Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1910)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: QUEL NOMBRE CONVIENDRAIT LE MIEUX COMME BASE DU SYSTÈME DE NUMÉRATION ?

Autor: Du Pasquier, L. Gustave

Kapitel: III. — La clarté dans la représentation des nombres.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-12784

III. — La clarté dans la représentation des nombres.

Il y a bien d'autres choses à considérer que la divisibilité et le nombre des chiffres. Il est évident qu'il ne suffit pas de compter ces derniers, mais qu'il faut tenir compte aussi de leur degré plus ou moins grand de simplicité. En recherchant à ce point de vue si un système peut être regardé comme avantageux, on n'est pas tenu de toujours employer nos chiffres conventionnels dits « arabes » ; on se servira au contraire, pour chaque base, du système de signes qui sera le plus commode. Nous aurons à considérer :

a). — *La difficulté d'écrire les nombres et de les relire.* Cette difficulté est un produit de deux facteurs. Le *premier* est le nombre des signes. Lorsqu'un nombre est écrit avec beaucoup de chiffres, il est plus difficile de le concevoir avec précision, de le saisir exactement, que lorsqu'il s'écrit avec peu de chiffres; et puisque le nombre des chiffres diminue quand la base augmente, puisqu'il est inversément proportionnel au logarithme de la base, c'est une raison pour préférer une base aussi grande que possible.

Le *deuxième facteur* est la difficulté d'écrire les signes de manière à ce qu'ils se distinguent facilement les uns des autres, et de les relire ensuite. Or, le nombre total des signes différents entre eux étant égal à la base elle-même, ce deuxième facteur croît évidemment avec la base; mais il croît beaucoup plus rapidement qu'elle. Il n'est cependant pas si facile d'en donner une expression numérique précise, comme nous sommes en état de le faire pour le premier facteur; nous pouvons seulement dire : le deuxième milite en faveur des petites bases.

La résultante de ces deux facteurs dépend de la quantité dont le deuxième croît; elle fait pencher la balance du côté des petites bases.

b). — *La difficulté de saisir un nombre avec précision et à première vue,* de reconnaître immédiatement ses propriétés arithmétiques élémentaires. Ici aussi, l'on doit tenir compte de plusieurs facteurs.

1° D'abord, la base doit contenir autant de diviseurs que possible. Chaque divisibilité de la base facilite en effet la lecture des nombres, car les multiples de ces diviseurs sont en quelque sorte des points de repère. Ainsi, dans notre système décimal, les multiples de 5 constituent de ces points d'orientation dans la suite ininterrompue des nombres, de même les multiples de 2. S'il s'agissait uniquement d'écrire des nombres ou de copier des nombres déjà écrits, on pourrait prendre pour base des nombres assez grands sans recourir à des signes trop compliqués; mais il s'agit surtout de comprendre ce qui est écrit; à la seule vue d'un signe, on doit savoir quel est son rang, quelles sont les propriétés arithmétiques les plus simples du nombre en question. C'est cette lecture qui se trouve facilitée, quand la base contient beaucoup de diviseurs. On manquerait de ces points d'orientation, si la base était un grand nombre premier; on aurait alors une suite de nombres se ressemblant tous, et en lisant un nombre, il serait plus difficile de se rendre compte immédiatement de ses propriétés arithmétiques. Bien qu'il soit difficile d'exprimer par une formule mathématique cette dépendance entre la divisibilité de la base et la facilité d'embrasser d'un seul coup d'œil l'ensemble des propriétés arithmétiques d'un nombre écrit, il est hors de doute que cette dépendance existe et qu'elle milite en faveur des bases possédant beaucoup de diviseurs, spécialement en faveur des multiples de 6.

