Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1910)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: H. Bouasse. — Cours de physique conforme aux programmes des certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule VI. Etude des symétries.— 1 vol. gr. in-8° de 424 pages : 14 fr., Ch. Delagrave, Paris 1.

Autor: Buhl, A.

métrie analytique à 2 et 3 dimensions. — La géométrie appliquée au calcul : Méthode des Abaques.

3me *série*. — ANALYSE DES FONCTIONS SIMPLES : Calcul des limites : vitesses, dérivées, quadratures. — Problème inverse du problème des vitesses. — Fonctions trigonométriques, fonction exponentielle ; leurs tables, leurs usages. — Méthodes analytiques d'approximation. — Les méthodes d'approximations numériques.

III. — EXERCICES GÉNÉRAUX ET SPÉCIAUX PAR CORRESPONDANCE. — Sont communs à tous les correspondants les cours ci-dessus désignés et les exercices généraux servant *d'illustration* au cours.

Par contre, les exercices SPÉCIAUX d'applications et de RECHERCHES sont répartis sur *trois sections* parmi lesquelles les correspondants choisiront la plus conforme à la spécialisation de leurs efforts ; ces sections sont : I, section pédagogique ; II, section de l'ingénieur ; III, section du physicien.

IV. — FONCTIONNEMENT DES COURS ET DES EXERCICES. — La correspondance normale des cours est unilatérale et impersonnelle ; elle comprend :

a) *Chaque semaine :* l'envoi de deux leçons commentées et d'une suite d'exercices généraux et spéciaux proposés aux élèves.

b) *Chaque quinzaine :* un exposé des solutions des questions proposées aux exercices généraux ou spéciaux.

Les demandes de renseignements relatifs à l' « Ecole moderne de l'enseignement mathématique par correspondance », doivent être adressées à M. le professeur J. ANDRADE, à Besançon.

BIBLIOGRAPHIE

H. BOUASSE. — **Cours de physique** conforme aux programmes des certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule VI. *Etude des symétries*.— 1 vol. gr. in-8o de 424 pages : 14 fr., Ch. Delagrave, Paris [1].

Le présent volume, qui termine le cours de M. Bouasse, éveillera, sans doute, bien des curiosités. Que peut être pour le physicien une étude des symétries ? Les êtres symétriques tels les cristaux viennent d'abord à l'idée et, dans de tels milieux symétriques, ne peuvent évidemment exister que des phénomènes ayant, eux aussi, une certaine symétrie. Mais la symétrie des phénomènes ne dépend-elle que de la symétrie des milieux ? Il suffit de poser cette question pour sentir combien serait étroite une réponse affirmative. Il y a des phénomènes symétriques dans des milieux parfaitement isotropes. Provoquer de tels phénomènes dans des milieux déjà symétriques c'est combiner des symétries dont l'étude générale dépasse de beaucoup la cristallographie géométrique, presque purement descriptive de formes, et la prolonge dans toutes les branches de la physique.

Le volume commence, naturellement, par les théories purement géomé-

[1] Voir dans l'*Enseign. math.* les analyses des fascicules I (T. IX. 1907, p. 320), II (T. X. 1908, p. 346), III (T. X. 1908, p. 526), IV (T. XI. 1909, p. 149), V (T. XI. 1909, p. 227).

triques conduisant aux systèmes de Bravais et Mallard. Il importe bien de remarquer que, comme point de départ, les éléments de transformation sont seulement des déplacements et des symétries par rapport à un plan ou à un point. Il n'en faut point davantage, par exemple, pour former rapidement les 24 groupes polyédriques de Bravais, dont ce dernier négligeait un, non par ignorance, mais parce que les applications physiques semblaient n'en exiger que 23. Si les édifices ainsi construits ne satisfont plus aux exigences modernes, ils restent d'une logique si remarquable que l'auteur n'hésite pas à leur consacrer ses trois premiers chapitres et à en faire une théorie préliminaire, qui aura simplement besoin d'être perfectionnée et non abandonnée ou détruite. C'est ainsi qu'il est amené à introduire les idées plus récentes de M. Friedel.

La loi des indices rationnels apparaît au début du chapitre IV.

Trois faces d'un cristal forment un trièdre de référence; un plan parallèle à une autre face intercepte sur les arêtes du trièdre des longueurs a, b, c. Pour toute autre face les longueurs analogues sont ma, nb, pc; les nombres m, n, p sont entiers ou fractionnaires et généralement *très simples*. Or, les nombres les plus compliqués sont toujours introduits dans les calculs sous forme rationnelle; il ne faut donc pas craindre d'attacher trop d'importance aux deux mots soulignés.

