

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 11 (1909)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE  
  
**Rubrik:** BIBLIOGRAPHIE

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## BIBLIOGRAPHIE

---

F. BENNECKE. — **Eine konforme Abbildung** als zweidimensionale Logarithmentafel zur Rechnung mit komplexen Zahlen. — 1 fasc. in-4° : O. Sall, Berlin.

C'est une application de la représentation conforme à la résolution graphique des opérations à effectuer sur des nombres complexes. La table, établie avec beaucoup de soin par l'auteur, permet de chercher directement le logarithme vulgaire de  $x + iy$  et réciproquement. Elle est obtenue à l'aide de la correspondance par points sur deux plans de la fonction  $Z = \log z$ .

Si l'on a  $X + iY = \log(x + iy)$ , on obtient les deux familles de courbes

$$x = 10^X \cos(Y \ln 10), \quad y = 10^X \sin(Y \ln 10).$$

Lorsqu'on n'exige pas une très grande approximation, cette méthode graphique conduit très rapidement au résultat.

Pierre BOUTROUX. — **Leçons sur les fonctions définies par les équations différentielles du premier ordre**, avec une note de M. Paul PAINLEVÉ. — 1 vol. gr. in-8°, 190 p. ; 6 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Pour comprendre exactement l'objet et la portée de ces leçons il est bon, il me semble, de partir d'abord d'une remarque qui, depuis nombre d'années, s'impose aux géomètres et qui a été particulièrement précisée par M. Painlevé. De toutes les transcendentes définies par les équations différentielles il n'y en a qu'un très petit nombre dont l'étude révèle une propriété exacte telle, par exemple, que la périodicité. Dès lors, à défaut de propriétés exactes, l'effort présent et l'effort à venir ne peuvent être tournés que vers l'étude de propriétés approchées. M. Pierre Boutroux est déjà entré dans cette voie en étudiant, dans sa thèse, les fonctions méromorphes nouvelles satisfaisant à des équations différentielles formées par M. Painlevé et en montrant que ces intégrales, quotients de fonctions entières, croissaient suivant le mode exponentiel.

Il s'agit maintenant de recherches qu'on peut rattacher au point de départ précédent, mais qui sont beaucoup plus avancées et intéressent d'ailleurs de nouvelles équations, notamment celles de la forme  $y'Q = P$ ,  $P$  et  $Q$  étant des polynômes en  $x$  et  $y$  et plus particulièrement

$$y' + A_0 + A_1y + A_2y^2 + A_3y^3 = 0,$$

les  $A$  étant des polynômes en  $x$ .

Ce qu'il faut remarquer tout d'abord, et ce qui constitue un pas en avant d'une importance capitale, c'est l'apparition nécessaire de fonctions multiformes à une infinité de branches. On démontre que, parmi les équations des types précédents, l'équation de Riccati est la seule dont l'intégrale soit uniforme et que des fonctions à un nombre fini de branches ne peuvent

satisfaire qu'à des équations se ramenant par une transformation rationnelle à une équation de Riccati. Quoique très simple, la démonstration de ces faits n'en va pas moins sans un certain étonnement. Nous avons donc devant nous le champ de fonctions à une infinité de branches et rien pour ainsi dire dans l'analyse créée jusqu'à ce jour ne donne de méthodes pour en aborder l'étude. Les fonctions multiformes considérées jusqu'ici n'avaient, en général, qu'un nombre fini de branches, elles étaient en relation simple, par leurs inverses avec les fonctions uniformes et enfin on savait construire des surfaces de Riemann, à un nombre fini de feuillets, sur lesquelles des coupures appropriées les rendaient uniformes.

Ici les questions sont d'une autre nature. M. Pierre Boutroux cherche à étudier d'abord la croissance et l'allure de certaines branches de l'intégrale de  $y'Q = P$  où  $P$  est de degré  $p$  en  $y$  et  $Q$  de degré  $q$ . Il montre que, moyennant certaines conditions initiales et pour  $p - q = 1$ , il existe des branches qui, dans de certains angles ayant leur sommet à l'origine, n'ont ni zéros ni points singuliers d'aucune sorte. Ce sont des branches à croissance exponentielle. Si la condition  $p - q = 1$  n'est pas réalisée, des circonstances plus complexes se présentent, mais il existe alors des branches également fort remarquables qui, sur une surface de Riemann dont on excepte certains cercles dont la somme des aires est en rapport nul avec l'aire totale de la surface, croissent moins vite qu'une puissance finie de  $x$ . Ce sont des branches à croissance rationnelle.

