Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1910)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: QUEL NOMBRE CONVIENDRAIT LE MIEUX COMME BASE DU SYSTÈME DE NUMÉRATION ?

Autor: Du Pasquier, L. Gustave

Kapitel: I. — Point de vue de la divisibilité.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-12784

de vue. Certaines réflexions s'imposent de suite, même à qui se borne à un examen superficiel; il en est d'autres, et précisément les plus importantes, qui ont échappé à la plupart des auteurs traitant cette question, ou du moins n'ont pas été appréciées à leur juste valeur. Nous nous placerons successivement à six points de vue différents, afin d'élucider la question sous toutes ses faces.

I. — **Point de vue de la divisibilité.**

C'est lui qui se présente en premier lieu, aussi s'est-il imposé à tous ceux qui ont étudié notre question.

a).— *Les règles de la divisibilité* des nombres entiers dérivent et dépendent de la divisibilité du nombre b choisi comme base et de ses autres propriétés arithmétiques. Ces règles changent avec la base. Un grief bien connu contre le système décimal est par exemple le fait que la règle de divisibilité par 7 est trop compliquée pour donner des avantages bien grands dans son application pratique. A ce point de vue, *les nombres possédant beaucoup de diviseurs seraient à préférer*, donc les multiples de 6, spécialement le nombre 6 lui-même, car il donne des règles de divisibilité très simples pour 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, etc.

Remarquons cependant que telle règle de divisibilité simple dans le système décimal deviendra peut-être compliquée dans un système à base quelconque, par exemple la divisibilité par 5 dans le système duo-décimal, ou la divisibilité par 11 dans le système à base 18. Aucune base ne saurait satisfaire ici à toutes les exigences. Nous dirons donc que dans ce domaine, *les avantages et les désavantages se compensent à peu près*. Nous dirons en plus que *ni les uns, ni les autres n'ont une grande importance* et ne tirent à conséquence. Preuve : l'avantage que la divisibilité et les restes de la division par 2 et par 5 ressortent clairement des chiffres romains, est loin d'être assez considérable pour compenser les grands défauts de cette numération. Tout ce que l'on a su tirer des règles de divisibilité se réduit, jusqu'ici, à quelques avantages de calcul et à des preuves. Chaque base ayant ses règles de divisibilité données, entraîne ses avantages particuliers, ses preuves particulières.

b). — *La division doit donner autant que possible des développements finis*. C'est même l'un des grands griefs contre le système décimal; la division par 3 y donne des fractions infinies, et l'on a relativement souvent affaire à des tiers ou à des fractions dont le dénominateur contient 3 comme facteur premier; on est alors obligé, lorsqu'on veut employer des fractions « systématiques », (c'est-à-dire dans notre système de numération des fractions « décimales »), de se contenter de résultats plus ou moins approximatifs, d'évaluer l'ordre de grandeur des erreurs commises.

Mais ici encore, il faut dire qu'aucune base ne peut satisfaire à toutes les exigences, car elle devrait contenir comme facteurs premiers les nombres 2, 3, 5, 7, 11,...; c'est dire qu'elle devrait être très grande, et nous verrons plus loin que de telles bases sont impossibles. Quel que soit donc le choix auquel on s'arrête, les développements infinis se présenteront toujours dans un grand nombre de cas.

Le résultat le plus certain auquel on arrive en partant de ce point de vue, c'est que la base du système de numération doit être *un nombre pair*. En effet : le nombre 2 se distingue de tous les autres par tant de propriétés remarquables, le nombre 2 figure si souvent dans les formules théoriques, il entre si souvent comme diviseur dans les calculs de la pratique que toute base impaire entraînerait des désavantages très sensibles.

Doit-on préférer une base renfermant, à côté du nombre 2, le facteur premier 3 ou plutôt le facteur premier 5 ? ou bien une base renfermant une puissance de 2 supérieure à la première ? ou, à côté de 2^n, une puissance supérieure d'un autre facteur premier? Devrait-on, par exemple, préférer 18 ou 24 à 12 ? ou bien 20 à 10? Il est bien difficile de trancher de telles questions à priori, si l'on voulait tenir compte *uniquement* de la divisibilité.

Si ces considérations devaient décider à elles seules du choix d'une base, le système par 6 ou par 12 réunirait sans doute une majorité; mais il y aurait probablement une très forte minorité pour faire observer combien les avantages que le meilleur des systèmes présente sur ses concurrents ont peu de valeur.

En se plaçant uniquement au point de vue de la divisibilité, on arrive ainsi finalement à la conclusion suivante : *La base b du système de numération doit être un nombre pair en tout cas, un nombre à beaucoup de diviseurs, un nombre contenant le plus possible de facteurs premiers.* — Ce premier point de vue est donc favorable aux grandes bases.

II. — Le nombre des éléments fixes servant à construire tout le système.

Nous venons de montrer que les considérations de divisibilité militent en faveur d'un grand nombre pair, mais qu'elles laissent encore beaucoup de place à l'arbitraire, qu'elles sont loin de donner à notre question une réponse univoque et décisive; il faut donc considérer encore d'autres moments, entre autres le nombre des éléments fixes qui servent à la construction même du système.

Nous posons comme principe que *ce nombre doit être aussi restreint que possible.* — Il y a de nouveau lieu de distinguer entre la numération parlée et la numération écrite.