Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 11 (1909)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES VÉRITÉS ET LES MOYENS DE LES DÉCOUVRIR

Autor: Laurent, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-11864

Un exposé de la question assez analogue à celui qui vient d'être donné se trouve dans les *Nouvelles Annales* (1902 et 1904)[1].

Sir George GREENHILL (Londres).

(Traduction de J.-P. DUMUR, Genève).

SUR LES VÉRITÉS ET LES MOYENS DE LES DÉCOUVRIR[2]

Essais d'une classification nouvelle des connaissances.

Par H. LAURENT (Paris).

PREMIÈRE PARTIE

VÉRITÉ. — On dit en général qu'une vérité est l'énoncé d'un fait incontestable et incontesté. Cette définition est trop étroite : il y a trop peu de choses dont nous soyons absolument sûrs, nous allons essayer de la généraliser.

Je suis absolument sûr d'éprouver des sensations très diverses : je jouis, je souffre, je vois, j'entends, je touche, je goûte, je perçois des odeurs, ce que j'exprime en disant que j'ai des sens.

ETRE ET SENSATIONS. — J'en conclus que j'existe ou que je suis, et j'observe que j'ai senti bien avant de penser : *je ne suis pas parce que je pense,* mais je pense *parce que je suis.*

J'éprouve le besoin de classer mes sensations et de les expliquer, et cela dans l'espoir d'éviter celles qui sont désagréables et de provoquer celles qui me procurent de la jouissance.

En dehors de ces faits, il n'existe pas d'autres vérités, si nous maintenons la définition précédente.

---

[1] Consulter aussi *Auslese aus meiner Unterrichts- u. Vorlesungspraxis,* von Herm. SCHUBERT, Leipzig, 1905.

[2] Ce travail d'Hermann Laurent a été composé par lui dans la dernière année de sa vie. Nous devons à l'amabilité de sa veuve la communication de cette œuvre posthume, dont l'*Enseignement mathématique* aura ainsi la primeur, et nous lui en adressons nos respectueux remerciements. Nos lecteurs seront sûrement intéressés par la lecture de ce mémoire empreint d'une pensée philosophique puissante et originale.

LA RÉDACTION.

HYPOTHÈSES. — Mais pour satisfaire le besoin de classer mes sensations, je suis conduit à faire des *hypothèses,* c'est-à-dire à admettre certains faits dont je ne suis pas absolument sûr ; j'élargirai alors le sens du mot vérité et je dirai :

Une vérité est ou un fait incontestable, ou une hypothèse plausible, ou une conséquence d'hypothèses plausibles et non contradictoires.

MÉMOIRE. — Il me semble que j'ai éprouvé des sensations dans un ordre déterminé : je fais cette hypothèse, que je regarde comme une vérité fondamentale, que j'ai de la *mémoire* et qu'il s'est écoulé un certain *temps* entre les perceptions de ces sensations.

ESPACE. — Pour m'expliquer les sensations que j'éprouve, *je crée* ce que j'appelle *l'espace,* sorte de théâtre dans lequel je place des corps auxquels j'attribue la cause de mes sensations.

Une erreur assez répandue est de croire que l'espace a une existence *à priori* et indépendante du *moi;* or, l'espace pour moi serait tout autre si j'étais doué du seul sens de la vue et si j'étais immobile : je n'aurais aucune idée de *en avant* et *en arrière.* Je m'expliquerais ce que je verrais comme si tout se passait sur un tableau sans épaisseur. J'aurais encore une toute autre conception de l'espace si j'avais plus de cinq sens.

Dans cet espace (création de mon *imagination* qui n'est autre chose que la faculté de faire des hypothèses), je place non seulement des corps quelconques, mais encore des êtres doués comme moi de sens, de mémoire et d'imagination ; ce sont des hommes comme moi, puis des animaux, (des plantes peut-être).

A la suite de ces hypothèses je puis renoncer à l'emploi du *je* ou *moi,* pour me servir du *nous,* associant ainsi au *moi* les êtres que je suppose mes semblables.

NOS FACULTÉS. — Une analyse de nos sensations nous a conduit à constater que nous étions doués de *sensibilité,* de *mémoire,* d'*imagination.* Nous avons encore une autre faculté, c'est la *volonté* qui implique la liberté, ou plutôt le *libre arbitre,* faculté restreinte d'accomplir certains actes dictés par notre volonté.

RAISON, RAISONNER, RAISONNEMENT. — Pour expliquer et prévoir nos sensations nous faisons des hypothèses et nous en tirons des conclusions qui sont les vérités ; c'est ce qu'on appelle *raisonner,* faire des *raisonnements,* c'est avoir de la *raison,* quand nous raisonnons, nous faisons mentalement une hypothèse ; dire que nous raisonnons *juste,* c'est dire que nous admettons que nos conclusions ne sont pas en contradiction avec nos hypothèses.

Idée et idées. — Une *idée* est un élément de la pensée, une représentation que nous nous faisons d'une chose possible ou non.