La classification des points singuliers transcendants paraît devoir être fort laborieuse à cause du très grand nombre de cas qu'il faudrait considérer. Si encore il n'existait que des points autour desquels se permutent une infinité de branches ! Mais en dehors de ces points que l'auteur appelle *directement critiques*, il en existe d'autres, *indirectement critiques*, qui sont limites d'un ensemble de points tels qu'autour de chacun d'eux les permutations sont possibles. Dans ces conditions les divers types de singularités se divisent en cas qui comprennent des sous-cas, et il semble même que l'on puisse subdiviser indéfiniment la classification. Au milieu de cet échecomplicé, l'auteur trouve des fils conducteurs par des procédés ingénieux et simples. Il considère des équations particulières, même certaines dont les intégrales sont déterminables par les procédés élémentaires et, partant de tels repères, établit par analogie des résultats plus généraux et qui semblent de la plus haute importance. Il revient sur les points singuliers classiques de Briot et Bouquet et montre qu'il n'y avait là qu'une classification provisoire, ces points pouvant être de natures fort diverses et n'ayant été rapprochés que par suite d'un point de vue très spécial. Enfin il étudie les relations qui peuvent exister entre diverses branches d'intégrales sans s'astreindre à rester dans le voisinage d'un point critique.

M. Paul Painlevé a terminé l'ouvrage par une note de 46 pages où il étudie la réduction à des formes canoniques des équations dont les intégrales n'ont qu'un nombre fini de branches. Les problèmes qui restent posés, soit par les recherches de M. Boutroux, soit par celles de M. Painlevé, nous permettent sans doute des résultats non moins intéressants que ceux déjà obtenus. Et que l'on ne croie pas que la complexité des questions entraîne quelque difficulté dans la lecture de l'œuvre ; au contraire, tout paraît intuitif, inspiré de l'esprit d'analogie et construit, non pas en démontrant et en entassant des détails ardu, mais en faisant de larges appels à la notion de continuité.

A. BUNL (Montpellier).

Omer BUYSE. — **Méthodes américaines d'éducation générale et technique.**  
— 1 vol. gr. in-8°, 744 p., 365 figures ; Dunod & Pinat, Paris ; Musée provincial, Charleroi.

Le régime scolaire d'un pays dépend nécessairement d'un ensemble de conditions sociales, économiques et historiques. Chaque pays a ses traditions ; leur influence tend cependant trop souvent à retarder le développement rationnel de l'instruction, tel que l'exigeraient les conditions modernes de la vie économique. Aux Etats-Unis il n'y avait guère des traditions à observer et ce sont les conditions sociales et économiques qui ont été les principaux facteurs de l'organisation des études dans les établissements de culture générale et dans les écoles techniques et professionnelles.

L'exposé très remarquable que fait M. O. Buyse de cette organisation sera lue avec beaucoup d'intérêt et de profit par tous ceux qui cherchent à contribuer au progrès de l'enseignement scientifique et professionnel. Il montre quels sont, dans les divers types d'écoles, les faits marquants qui caractérisent l'enseignement des différentes branches.

Les professeurs américains estiment que l'enseignement en général, et spécialement l'enseignement scientifique, ne saurait être fécond que si les élèves sont exercés à trouver eux-mêmes les vérités, les lois. C'est le principe de la méthode de « redécouverte » (rediscovery) étendu à toutes les branches. Les leçons de classes, dont l'importance est très réduite, préparent ou confirment les études pratiques du laboratoire et de l'atelier. « Apprendre en agissant, dit l'auteur, est la substance même des méthodes scolaires aux Etats-Unis. »

L'ouvrage comprend sept livres dont voici les principaux objets :

I. — *L'enseignement élémentaire* : les systèmes scolaires ; les caractéristiques de l'école primaire ; le dessin et les travaux manuels. Les bibliothèques pour enfants.

II. — *L'enseignement secondaire technique* : l'enseignement moyen en général ; l'école technique. Caractéristiques de l'enseignement scientifique dans les écoles secondaires. Les sciences d'observation ; l'expérimentation personnelle par les élèves, base de toutes les connaissances. Les travaux manuels. L'enseignement aux jeunes filles.

III. — Les institutions d'enseignement industriel.

IV. — Les institutions d'enseignement professionnel.

V. — L'Education d'une race. Institutions pour arriérés ethniques.

VI. — L'enseignement commercial.

VII. — Les écoles techniques supérieures.

Les matériaux considérables réunis dans cet ouvrage, et accompagnés de nombreuses illustrations, permettent de dégager les lois qui dominent la pédagogie générale et professionnelle aux Etats-Unis. L'Américain désire que l'école assure à ses enfants l'éducation physique, intellectuelle et morale.

