MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Emploi des compléments arithmétiques dans le calcul mental.

On sait que le *complément arithmétique* d'un nombre est la différence entre la puissance de 10 immédiatement supérieure au nombre considéré et ce nombre lui-même ; autrement dit, c'est ce qu'il faut ajouter au nombre proposé pour obtenir comme total l'unité suivie d'autant de zéros que ce nombre a de chiffres.

Pour faciliter ou abréger les calculs, on fait depuis longtemps usage du complément, pour la soustraction par exemple.

Dans les traités de calcul mental sont également indiqués quelques procédés isolés se rattachant à la multiplication. Par exemple, dans le cas où deux facteurs sont compris entre 90 et 100, rien n'est plus facile que de trouver, mentalement et très vite, leur produit.

Je me propose d'indiquer ici un principe, une règle générale d'où découlent ces procédés. Je crois que cela n'a point été fait ; en tous cas, cela peut être utile, car la règle en question permet d'effectuer mentalement un grand nombre de multiplications dont les facteurs peuvent avoir 2, 3 et même 4 chiffres chacun.

Voici la proposition :

Soient deux facteurs A, B ayant le même nombre n *de chiffres, A' et B' leurs compléments respectifs ;*

La différence $A—B'$ donne un nombre P; le produit $A'B'$ donne un nombre Q d'unités simples ;

$P.\,10^n + Q$ sera le produit AB.

En effet

$$A - B' = A + B - 10^n\,,$$
$$A'B' = (10^n - A)(10^n - B)\,,$$

et

$$(A + B - 10^n)\,10^n + (10^n - A)(10^n - B) = AB\,.$$

La règle pratique s'ensuit immédiatement.

Appliquons-la, comme exemple, au produit des deux facteurs de deux chiffres 64 et 98.

Ici, $B' = 2$, $A = 64$, $P = 62$. On aura donc au produit 62 centaines.

$A' = 36$, $B' = 2$, $Q = 72$. On aura 72 unités.

Le produit sera 6272.

De même, 38×95 donnerait immédiatement 33 centaines et 62×5 ou 310 unités, soit 3610 comme produit.

Voici maintenant un troisième exemple, relatif à deux facteurs de 3 chiffres, l'un de ces facteurs étant compris entre 990 et 1000. Soit 749×998. $A - B' = 749 - 2 = 747$ nous représente des milliers ; $A'B' = 251 \times 2 = 502$, des unités.

Le produit est 747502.

On appliquerait encore la même règle avec facilité à deux facteurs de 4 chiffres, l'un de ces facteurs étant compris entre 9990 et 10 000.

En général, lorsque B' n'a qu'un chiffre, la formation du produit $A'B'$ n'offre aucune difficulté, avec un peu d'exercice ; car on *voit* le complément A' formé suivant le procédé classique.

Parmi les applications possibles de la règle qui précède, il y a lieu d'indiquer :

La formation des puissances de 9 ;

Les produits dont les facteurs se composent du chiffre 9 répété plusieurs fois ;

Ceux de deux nombres voisins de 100, etc.

Il y en aurait sans doute bien d'autres encore. J'ai voulu me borner à montrer quel parti on peut tirer des compléments arithmétiques dans les exercices de calcul mental.

Albert LECOMTE (Romorantin).

Une démonstration du théorème d'Arnoux.

M. C.-A. LAISANT présente, dans l'*Enseignement mathématique*, X^e année (p. 220-225, 1908), un nouveau théorème d'arithmétique dû à M. G. ARNOUX et que celui-ci a établi implicitement dans son « *Arithmétique Graphique* (introduction à l'étude des fonctions arithmétiques) », p. 29-31, 1906).

M. G. TARRY, de même que M. Laisant, reconnaît la portée de ce théorème, qui paraît jouer un rôle important dans certains domaines de l'arithmétique.

Bien que la démonstration de M. Laisant soit simple et élégante, il n'est cependant pas inutile de donner une autre démonstration de cet intéressant théorème, dont voici l'énoncé :

THÉORÈME D'ARNOUX. — *Soit* $M = m_1 m_2 \dots m_n$ *un nombre composé, dont les facteurs* $m_1, m_2, \dots m_n$ *sont premiers entre eux deux à deux ; appelons* $\mu_1, \mu_2, \dots$ *les quotients* $\frac{M}{m_1} = m_2 m_3 \dots m_n, \dots\dots$ *Si* $a_1, a_2, \dots a_n$ *sont des nombres tels que l'on ait*

$$a_1\mu_1 = \text{mult. } m_1 + r, \qquad a_2\mu_2 = \text{mult. } m_2 + r, \dots a_n\mu_n = \text{mult. } m_n + r,$$

il s'ensuit qu'on aura aussi

$$a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 + \ldots\ldots + a_n \mu_n = \text{mult. M} + r.$$

Voici ma démonstration :

Si m_1 et r avaient un facteur commun, ce facteur diviserait aussi m_2, à cause de la seconde équation de condition, a_2 $\mathrm{M}_2 =$ mult. $m_2 + r$, m_1 et m_2 auraient alors un facteur commun, ce qui est contraire à l'hypothèse m_1 et m_2 premiers entre eux. Par conséquent m_1 et r sont premiers entre eux.

