Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1910)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: POUR UNE THÉORIE DE LA MESURE

Autor: Combebiac, G.

Anhang: Appendice : Sur le Nombre irrationnel.

Autor: Combebiac, G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-12780

On voit que ce n'est pas sans quelques difficultés que l'on pourra parvenir à établir une Géométrie rationnelle sur la seule notion de distance; mais quelle clarté pour ses fondements en comparaison de l'édifice lourdement artificiel que constitue le système des axiomes de caractère purement logique?

En terminant, je signale que l'axiome A), appliqué au plan, permet d'établir avec la plus grande simplicité la notion d'égalité des angles ainsi que les cas d'égalité des triangles, à condition toutefois que l'on ait pu, au préalable, établir que la fonction de distance détermine une métrique sur les lignes droites[1]. On voit que l'on est toujours ramené à édifier une théorie des lignes droites en fonction de la notion de distance.

G. Combebiac (Montauban).

Appendice : Sur le Nombre irrationnel.

Dans mon premier article au sujet de la mesure, publié dans le numéro de mars de l'*Enseignement mathématique*, j'ai émis l'opinion que l'on pourrait se passer de la notion de nombre irrationnel dans toutes les applications des Mathématiques. Je dois reconnaître que l'expression a dépassé ma pensée.

Ce qui paraît incontestable, c'est que cette notion ne saurait être rattachée, pas plus historiquement que logiquement, à celle de mesure, car ce qui est naturel, c'est précisément d'admettre que toutes les grandeurs de même espèce sont commensurables deux à deux, conception qui suffit parfaitement tant que l'on se borne à mettre en œuvre leur mesure. Si le nombre irrationnel s'est imposé avant qu'il en eût été donné une définition correcte, c'est évidemment en Géométrie avec certains rapports dans la détermination desquels interviennent d'autres notions que celle de mesure, notamment la notion de fonction.

La nécessité (ou, ce qui revient au même, la convenance) de l'emploi du nombre irrationnel dans le domaine physique, paraît plutôt devoir être recherchée dans l'idée de continuité, non pas des ensembles, mais des fonctions. L'intuition expérimentale

[1] La fonction J détermine évidemment une métrique sur chacune des pseudo-sphères et sur chacun des pseudo-cercles; il suffit, pour le voir, d'appliquer l'axiome A) à cinq points, savoir: pour la pseudo-sphère, le centre et quatre points quelconques de la surface; pour le pseudo-cercle, les centres de deux pseudo-sphères contenant la courbe et trois points quelconques de celle-ci.

exige, en effet, qu'une fonction continue définie physiquement prenne, dans un intervalle quelconque, toutes les valeurs comprises entre ses valeurs extrêmes, propriété qui appartient bien aux fonctions appelées continues par les mathématiciens. Rien n'empêche d'ailleurs, comme on sait, d'étendre cette dernière notion aux champs purement rationnels (la définition peut en effet se résumer dans la formule :

$$\lim_{x=a} f(x) = f(a) \;;$$

mais alors la propriété énoncée ne subsiste pas ; c'est ainsi que la fonction x^2 ne prend plus la valeur rationnelle 2. On est conduit à compléter le champ rationnel par tous ses points-limites, ce que n'exigeait à aucun degré l'idée seule de la mesure.

Il semble donc bien, en définitive, que ce soit dans l'idée de fonction continue, et non dans celle de mesure que l'on doit chercher la raison d'être du nombre irrationnel dans les applications des Mathématiques.

G. COMBEBIAC (Montauban).

SUR LES DÉVELOPPÉES D'UNE COURBE GAUCHE[1]

Les propriétés connues des développées d'une même courbe gauche permettent de soupçonner que la recherche de toutes ces développées se ramène à l'étude d'une même équation différentielle dont il suffit de connaître une intégrale particulière, pour en trouver l'intégrale générale.

Effectivement, le problème se traduit par une équation de Ricatti ; mais un examen quelque peu attentif de cette équation permet d'en exprimer l'intégrale générale au moyen d'une quadrature.

Soient x, y, z, les coordonnées rectangulaires d'un point M, mobile sur une courbe donnée S, t l'angle que fait, avec

[1] La même question a été traitée, sous une forme toute différente, par M. BIANCHI, dans le premier chapitre de son traité de Géométrie infinitésimale : le lecteur voudra bien, je l'espère, reconnaître que chacune des deux méthodes a son intérêt propre.