial avec, comme loi cinématique donnée, la supposition que le déplacement progressif du point de contact sur la génératrice est uniforme en latitude. R. MASSON (Genève).

L. JACOB. — **Le calcul mécanique.** Appareils arithmétiques et algébriques. Intégrateurs. (Collection de l'*Encyclopédie scientifique.*) — 1 vol. in-18 de 428 p., avec 184 fig.; 5 fr.; O. Doin & fils, Paris.

L'idée de faciliter les calculs à l'aide de dispositifs mécaniques plus ou moins compliqués remonte à la plus haute antiquité, et, cependant, on peut dire que c'est seulement vers le milieu du siècle dernier que l'on a vu entrer dans la pratique courante des appareils à calcul de quelque valeur.

C'est que, dans ce domaine, non seulement il faut établir des principes, mais il est en plus nécessaire de les mettre sous forme de projet, puis de passer à la construction. Or, abstraction faite de l'effort financier, il faut encore que les moyens d'action permettent l'exécution d'un travail généralement délicat.

On conçoit donc que le développement du calcul mécanique n'ait pu que suivre celui des moyens mêmes de production de l'industrie mécanique de précision. De création relativement récente, ce mode de calcul est d'autant moins connu que les mécanismes qui permettent de le réaliser sont très variés et quelquefois complexes.

Le présent ouvrage est divisé, comme l'indique son titre, en trois parties relatives à la résolution des questions d'arithmétique, d'algèbre ou d'analyse.

L'auteur a, autant que possible, rapproché, dans les chapitres spéciaux, soit les appareils ayant un but commun, soit les appareils ayant le même but et un principe commun. Le lecteur peut ainsi s'orienter facilement.

Dans les questions de ce genre, le mode d'application d'un principe est aussi important que le principe lui-même, aussi l'auteur s'est-il attaché à donner, avec quelques détails, la description de certains appareils les plus employés ou les plus intéressants.

C'est la méthode déjà appliquée par lui à ses ouvrages antérieurs, dans le but de présenter, aux personnes qui s'intéressent à ces questions, non seulement des idées, mais aussi des réalisations.

Gust. JAEGER. — **Theoritische Physik. II.** 4te Auflage. *(Sammlung Gœschen)*. — 1 vol. cart. in-12, 152 p.; 80 Pf.; G. J. Gœschen, Leipzig.

Tandis que le premier volume traite de la mécanique et de l'acoustique, le second, qui paraît en 4me édition, est consacré à la lumière et à la chaleur. Il contient les notions essentielles de la théorie de la lumière et de la chaleur et de la théorie cinétique des gaz. Cette petite monographie continuera à être très appréciée des étudiants pour une première initiation à la Physique mathématique.

Eug. NETTO. — **Die Determinanten.** (*Mathem. physik. Schriften für Ingenieure u. Studierende,* herausgegeben von E. JAHNKE). — 1 vol. cart., 130 p.; 3 M. 60; B. G. Teubner, Leipzig.

La collection de monographies entreprise par M. JAHNKE, professeur à l'Ecole des Mines à Berlin, est destinée, comme on sait, à donner aux techniciens de courts aperçus des principales théories des sciences mathématiques et physiques.

M. Eug. NETTO (Giessen), bien connu par ses travaux fondamentaux en Algèbre supérieure, s'est chargé du petit manuel concernant les déterminants. Il a fait un excellent choix de ce qui est utile aux étudiants des Ecoles techniques et il en donne une exposition claire, bien adaptée au but de l'ouvrage.

L'énumération des chapitres donnera une idée suffisante du chemin parcouru : Définition et propriétés élémentaires des déterminants. — Adjointes; théorème de Laplace sur la décomposition d'un déterminant. — Calcul d'un déterminant. — Produit de déterminants. — Formes spéciales de déterminants. — Equations linéaires. — Résultants; éliminants; discriminants. — Substitutions linéaires. — Applications géométriques. — Différentiation de déterminants. — Déterminants fonctionnels.

P.-J. Richard. — **Etude sur l'assurance complémentaire de l'assurance sur la vie avec de nombreux développements sur les assurances contre la maladie et l'invalidité.** 1 vol. petit in-8°, 118 p. ; 3 fr. 50. ; A. Hermann et fils, Paris.

Les compagnies d'assurances ont imaginé il y a quelques années une combinaison nouvelle : l'assurance complémentaire de l'assurance sur la vie. Moyennant une surprime, elles maintiennent la police en vigueur sans exiger de prime lorsque l'assuré tombe malade ou devient invalide. Il est inutile d'insister sur les services que rend cette combinaison en délivrant l'assuré du souci de payer sa prime au moment où la maladie diminue son gain tout en augmentant la valeur de l'assurance.

Après avoir exposé dans son introduction le but de l'assurance complémentaire et en avoir fait un historique rapide, M. Richard consacre son premier chapitre à l'état actuel de la question et aux difficultés qu'en présente la solution.

Dans le second chapitre, il fait brièvement la théorie mathématique de l'assurance contre la maladie et l'invalidité. Cette partie rendra de grands services à toutes les personnes qui voudront se mettre au courant de cette théorie sans l'approfondir dans tous ses détails ; elle forme une excellente introduction à l'étude des ouvrages plus étendus sur cette matière.