L'origine de nos idées se trouve dans nos sens ; un individu né dépourvu de sens n'aurait aucune idée ; c'est cette opinion que l'on a qualifiée de grossier *mécanisme des sens ;* ce mécanisme n'est pas si grossier, car c'est en faisant usage de nos sens que nous avons doté l'humanité des belles découvertes de la science. On peut dire enfin que les *idées innées,* c'est-à-dire ayant une autre origine que nos sens, n'existent pas. On a cité comme idées innées : celle de l'*être,* du *parfait,* de l'*infini,* l'*idée de cause.* L'idée de l'être, c'est l'idée du moi, du toi, du lui. Or l'idée du moi est la première qui se présente à l'esprit, parce qu'on jouit, on souffre, on sent; c'est-à-dire parce qu'on a des sens ; l'idée du toi, du lui, provient d'une hypothèse très plausible, imaginée pour expliquer nos impressions. L'idée du *parfait* n'est que la généralisation de l'idée de l'imparfait qui ne satisfait pas complètement nos sens. Quant à l'idée de l'*infini,* c'est une idée vague si l'on n'explique pas ce qu'on entend par ce mot infini. Une idée ne consiste pas dans un mot dénué de sens. En définissant le mot infini nous verrons que l'idée de l'infini a, comme les autres, son origine dans nos sens, c'est-à-dire n'existerait pas si nous n'avions pas de sens. *L'idée de cause* est la suite de l'idée d'effet et nous ne pouvons penser qu'aux causes dont les effets sont connus par nos sens. Au reste, de quelle utilité est pour nous la connaissance de l'origine de nos idées ? L'essentiel est que nous en ayons et qu'elles soient bonnes et fécondes.

Philosophes. — Si les philosophes veulent poursuivre un but réellement utile et ayant un caractère scientifique, il faut qu'ils se débarrassent des restes de l'ancienne scolastique et qu'ils se contentent de spéculer sur des objets bien déterminés, en un langage aussi simple que possible et en ne se servant que des mots du vocabulaire usuel; s'ils créent des mots nouveaux, il faut en donner une définition.

Philosophie. — Un des objets de la philosophie, sinon son unique objet, sera de chercher les moyens de découvrir la vérité et d'éviter l'erreur. C'est là l'objet de toutes les sciences ; mais la philosophie n'est pas précisément une science : en effet une science poursuit la recherche de vérités d'une espèce déterminée et elle s'occupe de la classification de ces vérités.

La philosophie ne s'occupe pas d'une vérité plutôt que d'une autre, elle ne classe pas les vérités ; elle synthétise toutes les sciences, sans marquer de préférence, et elle a pour objet de leur servir de guide dans leurs recherches des vérités particulières et de la vérité en général.

Pour étudier une science avec fruit, il est essentiel de savoir en dégager les principes fondamentaux et féconds, c'est ce que la philosophie nous apprend à faire.

Sans doute un géomètre, un physicien, un naturaliste peuvent faire de grandes découvertes et en tirer des conséquences importantes sans avoir jamais ouvert un livre de philosophie, mais ce seront alors des philosophes sans le savoir.

Avant d'étudier les méthodes générales des sciences, il est bon de connaître le terrain sur lequel on va marcher; pour profiter de l'étude de la philosophie, il faut avoir déjà des notions sur les diverses branches des connaissances humaines.

Ce n'est pas par une théorie du syllogisme que l'on apprendra à raisonner, c'est en faisant raisonner sur des sujets simples et bien déterminés, c'est par la pratique; à ce point de vue, l'étude de l'arithmétique est peut-être la meilleure école pour un débutant; elle est bien meilleure que l'étude de la géométrie dont les commencements sont logiquement très défectueux.

Le Langage. — Pour se civiliser l'homme doit acquérir les connaissances qui augmentent sa puissance d'action sur les choses et la diminue sur ses semblables.

La plus précieuse découverte de l'homme, qui ne s'est sans doute pas faite brusquement, a été celle du langage qui distingue, d'après les naturalistes, l'homme de la bête, « l'homo sapiens » des autres anthropomorphes.

Que devrait être une langue parfaite?

Dans une langue parfaite les mots devraient être composés d'un petit nombre de syllabes, d'autant plus courts que leur usage serait plus fréquent; des règles simples, sans exception, devraient présider à la construction des phrases. Enfin cette langue devrait être pauvre, c'est-à-dire ne renfermer que le nombre de mots nécessaire à exprimer nettement les idées, mais d'une seule façon. Dans une pareille langue, il n'y aurait ni article, ni genre, il n'y aurait que des verbes à trois temps : présent, passé, futur ; et ces verbes devraient tous se former régulièrement avec le verbe être, le seul absolument nécessaire. D'une pareille langue, on ne pourrait *a priori* rien affirmer sur la manière dont on pourrait en faire usage pour charmer, convaincre et séduire.

Comme il n'est pas possible de modifier les langues existantes, les savants ont dû créer pour leur usage des langages conventionnels plus précis que les langues courantes et qui sont compris partout. La notation algébrique est un de ces langages, le même dans tous les pays ; les noms scientifiques des animaux, des plantes sont les mêmes pour les naturalistes du monde entier.

Le langage a pour but de permettre aux hommes de se communiquer leurs idées; il a en outre pour effet de faciliter la combinaison des idées dans le cerveau d'un seul individu; cela est si vrai que pour indiquer que quelqu'un connaît bien une langue, nous disons qu'il pense dans cette langue.

L'Ecriture. — Le langage a été complété par l'écriture qui le fixe, et l'écriture a été rendue possible et simple par la création de l'alphabet. Les peuples qui ont un alphabet simple, composé d'un petit nombre de lettres, jouissent d'un élément de civilisation qui les met infiniment au-dessus des autres.

