§ 4. — Applications diverses du papier quadrillé.

On peut employer le papier quadrillé pour étudier commodément certaines questions. Quelques dessins industriels (canevas, dallages, carrelages...) utilisent le carré du quadrillage comme point, pour tracer de façon grossière certaines courbes. En géographie on peut citer la méthode « des carreaux » pour l'agrandissement des cartes (Un procédé analogue permettrait de tracer des projections homographiques d'une figure donnée. Par exemple, une amplification d'ordonnée dans le rapport 2, fera correspondre à un carré de la première figure 2 carrés superposés de la seconde, etc...). On peut encore se servir du papier quadrillé pour étudier

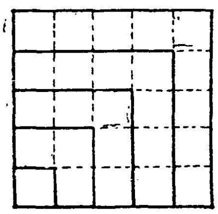

Fig. 14.

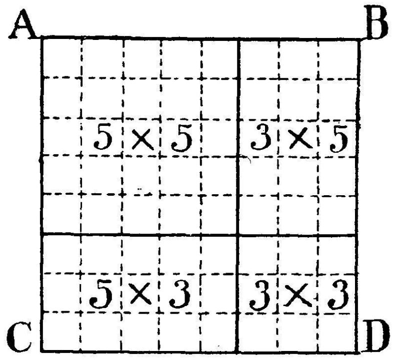

Fig. 15.

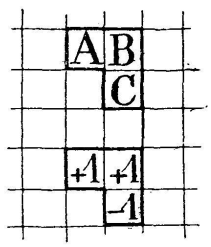

Fig. 16.

les propriétés des déterminants, des carrés magiques, du triangle arithmétique de Pascal, les mouvements des pièces d'un échiquier, etc.. ou encore pour établir certains théorèmes d'arithmétique : Exemple : *La somme des* n *premiers nombres impairs est* n^2. Dans la figure (fig. 14) les polygones successifs contiennent un nombre impair de carrés et l'on voit ainsi que la somme des 5 premiers impairs est 5^2.

Le carré de la somme de 2 nombres entiers a *et* b *est égal à la somme des carrés des 2 nombres augmentée du double produit de ces nombres.* On voit (fig. 15) que si l'on prend $a = 5$ et $b = 3$ le carré ABCD est formé de 4 parties qui contiennent respectivement 5×5 ; 3×5 ; 5×3 ; 3×3 carrés, ce qui donne la propriété.

Donnons un exemple plus compliqué de ces démonstrations figurées. Supposons que toutes les cases d'un quadrillage contiennent des entiers tels, que la somme des nombres de cases horizontales donne le nombre situé au-dessous de la seconde : les 3 nombres A, B, C (fig. 16) donnent $A + B - C = 0$ (Le lecteur fera sans peine des applications de ceci au cas du triangle arithmétique de Pascal). Représentons encore ceci par les coefficients 1, 1 et — 1 mis sur les 3 cases considérées (Sur la figure on a pris 3 nouvelles

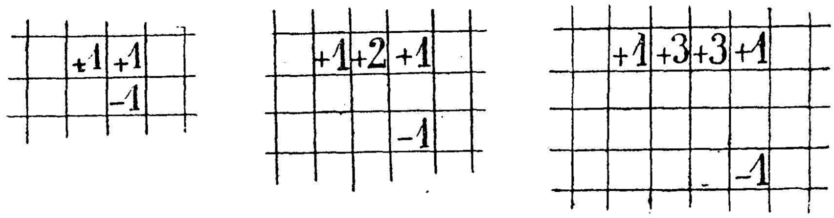

Fig. 17.

cases au-dessous des premières). Ceci posé, en n'introduisant ainsi que des totaux nuls on pourra affecter certaines cases de coefficients, toutes les cases marquées donnant un total égal à 0. Par exemple, sur la figure 17, les diverses parties de la figure répondent à cette condition et l'on voit aisément apparaître les coefficients du binome. Ne voulant pas allonger outre mesure cette Note nous laissons au lecteur le soin d'énoncer le théorème correspondant et d'en déduire des propriétés du triangle de Pascal [1].

A. SAINTE LAGUË (Douai).

[1] Le lecteur trouvera un très grand nombre de ces démonstrations figurées dans la *Théorie des Nombres* de LUCAS.