Un raisonnement analogue montre que m_2, m_3, ... m_n, et par conséquent M lui-même, sont premiers avec r.

En considérant les équations de condition, on voit que le produit

$$(r - a_1 \mu_1)(r - a_2 \mu_2)(r - a_3 \mu_3) \ldots\ldots (r - a_n \mu_n),$$

c'est-à-dire

$$r^n - \Sigma a_1 \mu_1 r^{n-1} + \mathrm{P}r^{n-2} + \mathrm{Q}r^{n-3} + \ldots\ldots + \mathrm{S}r + \mathrm{T},$$

est divisible par le produit $m_1 m_2 m_3 \ldots m_n$, donc par M.

Les coefficients P, Q, ..., S, T sont évidemment divisibles par M, puisque les produits de 2, 3 ou un plus grand nombre de μ_1, μ_2, ..., μ_n, sont divisibles par M.

Par conséquent $r^n - \Sigma a_1 \mu_1 r^{n-1}$ est divisible par M.

r^{n-1} et M sont premiers entre eux; donc $r - \Sigma a_1 \mu_1$ est divisible par M.

T. Hayashi (Tokio).

A propos d'un article de M. Kariya concernant un théorème sur le triangle.

Je vois (avec un peu de retard) que dans l'*Enseignement Mathématique,* M. Kariya (Tokio) a exposé un théorème sur le triangle (*E. M.*, 1904, p. 130), lequel a donné lieu à un certain nombre de remarques intéressantes (même année, p. 236, et année 1905, p. 44).

Le même théorème et la plupart des remarques auxquelles il a donné lieu, ont été donnés par moi, dans le *Journal de Math. Spéciales* de M. G. de Longchamps (*année 1890*, page 104 et suiv., page 124 et suiv.), dans un article intitulé : *Sur un groupe de quatre coniques remarquables du plan d'un triangle.* Je donne, en outre, dans le même Recueil, p. 265, un petit article intitulé : *Problème sur le triangle,* qui généralise beaucoup le théorème de Kariya.

Je ne crois pas qu'il faille attacher une trop grande importance à ces questions de priorité ; ma petite indication ne sera pourtant pas inutile, en rappelant l'attention sur un Recueil où l'on trouve beaucoup de résultats sur le triangle, que l'on *retrouve* aujourd'hui.

Paris, 16 février 1910. Aug. Boutin.

CHRONIQUE

Commission internationale pour l'unification des notations vectorielles.

Sur la proposition de la section de mécanique, le Congrès international des mathématiciens, tenu à Rome en avril 1908, avait chargé son Comité de constituer une commission pour l'étude de la question importante de l'unification de la notation vectorielle. Cette commission, nommée en octobre 1909, a été composée comme suit :

MM. Abraham (Milan), Ball (Cambridge), Hadamard (Paris), Langevin (Paris), Lori (Padoue), Marcolongo (Naples), Prandtl (Gœttingue), Stekloff (St-Pétersbourg), Whitehead (Cambridge), Wilson (Cambridge, Mass. U. S. A.)

Académie royale de Belgique. — Prix proposés.

L'Académie met au concours les questions suivantes :

On demande de nouvelles recherches sur les développements des fonctions (réelles ou analytiques) en séries de polynômes. (Prix de 800 francs).

Résumer les travaux sur les systèmes de coniques dans l'espace et faire de nouvelles recherches sur ces systèmes. (Prix de 600 francs.)

Les mémoires doivent être inédits, rédigés en français ou en flamand et adressés, franco, à Monsieur le Secrétaire perpétuel de l'Académie avant le 1er août 1911.

Faculté des Sciences de Paris. — Thèses de Doctorat.

Thèses de sciences mathématiques soutenues en 1909 (jusqu'à octobre 1909) :

Gambier (Bertrand). — Sur les équations différentielles du second ordre et du premier degré dont l'intégrale générale est à points critiques fixes. (1909, in-4°, 55 p.)