Si, comme les Chinois, on est obligé de passer sa vie à apprendre sa langue, il ne reste plus de temps pour acquérir les connaissances nécessaires à se procurer le bien-être matériel dont jouissent les peuples civilisés.

Digression. — On ne modifie pas une langue à son gré, les gens qui veulent le faire se heurtent à des difficultés presque insurmontables; la preuve en est cette réforme de l'orthographe, si difficile à obtenir; de même une réforme qui abrégerait considérablement les études des tout jeunes enfants et qui consisterait à remplacer les mots onze, douze, treize ... par dix un, dix deux ... n'a pu encore s'établir. De même les anglais (pas les savants) affirment avec conviction que le système métrique est plus compliqué que leur système de poids et de mesures.

De cette digression tirons quelques conclusions philosophiques. Lorsque l'on veut raisonner juste, il faut chercher à s'affranchir de toute idée préconçue; le raisonnement, l'expérience, l'observation simple des faits peuvent être et sont souvent faussés par l'influence des idées préconçues. Les idées préconçues ont leur origine: 1° dans l'atavisme, 2° dans notre éducation, 3° dans l'intérêt, le désir, que nous pouvons avoir de parvenir à un résultat déterminé à l'avance.

Poursuivons maintenant l'objet principal que nous avons en vue : à savoir les moyens de trouver la vérité.

Observation. — Parmi ces moyens, le plus simple, celui qui a dû se présenter le premier à l'homme primitif, a été l'observation pure et simple des faits, ou plus exactement l'attention portée sur nos impressions.

L'observation conduit à formuler certaines lois qui ne sont que des hypothèses, pour simplifier ces lois ; pour les expliquer et surtout pour prévoir le retour de certains phénomènes dans des circonstances déterminées, nous créons : 1° le Temps, 2° un certain espace auquel nous attribuons des propriétés qui ne sont pas en désaccord avec nos impressions et qui sans doute seraient tout autres si nous avions d'autres sens.

J'ajouterai que, probablement ici encore, d'abord l'atavisme, ensuite le désir de voir la vérité sous une forme donnée, jouent un rôle considérable dans la manière dont nous avons pris l'habitude de concevoir l'espace.

Lorsque par l'observation on a accumulé un certain nombre de faits, une question se pose : tous ces faits sont-ils indépendants ? ou bien les uns ne sont-ils pas la conséquence forcée d'un petit nombre des autres ? Si certains faits sont des conséquences des autres, on pourra les éviter ou les reproduire, si l'on peut éviter ou reproduire le nombre des faits *causes*.

A partir du moment où l'on se pose ce genre de questions, on commence à *raisonner*, c'est-à-dire à tirer des conclusions des vérités secondaires et des hypothèses ou vérités primaires que l'on avait admises *a priori*.

Expériences. — Puis on fait des expériences pour vérifier les hypothèses et leurs conclusions ; l'expérience se compose d'un raisonnement et d'une observation ; le raisonnement est de la forme suivante : si telle chose est vraie, telle autre le sera ; l'observation consiste à voir si effectivement telle autre chose est.

Il résulte de ce que nous venons de dire qu'il y a trois modes de recherche de la vérité : l'observation, le raisonnement simple et l'expérience. On a voulu en conclure qu'il y avait trois espèces de sciences : les sciences de raisonnement, les sciences physiques ou expérimentales, et les sciences naturelles ou d'observation.

Or, toutes les sciences ont tour à tour recours à l'observation, au raisonnement et à l'expérience ; ce que l'on peut dire, c'est qu'à mesure qu'une science se perfectionne, l'observation y joue un rôle de plus en plus effacé, alors que le raisonnement finit par y jouer le rôle capital.

BUT DE LA PHILOSOPHIE. — Le but de la philosophie se dégage nettement de ce qui précède ; elle devra nous indiquer à la fois comment il faut observer, comment il faut raisonner et comment il faut expérimenter pour trouver la vérité et éviter l'erreur.

DEGRÉS DANS L'OBSERVATION. — Il y a plusieurs degrés dans l'observation. En effet, une observation peut se borner à la réceptivité pure et simple d'une impression ; elle peut, au contraire, être enregistrée avec soin et avec toutes les circonstances qui l'ont accompagnée. En d'autres termes on peut : voir ou regarder, entendre ou écouter, toucher ou palper, goûter ou déguster, sentir ou renifler. Enfin on peut regarder, écouter, palper avec une attention plus ou moins grande ; l'attention avec laquelle on peut appliquer ses sens est un don de la nature qui peut se perfectionner par l'éducation.

Pour bien observer, il est donc nécessaire d'être préparé par une éducation bien dirigée et d'avoir l'attention toujours maintenue en éveil. Il faut encore observer sans parti pris et sans vouloir infirmer ou confirmer une thèse déterminée.

Mais il y a des observations que l'on ne peut faire soi-même, il faut s'en rapporter au témoignage des autres, et il y a lieu de discuter la valeur de ce témoignage. Une observation que l'on ne connaît que par une description peut avoir la valeur d'une observation personnelle : 1° si elle n'a rien de contraire à ce que nous savons pertinemment d'ailleurs, si par exemple elle n'a rien de contraire aux lois de la nature ; 2° si elle est rapportée par des gens consciencieux, incapables de tromper, c'est-à-dire éclairés, probes, et n'ayant aucun intérêt à voir les faits qu'ils rapportent revêtir une forme particulière ; 3° enfin si plusieurs témoins d'un même fait en font séparément la description et si ces descriptions sont concordantes.