Dans ses *Conclusions*, l'auteur estime que « les grandes idées sur l'essor d'une nation par l'éducation sont à l'arrière-plan dans nos écoles ; les cadres de l'instruction sont fixes, les méthodes ne font pas que des notions abstraites, de l'argumentation purement logique et des conclusions tirées du syllogisme ; les matières sont enseignées par des moyens conventionnels qui semblent s'éloigner des formes de la vie réelle ; les questions d'organisation, les programmes, les tendances éducatrices, ne sont discutées que dans des cercles restreints ; le public ne comprend pas le langage de nos pédago-



gues, il reste étranger et indifférent à ces discussions qui sont l'affaire de professionnels, de fonctionnaires ».

« En Amérique, au contraire, chaque école a ses pulsations propres ; toutes les grandes questions qui touchent à son patrimoine scientifique et classique sont en discussion permanente dans les livres, dans les revues, les journaux et surtout dans les assemblées et congrès auxquels s'associe et s'intéresse le peuple. Les innovations qui surgissent sont notées, essayées, exécutées ; le public — qui est cordialement accueilli dans les classes, les ateliers, les laboratoires, — se préoccupe de leur réalisation et se déclare satisfait. Sous sa poussée, la vie sociale et économique s'est prolongée jusque dans le domaine scolaire et elle donne aux études de la fraîcheur et une allure rationnelle et vraie. Dans tout l'enseignement, l'idée et sa réalisation par l'action, sont associées indissolublement ; par l'éducation agissante, la volonté des enfants et des adolescents prend possession d'elle-même. »

H. F.

FRANCESCO CALDARERA. — **Primi fondamenti della Geometria dello Spazio.** — 1 vol. in-8° de 236-IV pages, 7 fr. — Virzi, Palermo.

Cet important ouvrage de M. CALDARERA, titulaire de la chaire de Mécanique rationnelle à l'Université de Palermo, fait suite à ses « *Primi fondamenti della Geometria del piano* » publiés en 1891. De même que dans ce dernier ouvrage on se sert systématiquement des coordonnées trilineaires, dans celui-ci on se sert des coordonnées tétraédriques ou quadriplanaires.

Le livre est divisé en quatre chapitres :

I. *Points, plans et lignes en général, et par rapport au tétraédre fondamental.* 67 pages.

II. *Les formes fondamentales de 1<sup>re</sup>, 2<sup>me</sup> et 3<sup>me</sup> espèces.* 58 pages.

III. *Généralités sur les lignes et les surfaces ; espace réglé, pôles et polaires ; figures polaires réciproques ; principes généraux d'homographie et de dualité.* 58 pages.

IV. *Eléments de géométrie différentielle.* 55 pages.

Il n'est guère possible dans ce court compte-rendu, de faire un examen détaillé de ces chapitres permettant de mettre en évidence toute l'importance des nombreuses et belles théories exposées par l'auteur. Nous ne voulons cependant pas négliger de mettre en relief une nouvelle et remarquable formule (§ 133,) de l'angle de torsion en un point quelconque d'une courbe gauche, exprimée par la somme des carrés de trois déterminants de troisième ordre ; ceux-ci sont composés de manière que l'on peut déduire deux quelconques d'entre eux du troisième par de simples substitutions circulaires des indices. Au point de vue méthodique, l'ouvrage est fort bien conçu et grâce à la manière originale et nouvelle suivant laquelle les matières sont groupées et étudiées, il sera lu avec plaisir par ceux qui connaissent déjà quelque peu le sujet. Quant aux non-initiés, pourvus qu'ils aient une préparation suffisante, l'étude de cet important ouvrage est éminemment suggestive, car elle le pousse à examiner un grand nombre de développements destinés à vérifier tous les résultats qui y sont indiqués.

L'auteur fait usage de quelques notations, qui permettent aux lecteurs de mieux fixer dans son esprit les formules et les relations étudiées.

En résumé, l'ouvrage de M. CALDARERA constitue un excellent *essai d'une nouvelle géométrie analytique à coordonnées trilineaires et tétraédriques.*

Giov. Russo (Catanzaro.)

Moritz CANTOR. — **Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.** Band IV ; von 1759 bis 1799. Unter Mitwirkung der Herren V. Bobynin, A. v. Braunnmühl, F. Cajori, S. GÜNTHER, V. Kommerell, G. Loria, E. Netto, G. Vivanti, C.-R. Wallner. — 1 vol. in-8°, 1113 p. ; 32 Mk. ; B.-G. Teubner, Leipzig.