2° Il y a ensuite le fait que les petits nombres sont plus faciles à dominer que les grands. Voici ce que nous entendons : La plupart des hommes ne peuvent juger que d'un très petit nombre d'objets semblables, à première vue et sans les compter. En voyant par exemple sur un rayon d'une bibliothèque des volumes alignés, tous semblablement reliés et de même grandeur, tout le monde saura dire immédiatement s'il y en a 2 ou 3, ou bien 3 ou 4, d'une façon tout intuitive et sans avoir besoin de compter. Mais rares sont les personnes qui savent distinguer ainsi au premier coup d'œil entre 9 et 10 unités de même espèce, ou entre 15 et 16, sans avoir besoin de compter. Il n'est pas non plus facile de diviser à vue d'œil un intervalle en 10 parties égales. Par un long exercice, on arrive, il est vrai, à faire des progrès surprenants dans ce domaine, mais beaucoup d'observateurs, même très habiles, ont conscience de commencer par une division préalable en 2 ou en 4 parties. — Or, dans les systèmes de numération à très petite base, chaque signe simple correspond à un nombre dont la signification est immédiatement claire à la plupart d'entre nous. Ce fait constitue un avantage considérable des systèmes à très petite base, un avantage capable de compenser à lui seul l'emploi d'un plus grand nombre de signes.

Remarquons enfin que s'il est difficile de juger avec une précision mathématique des avantages que présentent les systèmes qui ont pour base un nombre très grand, *en tant qu'il s'agit d'écrire et de lire les nombres,* on peut affirmer qu'ils ne sont pas bien considérables et qu'à ce troisième point de vue de la clarté dans la représentation des nombres, les avantages des systèmes à petite base semblent l'emporter.

c). — *Résultats des expériences.* A ce point de vue, des essais ont été faits par quelques mathématiciens et pédagogues. Les expériences pratiques les plus étendues sont sans doute celles qu'a entreprises M. T. N. Thiele, ancien professeur d'astronomie à l'Université de Copenhague, avec quelques-uns de ses élèves. (On sait que les observations astronomiques donnent lieu à de très longs calculs.) Ces expérimentateurs se sont habitués à un système à base 30 et pendant longtemps ont effectué des calculs dans ce système. Comme il fallait 30 signes primitifs pour représenter les unités simples et le zéro, ils ont profité de la circonstance que l'alphabet nous offre une série de signes dont l'ordre est bien connu, et ont employé comme chiffres les lettres de l'alphabet, avec quelques suppléments empruntés à des alphabets étrangers. Après avoir vécu dans ce système à grande base, ils ont tiré de leurs expériences les conclusions suivantes :

1) Il est presque impossible, dans un pareil système, d'effectuer les calculs d'une manière indépendante, sans l'aide de tables.

« Le petit livret », ou table de Pythagore, se compose de $29^2 = 841$ règles, et c'est un travail presque surhumain de les apprendre par cœur, de s'en rendre maître de façon à n'avoir aucune hésitation.

2) L'écriture et la lecture des nombres deviennent difficiles ; pour éviter des confusions, il faut que les signes soient écrits avec une grande précision.

3) La connaissance que la pratique ordinaire nous fait acquérir de l'ordre de succession des lettres est tout à fait insuffisante, lorsqu'il s'agit de juger immédiatement lequel de 2 nombres est le plus grand. Il devient difficile d'avoir conscience, à la seule vue d'un signe, des propriétés arithmétiques les plus simples du nombre représenté par ce signe ; par exemple, ces expérimentateurs avaient grande peine à se rappeler quels signes représentaient les nombres pairs, ou les multiples de 3, ou les multiples de 5, ou de 6, etc.

Les conclusions à tirer de ces expériences, confirmées du reste par plusieurs autres, sont :

a) L'avantage d'écrire les nombres avec moins de chiffres se trouve non seulement compensé, mais de beaucoup surpassé par la difficulté de distinguer les uns des autres les nombreux chiffres d'un système à grande base.

b) Les difficultés en ce qui concerne l'écriture et la lecture des nombres, surtout la difficulté d'apprendre par cœur les tables de Pythagore correspondantes, croissent en même temps que la base, mais avec une rapidité telle que la limite de ce qui est humainement possible ne dépasse guère 30.

IV. — **Réunion de plusieurs signes en un seul.**

Nous venons de faire remarquer que dans un système de numération à grande base, on a besoin de beaucoup de signes, qu'il faut donc recourir à des signes compliqués, que c'est là un désavantage. On pourrait être tenté de faire le raisonnement inverse et de conclure ainsi : dans un système à petite base, on a besoin de peu de signes seu-