Règles de l'art de raisonner. — Ce n'est pas en donnant des règles qu'on apprend à raisonner ; en vertu de l'adage « magis prosunt exempla quam præcepta », pour bien apprendre à raisonner, il faut suivre les leçons d'un maître instruit, lire les œuvres des savants et contrôler les raisonnements que l'on fait toutes les fois que c'est possible. Mais si les règles sont à peu près inutiles au point de vue pratique, il n'en est pas moins intéressant d'étudier les éléments de l'art de raisonner, c'est ce que nous allons faire. D'ailleurs la théorie ne nuit pas à la pratique et lui est souvent utile.

Raisonner, c'est chercher les conséquences de certaines hypothèses ou de certaines vérités qui sont elles-mêmes des conséquences d'hypothèses antérieures. Si donc on décompose un raisonnement en ses éléments, on devra, dans chaque élément trouver d'abord une vérité A, une hypothèse ou vérité secondaire et finalement une autre vérité C conséquence de A.

Or, une vérité est l'affirmation ou la négation d'un fait et une négation est au fond une affirmation, car nier un fait, c'est affirmer que ce fait n'est pas. Donc tout raisonnement commence par une affirmation, il doit se terminer par une autre affirmation ; toute affirmation de la forme A est B, tout raisonnement commençant ainsi A est B se termine d'une façon analogue C est D ; or, E est D parce que A est B et uniquement parce que A est B ; cela peut tenir à ce que C n'est autre chose que A, et B n'est autre chose que D, le raisonnement sera complet si l'on fait cette remarque. Ce qui revient à dire qu'un raisonnement peut consister à remarquer que deux affirmations sont équivalentes.

Il peut arriver que les deux affirmations ne soient pas équivalentes, la seconde ne peut alors être qu'un cas particulier de la première qui doit être plus générale et pour compléter le raisonnement il faut faire remarquer que C est un cas particulier de A et B est un cas particulier de D.

Syllogisme. — Un raisonnement élémentaire tel que celui qui précède est un *syllogisme*, et tout raisonnement plus compliqué se compose nécessairement de syllogismes réellement énoncés ou sous-entendus.

Dans le syllogisme il y a donc trois propositions, que l'on appelle majeure, mineure et conclusion et qu'il serait plus rationnel d'appeler hypothèse, intermédiaire et conclusion.

Un raisonnement se composera en général d'une suite de syllogismes dans laquelle la conclusion de l'un d'eux sera l'hypothèse du suivant ou dans laquelle l'ensemble des conclusions de plusieurs d'entre eux sera l'hypothèse de l'un des suivants.

Pour qu'un raisonnement soit probant, il est nécessaire et suffisant que tout syllogisme dont il se compose soit bien construit, c'est-à-dire que son hypothèse soit considérée comme une vérité ou comme une conséquence d'hypothèses non contradictoires, considérées *a priori* comme des vérités; que sa proposition intermédiaire soit l'énoncé d'une autre vérité et que la conclusion résulte de l'énoncé des deux autres propositions.

Si l'on se donne ainsi la peine de décomposer un raisonnement en ses éléments syllogistiques, et si l'on soumet ces éléments à la critique dont nous venons de parler, on sera à peu près sûr de se convaincre qu'un raisonnement est faux ou exact.

Génie créateur. Don naturel. — Pour découvrir des vérités par le raisonnement, il ne suffit pas de faire un raisonnement juste, il faut savoir choisir ses hypothèses de façon qu'il en sorte des conclusions nouvelles et intéressantes; et cela, c'est le propre du génie créateur, c'est un don naturel qui ne s'apprend pas, mais qu'on peut développer ou étouffer.

Analyse et synthèse. — Il nous faut maintenant parler des deux méthodes employées pour établir la vérité : l'analyse et la synthèse; on en a donné bien des définitions jusqu'à présent, il me semble qu'elles ont manqué de clarté

L'analyse et la synthèse répondent à des facultés inégalement développées chez les divers individus.

La synthèse consiste, après avoir soupçonné ou deviné une vérité, à l'établir d'une façon rigoureuse, par une suite de syllogismes dont l'hypothèse première est la vérité à établir et dont les conclusions successives doivent aboutir à des vérités qui, si elles étaient prises comme hypothèses, auraient pour conséquence finale la vérité donnée. La synthèse, considérée comme méthode d'investigation, conduira souvent à un résultat négatif. La vérité devinée ou soupçonnée ne sera pas une vérité, mais cette négation équivaut à une vérité autre que celle qui avait été soupçonnée et qui peut avoir de l'intérêt.

Analyse. — L'analyse consiste, au contraire, à partir de certaines hypothèses habilement choisies, et à en déduire une série de conclusions, à l'aide de propositions intermédiaires ingénieuses, et dont la dernière peut être une vérité nouvelle importante.