On sait que le tome III de l'Histoire des mathématiques de M. Moritz Cantor se termine à l'année 1758, et que le savant professeur de Heidelberg comptait arrêter là son remarquable exposé. Sur les instances de nombreux mathématiciens qui le priaient de continuer son œuvre, il consentit à diriger la publication d'un nouveau volume dans lequel on réunirait un certain nombre de monographies concernant la seconde moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle, et qui seraient rédigées par un groupe de savants.

Les matières ont été réparties en dix nouveaux chapitres (XIX à XXVIII), de la manière suivante :

XIX. Histoire des mathématiques ; monographies et biographies ; vocabulaires ; éditions d'ouvrages classiques. Par S. GÜNTHER.

XX. Arithmétique. Algèbre. Théorie des nombres. Par F. CAJORI.

XXI. Analyse combinatoire. Calcul des probabilités. Séries. Imaginaires. Par E. NETTO.

XXII. Géométrie élémentaire. — Traités de Géométrie élémentaire. Géométrie pratique. Recherches spéciales de Géométrie élémentaire. Théorie des parallèles. Par V. BOBYNIN.

XXIII. Trigonométrie. Le développement donné par Euler, ses contemporains et ses successeurs. Les bases de la Trigonométrie. Tétragonométrie. Polygométrie. Tables. Séries trigonométriques. Par A. v. BRAUNMÜHL.

XXIV. Géométrie analytique à deux et à trois dimensions. Sections coniques. Courbes d'ordre supérieur. Courbes gauches et surfaces. Par V. KOMMERELL.

XXV. Perspective et Géométrie descriptive. La perspective depuis le moyen âge à la fin du XVII<sup>e</sup> siècle. La grande période de la perspective théorique. Les précurseurs de Monge. Monge et les fondements de la Géométrie descriptive. Par G. LORIA.

XXVI. Calcul infinitésimal. Les bases ; les traités. Différentiation et intégration. Intégrales définies. Applications analytiques. Transcendantes. Intégrales elliptiques. Par G. VIVANTI.

XXVII. Equations différentielles. Calcul des différences. Calcul des variations. Par C.-R. WALLNER.

XXVIII. Coup d'œil d'ensemble sur la période de 1758 à 1799. Par M. CANTOR.

Chacune de ces monographies est rédigée sous la seule responsabilité de son auteur. Elles ne présentent évidemment pas l'unité de méthode qui caractérise les trois premiers volumes. Mais, par leur ensemble, elles n'en constituent pas moins un complément très précieux de l'œuvre magistrale de M. Cantor.

Paul CRANTZ. — **Arithmetik und Algebra** zum Selbstunterricht, Zweiter Teil. — 1 vol. cart. (collection « Aus Natur und Geisteswelt »), 128 p. ; 1 Mk. 25 ; B. G. Teubner, Leipzig.

Nous avons déjà annoncé la première partie de cet ouvrage dans le tome précédent (1908, p. 182) ; l'auteur s'est proposé de faire un exposé clair et simple des éléments d'arithmétique et d'algèbre qui font partie du programme de nos écoles moyennes.

Les sujets traités dans ce second volume figurent dans la plupart des manuels ; les maîtres y trouveront cependant quelques innovations ; ainsi, la résolution algébrique de l'équation du 3<sup>me</sup> degré est rattachée d'une manière élégante à l'étude des équations réciproques. Suivant la tendance moderne, l'auteur s'est appliqué à rendre les choses visibles : la représentation graphique des fonctions intervient dans la résolution des équations à une et à deux inconnues et dans l'analyse indéterminée ; les nombres complexes et, en particulier, les racines n<sup>èmes</sup> de l'unité, sont accompagnées de leurs images géométriques.

Les progressions servent d'introduction — d'une part — aux notions d'infiniment petit et d'infiniment grand, de séries convergentes et divergentes, et — d'autre part — aux problèmes d'arithmétique commerciale sur les annuités et les rentes.

Le binôme de Newton termine l'ouvrage.

Comme le titre l'indique, cette publication est destinée aux autodidactes ; la clarté d'exposition et les nombreux exercices numériques, traités en détail, contribueront certainement à donner à ces deux petits volumes le succès qu'ils méritent.

L. KOLLROSS (La Chaux-de-Fonds).

L. CRELIER. — **Géométrie cinématique plane.** Notice avec quelques applications à l'usage des techniciens et des ingénieurs. — 1 fasc. in-4<sup>o</sup> ; 44 p. ; Imprimerie Gassmann, Bienne (Suisse).