Tous les systèmes de plans satisfaisant à la loi précédente, nous donnent, pour un cristal, des faces possibles. Mais c'est surtout la théorie des groupes (Ch. V) qui va nous permettre de préciser le classement des cristaux. L'idée de groupe joue un rôle tellement important en géométrie qu'il est bien inutile de rappeler en quoi elle consiste. C'est, avant tout, un merveilleux instrument de classification, mais à la condition, cependant, qu'on l'applique à des problèmes concrets; réduite à ses concepts propres, elle s'allonge souvent dans le vide et donne beaucoup de mal pour établir certains théorèmes négatifs. De ces derniers M. Bouasse ne s'embarrasse pas; il nous montre les groupes existant nécessairement, sans s'attarder à rechercher s'ils existents seuls. Les groupes finis, c'est-à-dire ceux qui, indéfiniment appliqués à une figure, ne la transforment que dans une région limitée de l'espace, permettent d'envisager les formes cristallines qu'on retrouve au chapitre suivant par la méthode des troncatures, due à Haüy, laquelle consiste à tronquer symétriquement sept types fondamentaux de polyèdres symétriques.

Quant aux groupes infinis de déplacement (Ch. VII), qui permettent de remplir tout l'espace par la réitération d'une opération appliquée à une portion finie de cet espace, ils donnent lieu à des considérations si élégantes que leur étude n'est qu'un jeu. Et, d'ailleurs, ceci est exact sans métaphore, car, le cas du plan est examiné d'abord et le plan qu'on pave *entièrement* de figures toutes identiques, dont chacune n'a cependant aucune symétrie, rappelle certains jeux de patience que chacun a sans doute connus dans son enfance. De là nous passons facilement au cas de l'espace, et, si les groupes finis peuvent servir à imaginer des cristaux, les groupes infinis peuvent servir maintenant à répéter ceux-ci de manière à imaginer les milieux cristallisés. Il est alors immédiat de remarquer que la symétrie du milieu ne dépend pas forcément d'une symétrie élémentaire.

D'une première partie du volume ainsi constituée, nous passons à l'étude physique des symétries qui donne lieu à onze nouveaux chapitres. Je mentionne simplement les deux premiers, où sont décrites les formes cristallines réelles et les variations qu'elles peuvent subir du fait de modifications apportées dans le procédé de cristallisation lui-même. Il y a là, cependant, de bien jolies expériences, mais j'irai tout de suite aux cristaux soumis à des influences plus complexes. Le Chapitre III est consacré à leurs déformations, le point de départ étant l'idée très simple de déformation homogène dans laquelle le point x, y, z a, après la déformation, des coordonnées x_1, y_1, z_1 linéaires et homogènes par rapport aux précédents. C'est, pour ainsi dire, la cinématique de la question. Voici, maintenant, la dynamique.

Qu'un vecteur (*polaire* comme une attraction ou *axial* comme un couple magnétique) vienne à agir sur un milieu. Il y aura dans celui-ci une déformation représentable par un second vecteur dont les composantes, en général et tout au moins en première approximation, seront liées linéairement aux composantes du premier. Les relations doivent dépendre de neuf coefficients dont certains peuvent être nuls ou affecter une certaine symétrie. Ce phénomène, en milieu homogène indéfini, peut être déjà fort curieux, tels ces courants de chaleur qui, les surfaces isothermes étant des ellipsoïdes homothétiques, se déduisent de spirales logarithmiques projetées sur des cônes de révolution, mais les cristaux donneront des classifications plus curieuses encore, suivant les manières plus ou moins symétriques dont ils s'accomoderont de tels phénomènes. Dans les chapitres IV et V sont examinées ainsi les propriétés électriques, magnétiques, thermiques des cristaux et, en particulier, les polarisations électrique et magnétique, la conductibilité électrique et thermique et enfin le phénomène de Hall.

Quant aux phénomènes dûs aux déformations mécaniques (Ch. VI) tels la piézoélectricité des cristaux, leur étude est encore immédiatement rattachée aux idées précédentes. Le nouveau et curieux vecteur, qui apparaît alors, est toujours lié au vecteur excitateur de manière linéaire, mais on ne saurait trop remarquer cette correspondance vectorielle qui est rendue partout identique et de la manière la plus évidente. Qu'une déformation soit d'origine mécanique, électrique, thermique,... on est stupéfait de l'analogie parfaite des raisonnements. C'est à peine si la fonction potentielle a changé de nom.