Résumé. — En résumé la synthèse suppose le génie de la divination, c'est une méthode de vérification. L'analyse suppose le génie de l'invention, c'est une méthode de recherches. On conçoit alors qu'à mesure qu'une science se perfectionne, l'instrument analytique finisse par la dominer et que la synthèse devienne de plus en plus difficile, cela bien entendu quand on ne borne pas son rôle à démontrer les vérités déjà mises en évidence par l'analyse.

Disons encore qu'il y a souvent lieu, de substituer après coup, la synthèse à l'analyse quand il s'agit de simplifier l'exposition.

Expérience. — L'expérience est un moyen puissant de découvrir la vérité et, contrairement à ce que l'on pourrait croire d'après l'idée que l'on se fait des sciences mathématiques, l'expérience y joue souvent un rôle important; l'expérience a pour base un syllogisme qui revêt la forme suivante : si A est B et si B est C, A sera C. C'est l'observation qui doit montrer si l'hypothèse et l'intermédiaire sont exacts; souvent l'hypothèse est une vérité, d'autres fois c'est l'intermédiaire qui est une vérité acquise; le génie de l'expérimentateur consistera à savoir formuler judicieusement les deux premières propositions, de manière à en déduire une conclusion importante. L'expérimentateur devra donc être doublé d'un observateur habile, l'un et l'autre pourront être différents.

L'expérience joue un rôle important dans les sciences mathématiques et dans les sciences dites de raisonnement, elle n'est pas l'apanage exclusif des sciences physiques.

Le rôle de l'expérience est très varié : c'est d'abord un puissant moyen de vérification du raisonnement; supposons, en effet, que l'on ait découvert une proposition soit par l'analyse, soit par la synthèse; cette proposition en contient généralement un grand nombre d'autres, qu'il peut être facile de vérifier par l'observation, ces vérifications possibles sont en quelque sorte des expériences. On démontre, par exemple, que les différences des carrés des nombres entiers successifs sont les nombres 1, 3, 5, 7, c'est-à-dire tous les nombres impairs; il suffit d'en faire l'expérience, c'est-à-dire de former les carrés des nombres entiers : à savoir, 0, 1, 4, 9 et de constater qu'effectivement leurs différences successives sont 1, 3, 5, 7. Autre exemple : on démontre que les diagonales d'un rectangle sont égales; pour le vérifier, il suffit de tracer un certain nombre de rectangles sur le papier et de mener leurs diagonales pour constater qu'elles sont bien égales.

L'expérience peut conduire à des résultats qu'on n'a plus qu'à vérifier par la synthèse; cette vérification est parfois fort difficile; ainsi l'expérience tend à prouver que tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers, proposition que l'on n'est pas encore arrivé à démontrer en toute rigueur.

L'expérience est un puissant moyen d'investigation, mais les vérités qu'elle prétend établir sont loin d'avoir la certitude de celles que l'on découvre par le raisonnement. On ne peut pas répéter indéfiniment les expériences et si l'on a constaté mille fois, un million de fois, qu'un nombre pair est la somme de deux nombres premiers, on ne peut affirmer qu'il n'y a pas un nombre pair faisant exception à cette règle; on connaît, en effet, des propriétés qui appartiennent à tous les nombres entiers à l'exception d'un seul. On a cru longtemps qu'un corps renfermé dans un espace vide ne changeait pas de poids, parce que des expériences indéfiniment répétées avaient confirmé cette loi ; aujourd'hui, on a constaté que le radium faisait exception à la règle.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que des moyens généraux de parvenir à la découverte de la vérité ; nous allons maintenant considérer les moyens particuliers et en quelque sorte entrer dans le domaine de l'application.

Définition. — Le point de départ d'un raisonnement est souvent une *définition,* c'est-à-dire la description sommaire d'un objet, l'énoncé d'une ou de plusieurs de ses qualités fondamentales. La définition peut être celle d'un objet connu ou bien celle d'un objet nouveau ; cette dernière est arbitraire, car on est toujours libre d'imaginer un objet nouveau que l'on fera connaître par sa définition. Mais quand il s'agit de définir un objet connu, la définition a surtout pour but de mettre une de ses propriétés en relief de manière, non seulement à ce qu'il ne puisse être confondu avec aucun autre objet, mais encore à ce que sa définition puisse être facilement prise comme l'hypothèse d'un syllogisme.

Par exemple, si j'enseigne l'histoire naturelle, je puis être amené à parler d'un reptile ; pour beaucoup d'élèves il s'agit d'une définition de la seconde espèce ; il n'y pas à leur expliquer un objet déjà connu, ils ne le connaissent pas : il suffira de dire qu'un reptile est un animal vertébré dont la respiration se fait d'une certaine manière. Au contraire, il peut être utile de définir l'égalité, le nombre, etc., nous avons tous une notion vague de ces choses, mais beaucoup de personnes seraient embarrassées pour en donner une définition. Cette définition devra consister en une description qui fera immédiatement reconnaître le nombre. Pour qu'une définition soit le point de départ de la recherche de vérités utiles, il faut que l'objet défini présente quelque intérêt, c'est-à-dire paraisse doué de propriétés qui le différencient nettement d'autres objets connus.

Il est souvent difficile de définir un objet connu et la difficulté gît en ceci, c'est qu'il faut savoir choisir parmi toutes ses propriétés bien connues celle qui est fondamentale et qui a pour conséquence toutes les autres. Nous avons tous une idée très nette de l'égalité, non pas en général peut-être, mais nous en comprenons bien le sens. Pour définir l'égalité en général, il faudra chercher la propriété fondamentale de cette chose ou plutôt de ces choses que nous appelons égalités.