M. Crelier a destiné ces notions de géométrie cinématique à ses anciens élèves du Technicum de Bienne ; mais elles seront également lues avec intérêt par les ingénieurs et les professeurs des écoles techniques. L'auteur s'est efforcé de rester dans le domaine élémentaire qu'il présente sous une forme très simple, en s'inspirant, pour ce qui est des principes, du bel ouvrage de *Géométrie cinématique* du Colonel Mannheim.

La Notice débute par les définitions, les constructions et les opérations de quelques courbes particulièrement importantes par leur emploi dans la géométrie du mouvement. Puis viennent trois chapitres consacrés à l'étude du centre instantané de rotation, et des mouvements épicycloïdaux, du centre de courbure et du déplacement de figures de grandeur variable. Dans un cinquième et dernier chapitre on trouve les applications aux guides rectilignes : Inverseur de Peaucelier, guides elliptiques, guides Evans, Reuleaux, Roberts, guides conchoïdaux et lemniscoïdaux, parallélogramme de Watt.

F. ENRIQUES. — **Les problèmes de la science et de la logique.** — 1 vol. in-8<sup>o</sup> (Bibliothèque de philosophie contemporaine) 3 fr. 75. Félix Alcan, Paris.

L'esprit général de cette étude est à la fois critique et positif ; l'auteur interprète d'une façon claire et scientifique et cherche à concilier sans transactions éclectiques les tendances spéculatives qui ont guidé sa pensée.

Après avoir fixé les fins et la méthode de la recherche, M. Enriques développe une analyse de ce qui forme le réel, soit au point de vue vulgaire soit au point de vue scientifique ; c'est ainsi que cette analyse s'étend à une critique des faits et des théories qui tend à distinguer d'une part le contenu positif de la Science, d'autre part son aspect subjectif.

De cette analyse naissent deux ordres de problèmes : 1<sup>o</sup> les problèmes concernant la transformation logique des concepts considérée comme déve-

loppement psychologique et comme instrument de naissance, et 2<sup>o</sup> ceux qui se rapportent au sens et à l'acquisition des concepts plus généraux d'espace, temps, force, mouvement, etc., et à leur emploi dans la science.

C'est aux premiers qu'est consacré la suite du volume présenté aujourd'hui au public. Dans *la logique pure*, l'auteur recherche la valeur réelle des lois formelles du raisonnement et les conditions auxquelles elles deviennent un criterium probant à l'égard des faits ; pour *la logique formelle*, il a besoin de retenir son nom, comme instrument rigoureux de transformation du raisonnement dont la valeur peut être contrôlée indépendamment des vérifications de l'expérience et de la vérité ou de la fausseté des hypothèses, voire même de leur contenu effectif, c'est-à-dire de la signification réelle du raisonnement.

J.-C. FIELDS. — **Theory of the algebraic Functions of a complex variable.**  
— 1 vol. in-4<sup>o</sup>, 186 p. ; Mayer et Müller, Berlin.

De tous les domaines des sciences mathématiques, l'un des plus explorés et des plus étudiés, l'un de ceux auxquels la plupart des géomètres reviennent avec prédilection, est celui des fonctions algébriques d'une variable. Les notions les plus diverses y affluent et c'est par des méthodes très éloignées en apparence que les mêmes problèmes se trouvent résolus.

Ici, comme d'ailleurs dans presque toutes les théories, l'évolution historique n'a pas suivi la voie qui semble la plus logique. Le théorème d'Abel, par exemple, puis, plus tard, tous les résultats auxquels Riemann fut conduit, intuitivement pour ainsi dire, en considérant les surfaces qui portent son nom, ont précédé les célèbres leçons de Weierstrass. Celui-ci fut l'un des premiers qui s'efforça de fonder systématiquement la théorie des transcendentes abéliennes sur celle des fonctions algébriques proprement dites.

Les mêmes tendances se retrouvent aujourd'hui chez ceux qui, disciples de Kronecker et de MM. Dedekind et Weber, adoptent des procédés arithmétiques qui, convenablement modifiés, devront permettre un jour d'édifier parallèlement à la théorie supérieure des nombres une théorie complète des fonctions algébriques de une ou plusieurs variables indépendantes.