Avec le chapitre VII nous abordons la symétrie du milieu quant à ses propriétés optiques. M. Bouasse essaye d'abord de bien montrer ce qu'est une anomalie optique ; les propriétés optiques des milieux cristallisés dépendent de leur symétrie, mais cette dernière, encore une fois, peut n'être qu'en relation fort lointaine avec la symétrie du cristal, affirmation qui ne paraît plus anormale quand on a bien compris les préliminaires géométriques. Et cette manière de voir si simple ne permet plus de considérer comme des anomalies les divergences entre les propriétés du cristal et celles du milieu. Quoi qu'il en soit, et sans tenir absolument à détruire le mot, l'auteur examine, dans les chapitres terminaux, les anomalies récemment très étudiées, notamment la double réfraction accidentelle et la double réfraction électrique dans les solides, puis la double réfraction dans le quartz, la polarisation rotatoire, l'anisotropie des fluides (cristaux liquides), la symétrie du champ magnétique.

Cette simple énumération serait bien regrettable, si la lecture de ces dernières pages ne m'avait montré une nouvelle idée dont l'analyse, étant donnée la place restreinte dont je dispose, vaudra mieux peut-être que celle, toujours incomplète, de faits nombreux. Cette idée est la troisième des idées directrices d'une œuvre où je crois, en effet, en avoir vu trois.

Il y a d'abord l'idée géométrique qui commence le volume. Nous admirons un vaste édifice harmonieusement divisé; chaque division a même importance pour le géomètre mais non pour le physicien. Celui-ci apparaît en second lieu et classe les phénomènes dans les divisions de l'édifice, qui prend ainsi une réalité physique; s'il n'est pas complètement rempli, les pièces vides jouent, cependant, le rôle éminemment utile de faire communiquer les autres entre elles. Mais voici la troisième idée, troublante magicienne au profil mathématique. Elle aussi se réclame de la symétrie qu'elle nous montre sous forme de vecteurs dont les expressions analytiques ne semblent demander qu'à s'agglomérer. Elle établit ainsi une foule d'équations aux dérivées partielles, mais elle n'échappe au caractère saugrenu ou à l'impossibilité de leur intégration qu'en inventant des hypothèses assurant la symétrie même, la forme linéaire des dites équations, la possibilité de faire usage d'onde planes, etc. C'est bien là la dernière forme de l'étude des symétries et M. Bouasse, loin de la dédaigner, la développe admirablement. Mais il établit son véritable caractère et, introduisant beaucoup de faits dans son analyse, montre que beaucoup de combinaisons analytiques ne servent qu'à retourner sur eux-mêmes ces mêmes faits.

Pour l'œuvre entreprise, c'est une grandiose conclusion, surtout à l'époque actuelle où le savant ne croit plus à l'unicité de la vérité, ayant appris que tout système impeccable entraîne l'existence d'autres systèmes tout aussi impeccables et qui ne peuvent être considérés comme plus ou moins vrais.

A. Buhl. (Toulouse.)

F. G.-M. — **Exercices de Géométrie descriptive.** 4me édition. — 1 vol. gr. in-8° de X-1100 pages et 1145 figures. Tours, Mame et fils; Paris, Vve Ch. Poussielgue.

Ces Exercices de Géométrie Descriptive font le plus naturellement suite aux *Exercices de Géométrie* parvenus, eux aussi, à leur quatrième édition, et dont j'ai déjà parlé dans *L'Enseignement Mathématique* (T. X. 1908, p. 531). L'inspiration qui guide constamment l'auteur est visible. Il fait de la géométrie dans l'espace et prolonge, de la manière la plus directe, un nombre considérable de résultats élégants obtenus en géométrie plane.

Pour beaucoup d'élèves la géométrie dans l'espace, telle qu'elle est exposée dans la seconde partie des livres classiques, est une science où toutes les figures se font sous forme de croquis. La géométrie descriptive est tout autre chose; c'est la science des épures qui a tout l'air d'exister indépendamment.

Aussi j'aime à retrouver dans ces pages le souci constant de faire simplement de la Géométrie. Les méthodes n'empêchent pas de voir les résultats. Une foule de courbes planes (lemniscate de Bernoulli, lemniscate de Gerono, besace, versiera, etc., etc.), assez subtiles à définir dans leur plan, apparaissent comme projections d'intersections de surfaces excessivement simples (sphère, cylindres, cônes, etc.) De telles constatations engagent à faire quelques efforts pour s'assimiler le langage et les procédés, bien peu nombreux au fond, d'une science qui permettra ensuite de recueillir des fruits que l'on n'a pas dédaigné de conduire à maturité complète.

L'ouvrage commence par une centaine de pages sur les méthodes en général. Il y est insisté sur l'utilité de voir les problèmes dans l'espace et, à mon avis, avec beaucoup de raison. L'auteur résume la terminologie et les