Si l'on convient d'appeler objets identiques des objets qui ne diffèrent en rien, il n'est pas difficile de comprendre que nous considérons comme égaux, à un *certain point de vue,* des objets qui seraient identiques si on les dépouillait de toutes leurs propriétés à l'exception d'une seule que l'on mentionne et qui définit le point de vue auquel on se place. Quand on dit deux poules et trois chevaux font cinq animaux, on considère les poules et les chevaux comme des objets identiques en les considérant seulement comme des animaux, en ne retenant que cette propriété commune.

La propriété qui nous a servi à définir l'égalité n'était pas facile à découvrir immédiatement; une fois donnée, il semble que rien n'était plus simple.

Abstraction. — L'abstraction est une opération de l'esprit qui est aussi une source de vérités, un instrument de recherches ; elle consiste à négliger certaines propriétés des objets pour porter l'attention sur les autres. En dépouillant ainsi par la pensée des objets de leurs propriétés, on rend la considération de ces objets plus simple, cela permet de faire rentrer dans une même catégorie des objets souvent fort différents et, par suite, de les comparer. L'égalité n'existe, comme on l'a vu, qu'en vertu d'une abstraction. Dans les sciences mathématiques, les objets sur lesquels on spécule sont presque tous des abstractions. L'abstraction simplifie les raisonnements en écartant tout ce qui est difficile à considérer.

Une ligne est une trace laissée par un crayon sur une surface plane, telle est sa définition particulière ; pour le géomètre, la ligne est une abstraction, dépouillée de toutes ses imperfections, elle a des propriétés fondamentales.

Le rouge est une abstraction ; en lui même, le rouge n'existe pas ; c'est une qualité d'objets dépouillés eux-mêmes de toutes leurs autres propriétés. Parlant du rouge en général, nous pouvons exprimer une foule d'idées plus exactes par cela même qu'elles sont plus simples.

L'abstraction, pour être utile, doit évidemment porter sur des qualités difficiles à apprécier; elle doit conserver des choses ce qui est simple et manifestement commun à un grand nombre d'objets.

Généralisation. — La généralisation a de l'analogie avec l'abstraction ; elle a pour but de trouver des propositions dont l'énoncé comprend les énoncés de propositions déjà connues et d'un grand nombre d'autres. L'abstraction conduit à la généralisation, car en faisant abstraction d'un certain nombre de propriétés d'objets, on réunit sous le même aspect un grand nombre d'objets disparates mais ayant une propriété commune.

L'énoncé de cette propriété commune équivaut alors à une quantité d'autres propositions relatives à chacun d'eux en particulier. Mais l'abstraction n'est pas la généralisation ; la généralisation peut avoir lieu sans abstraction ; elle n'a pas seulement pour but de résumer plusieurs propositions connues en une seule; elle doit en outre, autant que possible, comprendre dans son résumé des propositions nouvelles.

Les grandes découvertes de la science sont surtout des généralisations, quand ce ne sont pas des observations. Comment faut-il faire pour obtenir des généralisations ? C'est demander comment il faut s'y prendre pour faire de belles découvertes; à cela il n'y a qu'à répondre : ayez du génie.

Induction. — L'induction est une opération de l'esprit qui est l'âme de la synthèse; c'est une *divination* de la vérité fondée sur des analogies plus ou moins cachées qu'il s'agit de découvrir. L'induction consiste le plus souvent à procéder du particulier au général; elle se distingue de la généralisation proprement dite, en ce que la généralisation est voulue, tandis que l'induction est devinée, et que si la généralisation conduit sûrement à un résultat, l'induction peut être trompeuse.

Symboles. — Nous avons déjà observé quel immense secours l'écriture avait donné au développement de la science; l'écriture rentre dans la classe des symboles.

Un symbole est un signe qui représente une idée. Les lettres convenablement assemblées forment des mots qui représentent des idées, ce sont des symboles. On fait largement usage des symboles en mathématiques et il s'est fondé une école de philosophie qui fait usage de symboles pour condenser les raisonnements, et ces symboles ont une grande analogie avec ceux qu'on emploie en algèbre. Les chimistes font usage d'une notation pour représenter les corps, et cette notation se compose de symboles. Les naturalistes eux-mêmes emploient de nombreux symboles.

Pour qu'un symbole soit réellement utile, il faut qu'il représente une idée que l'on a souvent besoin d'exprimer et qu'il condense le langage sans nuire à la clarté. En algèbre, l'emploi des symboles condense et simplifie tellement l'expression de la pensée que pour traduire en langage ordinaire une formule tenant dans une ligne, il faudrait quelquefois plusieurs pages, ce qui rendrait l'assimilation du sens très difficile et très longue.

Abréviations. — Les abréviations sont des symboles dont il ne faut pas abuser, et même dont il ne faut pas user dans le langage courant où elles sont complètement inutiles : ainsi celle qui consiste à dire qu'on a passé l'examen du P. C. N.