M. Fields, dont le remarquable volume a paru peu après le grand traité de MM. Hensel et Landsberg<sup>1</sup>, paraît avoir eu, comme peut-être aussi ces deux auteurs, le désir essentiel de montrer comment on pourrait parvenir à un pareil résultat. Comme eux et avec tous ceux qui cherchent à se placer au point de vue arithmétique, M. Fields s'attaque d'abord à un problème qu'avec raison on considère comme fondamental pour toutes ces mêmes théories, celui de la construction de fonctions du corps algébrique considéré ayant en des points donnés de la surface de Riemann correspondante des infinis d'ordres donnés.

MM. Hensel et Landsberg font dans ce but usage de systèmes fondamentaux dont ils transforment successivement les fonctions, tandis que M. Fields, en se servant d'une *méthode*, dite par lui de *déformation des produits*, arrive au même résultat. Cette méthode elle-même sera suffisamment caractérisée, quoique d'une façon sommaire, en disant qu'étant donnée une fonction  $G(z, \nu)$  qui, décomposée en facteurs, s'écrirait :

$$G(z, \nu) = \gamma_{n-1} (\nu - Q_1) (\nu - Q_2) \dots (\nu - Q_{n-1}),$$

<sup>1</sup> HENSEL et LANDSBERG, *Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und Abelsche Integrale.*

M. Fields modifie séparément et d'une manière convenable, par suppression des termes de moindre degré, chacune des séries de puissances

$$Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}.$$

M. Fields suppose donc connue toute la théorie du développement des fonctions algébriques en séries de puissances dans le voisinage d'un point donné.

Une fois résolues toutes les questions qui touchent au problème fondamental, M. Fields arrive sans difficulté au point central de toute sa théorie, à son *théorème complémentaire*, par lequel du nombre des constantes qui interviennent dans une fonction arbitraire, on passe à celui des constantes de la fonction la plus générale dont les infinis constituent un *système adjoint* du système des infinis de la fonction donnée.

Du théorème complémentaire découlent ensuite comme simples corollaires les propositions les plus essentielles, celles de Brill-Noether et de Riemann-Roch qui, en dernier ressort, lui sont d'ailleurs équivalentes. Les théorèmes connus touchant les points de Weierstrass en sont de même des conséquences immédiates. M. Fields peut aussi, en se basant sur le théorème complémentaire, établir que le genre reste inaltéré à la suite d'une transformation birationnelle quelconque, puis généraliser les formules de Plücker et esquisser enfin une théorie des systèmes corésiduels. Le livre s'achève par un aperçu rapide des propriétés essentielles des intégrales abéliennes de chaque espèce.

Les deux théories, celle de M. Fields d'une part et celle de MM. Hensel et Landsberg d'autre part, quoique tout à fait distinctes et indépendantes, suivent une marche parallèle. Au moment, toutefois, où le premier de ces auteurs s'arrête, les deux autres poursuivent en utilisant systématiquement une notion dont M. Fields ne fait usage nulle part mais qui simplifie la plupart des énoncés, celle des diviseurs premiers algébriques.

N'importe. Le but que M. Fields s'était proposé se trouve complètement atteint. Sa théorie ne laisse rien à désirer. Le théorème complémentaire est établi sans aucune hypothèse restrictive touchant les singularités de l'équation qui sert à la définition du corps. A cet égard, M. Fields va très loin puisqu'il lui est indifférent de supposer que celle-ci soit ou non irréductible, pourvu que les facteurs multiples en aient été éliminés. Cette hypothèse a son avantage car elle le conduit dans le cours du volume à une extension de la notion de genre ainsi qu'à un certain critère d'irréductibilité.

Le livre de M. Fields est intéressant d'un bout à l'autre ; la personnalité de son auteur, connu par d'excellents travaux antérieurs, sa compétence absolue, le soin apporté à chaque page du volume rédigé une première fois en 1898, sont autant de garants que l'ouvrage ci-dessus sera aussi bien accueilli des chercheurs en quête de méthodes nouvelles que des amateurs de rigueur absolue, désireux en même temps d'une exposition aussi rigoureuse que possible.

G. DUMAS (Zurich).

R. LE VASSEUR. — **Quelques démonstrations relatives à la théorie des nombres entiers complexes cubiques.** — Propriétés de quelques groupes d'ordre fini. — 1 vol. gr. in-8°, 66 p. ; 3 fr. ; Gauthier-Villars, Paris, 1908.