C'est dans le chapitre III que l'auteur aborde directement son sujet. Il y applique les résultats obtenus dans le chapitre précédent au calcul, pour les principales combinaisons, de la prime d'assurance complémentaire.

Dans le chapitre IV, nous trouvons de nombreuses tables numériques avec quelques indications sur la manière de les dresser : tables de mortalité, de morbidité et d'invalidité, tables de commutation correspondantes, tables d'annuités viagères, etc. M. Richard déduit de ces nombres la valeur de la prime d'assurance complémentaire dans quelques cas usuels et nous en montre ainsi l'ordre de grandeur.

Le chapitre V ne fait qu'effleurer le calcul des réserves. Nous le regrettons d'autant plus que l'auteur nous dit que l'étude de cette question conduit à des résultats très intéressants.

Nos statistiques de l'invalidité sont si incomplètes que les assureurs pourraient un peu craindre cette nouvelle combinaison. Nous croyons pourtant qu'avec les précautions que M. Richard recommande dans sa conclusion, ils peuvent l'essayer sans grand danger. L'expérience leur permettra peu à peu de perfectionner leurs tarifs et leurs conditions, comme ce fut le cas dans toute l'assurance.

L'ouvrage de M. Richard vient à son heure combler une lacune dans la littérature scientifique de langue française.

S. Dumas (Berne).

A. Sépérian. — **Notice sur le système des six coordonnées homogènes d'une droite et sur les éléments de la théorie des complexes linéaires.** — 1 fasc., 79 p. in-8° ; 1 fr. 50 ; A. Denéréaz-Spengler & C°, Lausanne.

L'auteur, dans son introduction, constate que la *Statique graphique des systèmes de l'espace,* de M. B. Mayor, suppose le lecteur familiarisé avec le système des six coordonnées homogènes d'une droite et avec la théorie des complexes linéaires. Son opuscule a pour but de mettre tout ingénieur en état de lire l'ouvrage précité et contient en outre quelques explications sur certains paragraphes du même traité.

Nous aimons à croire que la brochure atteint le but très spécial qu'elle se propose. Mais à un point de vue plus général, il ne nous semble pas qu'elle réalise un progrès sur les nombreux exposés antérieurs.

M. STUYVAERT (Gand).

**Taschenbuch für Mathematiker und Physiker** herausgegeben von F. AUERBACH und R. ROTHE. 2. Jahrgang, 1911. — 1 vol. in-16 ; IX-567 p., relié ; M. 7 ; B. G. Teubner, Leipzig.

Nous avons déjà signalé cet annuaire des mathématiciens et des physiciens, à l'occasion de sa première année. Cette deuxième année (1911) qui débute par une Notice sur Hermann MINKOWSKI (avec un portrait), par D. HILBERT et H. WEYL, contient de nombreuses tables, formulaires et renseignements utiles à tous ceux qui s'occupent de sciences mathématiques et physiques. MM. AUERBACH (Iéna) et ROTHE (Clausthal) se sont assurés le concours d'un grand nombre de collègues, parmi lesquels nous citerons MM. HESSENBERG (Note sur la théorie des ensembles), WIEFERICH (le dernier théorème de Fermat), TŒPLITZ (Equations intégrales), ZIEGEL (Assurances), LIETZMANN (Enseignement mathematique).

# BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

## 1. Publications périodiques :

**Acta Mathematica**, dirigé par MITTAG-LEFLER, T. XXXIV, Stockholm.

Fasc. 1 et 2. — N.-F. NÖRLUND : Fractions continues et différences réciproques (p. 1-108). — Osk. PERRON : Ueber lineare Differenzengleichungen. — Id. : Ueber lineare Differenzengleichungen mit ration. Koeffizienten. — K. KNOPP : Divergenzcharactere Gewisser Dirichlet'scher Reihen.

Fasc. 3. — C.-W. OSEEN : Sur les formules de Green généralisées qui se présentent dans l'hydrodynamique et sur quelques-unes de leurs applications. — E. NETTO : Ueber Pfaffsche Aggregate.

**Annaes scientificos da Academia polytechnica do Porto,** dirigées par Gomes Teixeira. — Vol. V.

Nos 3 et 4. — C. SERVAIS : Sur les centres de courbure principaux de trois quadriques homofocales. — P. APPELL : Sur les polynômes $U_{m,n}$ d'Hermite et des polynômes $X_n$ de Legendre. — D. POMPEIU : Sur les fonctions représentées par des intégrales définies. — F. GOMES TEIXEIRA : Sobre o methodo de Gauss para o calculo approximado dos integraes definidos. — G. PIRONDINI : Essai d'une théorie analytique des lignes non-euclidiennes.

**Atti della Reale Accademia dei Lincei.** Anno CCCVII. Rendiconti. — Rome.

2e *semestre 1910*. — G. ABETTI e C. CAPPELLO : La flessione del supporto dei pendoli nelle determinazioni di gravità relativa. — *Id.* : Metodi proposti