M. Painlevé, la classification des singularités d'après M. Boutroux, le candidat applique les méthodes du maître à l'équation

$$2xy\frac{dy}{dx} = ay^2 + x(X_0 + X_1 y + X_2 y^2 + X_3 y^3) \,.$$

a constante complexe, les X polynômes en x. Le candidat a su choisir un exemple conduisant à des résultats précis et permettant de suivre les diverses déterminations de l'intégrale en un point multiple. Vu la difficulté du sujet, ce travail bien rédigé, est bien satisfaisant.

M. Médy (Nancy, 1909). *Allure d'une branche d'intégrale en un point singulier à l'infini.* Le candidat s'inspire aussi du cours précité de M. Boutroux : il considère une branche d'intégrale de l'équation (α) présentant un point singulier rejeté à l'infini et étudie l'allure et la croissance des branches qui y passent : applique convenablement les résultats à un exemple indiqué par M. Boutroux. Travail soigné, mais assez peu personnel ; néanmoins acceptable.

IV. — Equations aux dérivées partielles du 1er ordre.

Sur l'intégration de ces équations, qui ne dépasse pas beaucoup les programmes fondamentaux, nous trouvons 4 Mémoires qu'on peut regarder seulement comme assez satisfaisants.

M. More (Lyon, 1908) : *Sur la simplification que donne la connaissance de quelques intégrales premières du système des caractéristiques pour l'intégration d'un système d'équations qui sont en involution.* Le candidat a été guidé par un cours de M. Vessiot, le livre de M. Goursat et aussi par les travaux de Lie et de M. Saltykow ; il expose avec habileté les travaux de ces maîtres et cherche à les comparer entre eux ; il glisse sur le rôle joué par l'idée de transformation de contact, mais il fait des applications à quelques exemples bien choisis.

M. Vigié (Montpellier, 1909) : *Sur la permutation des intégrales d'une équation de la forme*

$$X_1\frac{\partial u}{\partial x_1} + \ldots\ldots + X_n\frac{\partial u}{\partial x_n} = 0 \,.$$

Ceci se rattache à un point important de la théorie des groupes.

Le candidat, s'inspirant largement d'un Mémoire de M. Buhl, montre que, connaissant une intégrale u_1, on peut en déduire élémentairement une autre de la forme

$$Y_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \ldots\ldots + Y_n\frac{\partial u_1}{\partial x_n} \,;$$

de celle-ci on pourra revenir à u_1 par une voie analogue quand une certaine identité est vérifiée ; cette théorie peut découler du théorème de Poisson. Le candidat explicite la démonstration de la réciproque, énoncée par M. Appell ; puis il donne une interprétation géométrique de l'identité considérée.

Viennent ensuite deux Mémoires présentés à la Faculté de Marseille en 1907 par MM. Franceschini et Sauvaire : ce sont des exposés partiels d'un cours fait à la Faculté sur l'étude détaillée des équations dont nous nous occupons ; ils donnent les méthodes d'intégration de Boole, de Mayer et de Cauchy ; ils considèrent spécialement le cas des systèmes en involution. Le grain d'originalité demandé consiste en des remarques intéressantes sur les méthodes exposées et en plusieurs applications, géométriques chez M. Franceschini, numériques chez M. Sauvaire, lequel montre en outre qu'on ne saurait rencontrer un cas singulier sur lequel M. Collet avait simplement appelé l'attention.

V. — **Fonctions elliptiques.**

Sur cette théorie, nous avons deux bons Mémoires.

M. Mario (Rennes, 1906) : *Sur l'équation de Lamé.* Dans un Mémoire de 103 pages, le candidat expose avec soin les principaux résultats acquis à cette importante question. Il prend l'équation sous la forme de Weierstrass, indique les recherches de Lamé ; avec Hermite, il cherche pour le cas général, une intégrale de la forme

$$y = \frac{1}{(\sigma n)^n}\,\sigma(u + a_1)\,.\,.\,.\,.\,.\,\sigma(u + a_n)\,e^{-u(\zeta a_1 + \cdots + \zeta a_n)}\ ;$$

on sait que $pa_1, \ldots, pa_n$ doivent être les racines d'une équation de degré n : le candidat montre la suite d'opérations qui permettent d'éviter la résolution de cette équation ; il a le mérite très réel d'avoir réuni nombre de résultats trouvés notamment par Hermite, Halphen et aussi par M. Krauze pour le cas où $yz' - zy'$ est nul, z se déduisant de y par le changement de u en $-u$; il démontre d'une façon très correcte un grand nombre de propositions simplement énoncées par ses guides.

M. Raynaud (Grenoble, 1907) : *Etude des cubiques de genre un à l'aide des fonctions elliptiques.* Le candidat se sert partout des notations de Weierstrass ; il passe en revue les représentations classiques des cubiques ; il fait la remarque, qui semble nouvelle, que si l'on pose

$$x = \frac{apu + bp'u + c}{a''pu + b''p'u + c''}\,,\quad y = \frac{a'pu + b'p'u + c'}{a''pu + b''p'u + c''}\,,$$