Polymorphisme. — Il y a un fait remarquable qu'on observe dans l'étude des sciences mathématiques et qu'il conviendrait peut-être d'appeler *polymorphisme;* ce phénomène n'a pas encore été constaté dans les autres branches du savoir humain, peut-être parce qu'elles ne sont pas aussi avancées que les sciences mathématiques. Ce phénomène remarquable consiste en ce qu'une même phrase peut être comprise, non seulement de deux manières différentes, mais quelquefois d'une infinité de manières différentes et, par suite, contenir ainsi autant de propositions distinctes. Ainsi la géométrie classique, c'est-à-dire, si l'on veut, celle qu'on demande au Baccalauréat, a non seulement le sens ordinaire que le candidat lui trouve, mais une infinité d'autres sens. Prenez ce qui se trouve imprimé dans un manuel de Baccalauréat en géométrie et vous verrez que chaque énoncé, sans y changer un seul mot, peut avoir des sens différents et aussi clairs les uns que les autres en changeant seulement l'interprétation de quelques mots.

Dans d'autres cas, il suffit dans une phrase, dans un grand nombre de phrases successives, de changer quelques mots, pour obtenir de nouvelles propositions exactes.

Dualité. — On a alors une loi de dualité. Comme exemple de loi de dualité, on peut citer les opérations appelées d'une part addition et soustraction, et d'autre part multiplication et division; à toute propriété de l'addition et de la soustraction correspond une propriété de la multiplication et de la division. A ma connaissance, cette loi de dualité ne se manifeste que dans les sciences mathématiques; la raison en est sans doute due au grand nombre de propositions relatives aux sciences mathématiques.

Simplicité des Lois de la Nature? — Une idée, peut-être fausse, a longtemps guidé les savants dans leurs recherches, c'est l'idée de la simplicité des lois de la nature. Remarquons que ce mot simplicité n'a pas de sens absolu; son sens est relatif à la conformation de notre cerveau; rien ne dit que les habitants de la planète Mars, s'il y en a, aient de la simplicité la même idée que nous. Une loi simple est, pour nous, une loi qui s'énonce en peu de mots dont la signification n'a pas besoin d'être expliquée ou peut l'être rapidement et au premier venu. Il n'y a donc pas, d'une manière absolue, de lois plus simples les unes que les autres. Il n'en est pas moins vrai que cette idée préconçue de la simplicité des lois de la nature a dû faciliter bien des recherches; et dans l'histoire de la science, ce ne serait pas la première fois qu'une idée fausse dans la forme, mais juste au fond, aurait conduit à des résultats importants.

Nous devons la découverte du calcul différentiel à une idée fausse : la notion d'infiniment petit, au point de vue auquel se plaçait Leibniz.

Dans cet ordre d'idée, nous citerons un fait peu connu, mais bien remarquable : un jeune ouvrier (dont le nom m'échappe) sorti de l'école de Châlons a découvert un des théorèmes les plus remarquables de la géométrie; et s'il eût été plus instruit, il ne l'eût certainement pas découvert, parce qu'il n'y aurait pas cru. Voici ce théorème : Si deux polygones ont même surface, on peut toujours découper l'un d'eux en un nombre limité de morceaux qui, convenablement juxtaposés, reproduisent l'autre polygone.

Certitude et Erreur. — Il n'y a pas de degrés dans la certitude; une chose est ou n'est pas. L'erreur s'oppose à la certitude, mais il y a des degrés dans l'erreur, et nous pouvons affirmer avec plus ou moins de chances de nous tromper. Il importe de savoir évaluer ces chances.

D'abord, il y a des vérités qui sont des conséquences logiques d'hypothèses non contradictoires; on serait tenté de les considérer comme des certitudes ou comme des vérités absolues affectant la forme conditionnelle. « Si le fait A est vrai, le fait B le sera aussi. »

Les vérités de cet ordre sont ce que l'on peut appeler des vérités mathématiques ; ce sont celles qui approchent le plus de la certitude, ou qui sont le moins sujettes à l'erreur, surtout quand elles ont été contrôlées par l'expérience, c'est-à-dire vérifiées dans des cas particuliers ou par des conséquences concordantes.

Il y a ensuite les hypothèses non contradictoires, si souvent vérifiées et contrôlées les unes par les autres qu'elles ne font l'objet de presque aucun doute : telle est, pour moi, l'existence d'autres hommes à peu près conformés comme moi, capables d'éprouver des sensations analogues aux miennes.

Les conséquences logiques de ces sortes d'hypothèses ont un caractère qui les rapproche beaucoup des vérités conditionnelles dont nous venons de parler ; elles présentent fort peu de chances d'erreur, mais elles en présentent néanmoins parce qu'une erreur peut se propager à travers les siècles par l'éducation.

Enfin, les vérités expérimentales peuvent avoir des chances d'erreur plus ou moins grandes, parce que les expériences dont on les a déduites n'ont pas toujours été faites avec une correction irréprochable, ou parce que ces expériences n'ont pas été répétées assez souvent.

Examinons les choses sans parti pris : d'abord, les sciences ont leur côté esthétique, poétique même, si je puis dire ; leur étude procure de vives jouissances à ceux qui les cultivent avec ardeur ; à ce point de vue elles ont la même valeur que la musique, que la poésie, que la peinture, que la sculpture, qui n'ont d'autre utilité que de nous charmer.