Dans un mémoire publié en 1897 (*Ann. de la Fac. des Sciences de Toulouse*) Stieltjes a énoncé, sans démonstration, quelques propositions relatives



à la théorie des nombres entiers cubiques. M. Le Vavasseur fait voir, dans son premier mémoire, que les théorèmes de Stieltjes se déduisent très simplement de la loi de réciprocité d'Eisenstein. Pour mettre le lecteur en mesure de lire les mémoires d'Eisenstein et de Stieltjes l'auteur esquisse rapidement les principes essentiels de la théorie du corps cubique. On sait que ce corps rentre comme cas particulier dans la catégorie des corps algébriques formés avec les racines de l'unité qui ont été étudiés pour la première fois par Kummer. Mais on peut en faire une étude directe soit à l'aide des méthodes fécondes de Kummer et de Dedekind, soit en prenant pour modèle Gauss dans son mémoire « *Theoria residuorum biquadraticorum commentatio secunda* ». La méthode de Gauss est certainement l'une des plus élémentaires, — c'est elle qui a servi de modèle à M. Le Vavasseur dans son mémoire sur les nombres cubiques.

Le second mémoire de M. Le Vavasseur est consacré à l'étude de quelques groupes d'ordre fini. On sait l'énorme importance qu'a prise, depuis Abel et Galois, la théorie de ces groupes dans la résolution algébrique des équations. Mais il reste encore beaucoup à faire dans ce domaine malgré les travaux de Jordan, de Kronecker, de Hermite.

M. Le Vavasseur s'occupe d'abord des groupes cycliques d'ordre quelconque et de leurs isomorphismes. Il passe ensuite à des groupes plus complexes. Le problème de la formation des groupes et la recherche des isomorphismes deviennent alors beaucoup plus difficiles. Mais l'emploi heureux des imaginaires de Galois et l'introduction d'un exposant imaginaire symbolique permettent de simplifier considérablement l'étude des groupes considérés par M. Le Vavasseur, et l'auteur arrive à des résultats curieux. Ce travail se rattache du reste à un autre mémoire du même auteur publié en 1904 dans les *Annales de l'Université de Lyon* (fasc. 15). On le lira avec intérêt.

D. MIRIMANOFF (Genève).

F. PIETZKER. — **Lehrgang der Elementar-Mathematik.** II. Teil. Lehrgang der Oberstufe. — 1 vol. in-8°, relié, 442 p., Teubner, Leipzig.

Nous avons analysé le premier volume de cet ouvrage dans le n° de mai 1907. Le second volume est plus spécialement destiné aux élèves des classes supérieures des gymnases prussiens. De même que dans le premier, l'auteur a tenu compte dans une très large mesure du vœu, exprimé dans les milieux pédagogiques, et notamment au sein de la « Société allemande des naturalistes et des médecins », en vue d'une réforme de l'enseignement des mathématiques élémentaires. La matière traitée dans ce nouveau volume lui a permis de donner encore plus d'extension à sa méthode d'enseignement. L'ouvrage se divise en deux parties : Algèbre et Géométrie.

I<sup>re</sup> partie. *Algèbre*. — a) Fonctions définies au moyen d'équations ; représentations graphiques ; résolution d'un système d'équations du premier degré et introduction des déterminants ; propriétés de ces derniers ; équations des deuxième, troisième et quatrième degrés ; quelques propriétés générales des équations ; méthodes d'approximation pour la recherche des racines incommensurables ; maxima et minima de quelques fonctions. — b) Extension de la notion de nombre ; nombres entiers, fractionnaires, irrationnels ; nombres imaginaires ; formule de Moivre. — c) Arrangements et combinaisons ; propriétés du symbole  $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k!}$  ;

éléments de la théorie des probabilités. — *d)* Progressions arithmétiques du premier ordre et d'ordres supérieurs; progressions géométriques; binôme; développement des fonctions en séries suivant la méthode des coefficients indéterminés et applications aux cas des fonctions :  $L(1+x)$ ,  $\arctg x$ ,  $e^x$ ,  $\sin x$  et  $\cos x$ .

IIe partie. *Géométrie*. — *a)* Trigonométrie plane et trigonométrie sphérique. — *b)* Géométrie dans l'espace; éléments de la géométrie descriptive. — *c)* Transversales; rapports harmoniques; perspective et projection; centre d'homothétie; puissance d'un point par rapport à un cercle; axes radicaux.

Le dernier chapitre est consacré à une étude comparée des points de divergence entre la géométrie dite euclidienne et la géométrie moderne, et l'auteur conclut en réfutant toutes les objections que rencontre cette dernière. Nous ne pouvons que recommander la lecture de cet ouvrage qui, sous bien des rapports, introduit des innovations heureuses.

G. BERTRAND (Genève).

M. STUYVÆRT. — **Cinq études de Géométrie analytique**. — 1 vol. in-8°, 230 p.; pr. 6 fr.; librairie E. van Goethem, Gand.

