Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1910)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONSTRUCTIONS DE PLANIMÉTRIE SOLUTIONS NOUVELLES DE PROBLÈMES COMPLIQUÉS PAR DES CONDITIONS PARTICULIÈRES

Autor: Redl, Franz

Kapitel: II. — Construire la bissectrice d'angles très obtus. Déterminer le sommet de très petits angles.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-12785

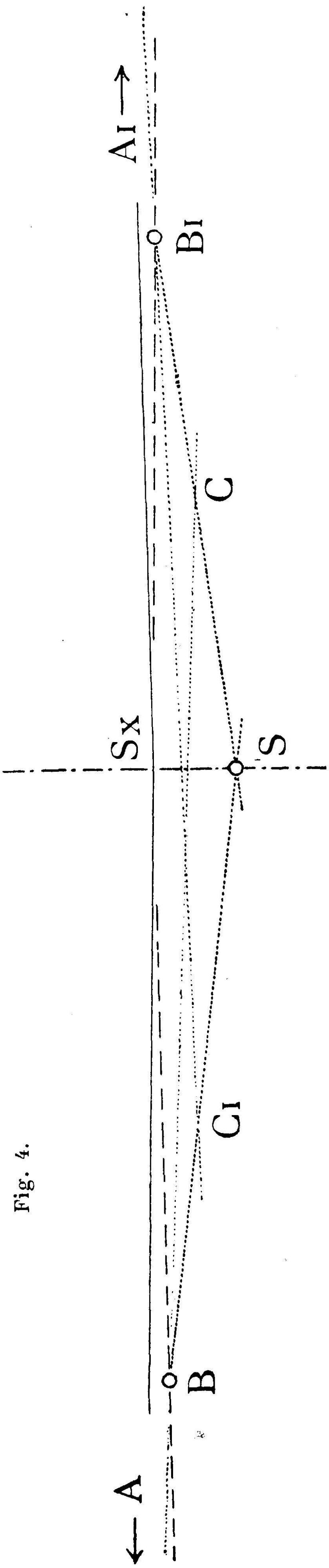

Fig. 4.

En menant par B la parallèle à l'axe perspectif, on obtient la bissectrice de l'angle A.

Si dans la fig. 3 on mène par P une parallèle à RP′ et par P′ une parallèle à PQ′, elles se coupent en un point K_1 de la bissectrice extérieure de l'angle PAP′.

Le point d'intersection Σ de RP′ et de PQ′ appartient à la bissectrice extérieure de l'angle PA′P′, car $AK_1 =$ et $\parallel A'\Sigma$.

Les segments AK_1 et $A'\Sigma$ sont équidistants du milieu de PP′.

$A'\Sigma$ est l'axe perspectif des ponctuelles égales déterminées sur les côtés AP et AP′ par les segments PR = P′Q′.

La bissectrice extérieure de PAP′ est l'axe perspectif des ponctuelles semblables caractérisées par RP′ et Q′P.

Si $A'\Sigma$ coupe AP au point Δ_3 et AP′ en Δ_2 on aura, comme plus haut :

$$\overline{AP'} = \overline{PT_3} = \overline{PA'} = \overline{P\Delta_3}$$

et

$$\overline{AP} = \overline{P'T_2} = \overline{P'A'} = \overline{P'\Delta_2}$$

Nous ne nous occuperons pas des constructions qui résulteraient de ces relations, car elles ne nous conduiraient à rien de nouveau.

II. — Construire la bissectrice d'angles très obtus. Déterminer le sommet de très petits angles.

La détermination exacte de la bissectrice d'un angle très obtus présente des difficultés spéciales parce que le sommet en est mal déterminé. Il est impossible d'éviter absolument les causes d'erreurs. On peut y tendre en employant des règles très soigneusement vérifiées pour prolonger le plus possible les côtés — toutes les constructions devront être effectuées en traits très fins.

Proposons-nous de construire la bissectrice de l'angle AS_xA_1 ; les lignes pointillées sont les prolongements des côtés. (Les points A et A_1 des côtés ne sont plus visibles dans la fig. 4.)

Si $AB_1 = A_1B$, l'axe perspectif des ponctuelles semblables A, B, C, ... et A_1, B_1, C_1, ... sera la bissectrice cherchée.

L'habileté du dessinateur consistera à choisir C et C_1 pour que que BC_1 et B_1C ne deviennent pas trop petits et pour que, d'autre part, l'angle CSC_1 ne soit pas trop obtus.

Si on le veut, on peut se contenter de déterminer un seul point de la bissectrice; il remplacera le sommet dans les constructions qui suivent.

Si l'on se propose simplement de déterminer le sommet de S_x, on peut éviter le transport des grands segments $\overline{AB_1} = \overline{A_1B}$; car on obtiendra une approximation suffisante en prenant $\overline{AB} = \overline{A_1B_1}$; le théorème de Carnot nous montre qu'alors AB_1 et A_1B se trouvent égaux à très peu de chose près, — et cela d'autant mieux que les points correspondants auront été choisis symétriques par rapport à S_x autant que faire se peut. Par exemple AB égal à BS_x et A_1B_1 égal à B_1S_x. Si l'on prend $AB = BS_x = B_1S_x = A_1B_1$, on obtient l'axe de symétrie.

L'hypothèse que $\overline{AB} = \overline{A_1B_1}$ fait dégénérer approximativement la similitude des ponctuelles en égalité, et pour choisir C et C_1 on se bornera à prendre $BC = B_1C_1$ (voir fig. 4).

L'axe perspectif n'est plus la bissectrice, mais détermine néanmoins le sommet avec une approximation suffisante. Cette construction est certainement exacte au point de vue théorique.

III. — Théorèmes simples sur le quadrangle plan et applications à la construction.

1. — Démonstration des propriétés.

Nous nous proposons de généraliser par la projection parallèle les propriétés des figures 1, 3 et quelques autres qui s'y rattachent immédiatement.

On sait que lors de projections parallèles, les propriétés projectives des figures, et en outre les théorèmes basés exclusivement sur le parallélisme ou sur des propriétés de parallélogrammes, subsistent.

La projection parallèle des figures 1 et 3 détruit l'égalité des segments PQ', $P'Q$; — respectivement PQ, $P'Q'$ — et l'axe perspectif des ponctuelles semblables PQ ... ; $P'Q'$ ... ; cesse d'être la bissectrice de l'angle PAP' (fig. 1). Les autres propriétés subsistent.