Une matrice rectangulaire à  $l$  ligne et  $l+1$  colonnes est nulle lorsque les  $l+1$  déterminants qui la constituent sont tous nuls. Ce fait équivaut en général à deux équations et peut, par conséquent, servir à définir une courbe lorsque les éléments de la matrice sont des fonctions des coordonnées géométriques. L'auteur développe une méthode élégante pour étudier les propriétés des courbes dont les équations sont susceptibles d'être mises sous la forme indiquée et en fait l'application à diverses questions intéressantes.

Après avoir établi de nombreux résultats (notamment au point de vue de la Géométrie énumérative) concernant la cubique la plus générale et diverses autres courbes gauches algébriques, l'on montre quels procédés d'élimination donnent naissance à des matrices et quel usage l'on peut faire de cette théorie pour la détermination et l'étude de la courbe jacobienne d'un système de surfaces, des courbes singulières de certains lieux géométriques, de l'arête de rebroussement d'une enveloppe. L'auteur étudie également les congruences linéaires des variétés algébriques, certaines propriétés de l'espace réglé considéré comme hyperquadrique d'un espace à cinq dimensions; il traite enfin une question géométrique intéressant l'intégration graphique ainsi que la représentation graphique des fonctions selon les procédés dus à M. Massau.

Cet ouvrage constitue une contribution importante à l'étude des surfaces et des courbes algébriques et met en lumière une méthode élégante et féconde.

G. COMBEBIAC (Bourges).

W. F. WHITE. — **Scrap-Book of Elementary Mathematics**. — Notes, Recreations, Essays. — 1 vol. cart. 248 p.; The open Court publishing Company, Chicago.

Comme l'auteur le fait remarquer dans sa préface, ce livre n'est nullement un traité de mathématiques élémentaires; c'est un recueil divisé en un grand nombre de courts chapitres concernant divers sujet des mathéma-



tiques. C'est surtout le côté récréatif qui s'y trouve développé ; on y trouvera une foule de remarques curieuses sur la théorie des nombres, sur certains problèmes fameux de l'antiquité, sur divers paradoxes, etc. Quelques entêtes de chapitres, pris au hasard, permettront de se rendre compte de la nature du livre : De quelques curiosités numériques — Les axiomes dans l'algèbre élémentaire — Le paradoxe concernant la quadrature du cercle — De quelques faits surprenants dans l'histoire des mathématiques — Carrés magiques — La nature du raisonnement mathématique, etc., etc. Comme on le voit, les sujets les plus variés ont été réunis dans cet ouvrage, et cependant l'unité du travail n'en souffre pas. L'auteur fait preuve d'une rare originalité et sait éveiller l'intérêt du lecteur. Le livre se recommande non seulement aux spécialistes, mais à tous ceux qui s'intéressent aux mathématiques. Son utilité pour les instituteurs est tout indiquée, car ils pourront y puiser de nombreux renseignements propres à exciter l'attention de leurs élèves. C'est à tort qu'on laisse parfois complètement de côté le point de vue récréatif des mathématiques, car rien n'est plus apte à susciter l'intérêt, surtout pendant les premières années d'étude.

J.-P. DUMUR (Genève).

P. WORMS DE ROMILLY. — **Sur les premiers principes des sciences mathématiques.** — 1 vol. in-8°, 58 p. ; pr. fr. 2,50 ; Hermann, Paris.

L'auteur a réuni les idées les plus marquantes qui se sont fait jour, dans ces dernières années, sur les Principes des Mathématiques (Arithmétique, Géométrie, Mécanique). L'Arithmétique est traitée avec beaucoup de parcimonie (une page et demie). La plus grande partie de l'ouvrage est consacrée à la Géométrie et le lecteur y trouvera l'exposé des systèmes d'axiomes que l'on peut donner à cette science selon les divers points de vue qui ont été adoptés par les auteurs : tradition euclidienne avec généralisation selon Bolyai et Lobatschewsky, axiomes de M. Hilbert, travaux de M. de Tilly sur les fonctions susceptibles de jouer le rôle d'une distance, résultats dus à Beltrami sur les surfaces à courbure constante, groupes de transformations de Lie. Il était peut-être inutile de recueillir, à côté de ces belles productions mathématiques, certaines idées philosophiques au moins discutables et, dans tous les cas, dépourvues de tout caractère scientifique.

Des considérations générales qui parsèment assez abondamment l'ouvrage il ne nous a pas paru résulter une idée d'ensemble bien nette sur la structure logique des Mathématiques.

G. COMBÉBIAC (Bourges).

---