En outre, les sciences sont pour nous d'une grande utilité pratique, surtout si, prenant le mot science dans son acception la plus générale, on veut bien observer que tous les hommes font journellement de la science, sciemment ou inconsciemment ; il n'est pas jusqu'au portefaix qui ne fasse de la science en observant les manières les plus commodes de saisir les fardeaux pour faciliter sa tâche. Chaque jour la science nous rend d'immenses services, chaque jour elle augmente la prise de l'homme sur les choses.

Deuxième Partie.

Classification des sciences.

Il sera maintenant intéressant de dresser l'inventaire des connaissances humaines ou de faire la classification des sciences. Cet inventaire n'a pas été fait d'une manière complète. Depuis Ampère, auquel nous devons le premier essai de cette nature, la science a progressé ; la classification d'Auguste Comte est très sommaire et, par suite de ses préjugés, fort incomplète ; d'ailleurs, Comte, bien qu'ancien élève de l'Ecole Polytechnique, ne possédait qu'imparfaitement les sciences dont on ne donne que des notions sur les bancs des écoles ; pour mériter le titre de savant, il faut compléter ces notions.

Une classification a toujours quelque chose d'artificiel ; pour la rendre aussi naturelle que possible, il faudrait passer d'une classe à la classe voisine par degrés insensibles. Nous remarquerons d'abord que les vérités d'une science sont d'autant plus certaines qu'elles empruntent le moins de notions au témoignage des sens, l'observation joue un rôle d'autant moindre que le raisonnement est plus systématiquement employé. Pour ces raisons, il semble naturel de classer les sciences d'après le nombre et la nature des notions qu'elles empruntent au témoignage des sens, en plaçant en tête celles qui en empruntent le moins.

Mathématiques. — Donc en premier lieu nous placerons les mathématiques pures, c'est-à-dire la théorie des nombres (qu'il ne faut pas confondre avec l'arithmétique supérieure ou arithmologie). Le caractère de cette théorie est de n'emprunter que fort peu de chose au témoignage des sens ; on peut le définir en disant que c'est l'étude des conséquences de la double notion d'égalité et d'addition. Nous avons déjà défini l'égalité. On donne le nom d'*addition*, à toute opération sur des choses dont le résultat est indépendant de l'ordre de ces choses.

On appelle *quantités* les choses que l'on peut concevoir égales et susceptibles d'être ajoutées. Un *nombre* est une locution (ou le signe qui la représente) qui sert à désigner avec précision une quantité et toutes celles qui lui sont égales.

La théorie des nombres a des subdivisions que l'on appelle arithmétique, algèbre, calcul différentiel ; ce ne sont au fond que les chapitres d'une même science.

Géométrie. — En second lieu, nous placerons la *géométrie*, qui se distingue nettement de la théorie des nombres en ce qu'elle emprunte beaucoup de notions au témoignage des sens, ce qui la rend sujette à de graves erreurs.

La géométrie étudie l'espace, abstraction faite de presque toutes les qualités des objets qui s'y trouvent ; la géométrie doit servir à expliquer et à classer les phénomènes que présentent les objets dans l'espace quand on ne considère que leur forme, leurs positions relatives et leurs grandeurs. Ici nous ouvrons une parenthèse : contrairement à ce que l'on enseigne dans les classes élémentaires des lycées, la géométrie est une science physique qui a un caractère nettement expérimental. Expérimentale, la géométrie l'a été à l'époque de sa création ; car avant d'étudier rationnellement la propriété des figures, l'expérience en avait fait deviner ou découvrir un grand nombre ; les gens les plus ignorants ont des notions de géométrie que l'expérience ou l'observation leur ont suggérées. Depuis deux mille ans, depuis Euclide, on prétend démontrer logiquement ces notions à l'aide d'arguments qui, pour moi et aussi pour beaucoup de commençants, loin d'ajouter à leur évidence, sont plutôt de nature à faire naître le doute. La force du préjugé routine et atavisme est si grande que l'œuvre d'Euclide domine encore l'enseignement ; il y a plus : en Angleterre, on apprend par cœur les Eléments d'Euclide avec le *numéro d'ordre de chaque proposition !*

Il s'est opéré, dans ces derniers temps, mais seulement dans le monde savant, une réaction. Considérant la géométrie comme une science expérimentale, on s'est posé cette question : quelles sont les hypothèses nécessaires et suffisantes qu'il convient de faire, pour arriver à la connaissance des propriétés de l'espace et surtout pour retrouver par la seule force du raisonnement toutes les vérités révélées par l'observation et l'expérience ? Pour atteindre ce but, on a pris la sage précaution d'oublier tout ce qu'enseigne Euclide ; se plaçant à un point de vue très général, on s'est demandé s'il ne serait pas possible de créer une branche de la théorie des nombres, qui pourrait contenir tous les énoncés des propositions de géométrie, mais dans laquelle les mots empruntés à la science de l'espace auraient une signification abstraite et sans aucun rapport avec leur sens concret.

Eh bien, cette branche de la théorie des nombres a pu être constituée, elle est bien plus générale que la géométrie, et, non seulement elle la contient comme cas particulier, mais elle nous montre encore que la géométrie pourrait servir à expliquer les phénomènes relatifs à l'espace en partant d'autres hypothèses que celles qui ont été posées par Euclide soit sous le nom d'axiomes, soit sous le nom de postulatums.

Il y a plus, elle nous a montré que nous avions des idées absolument fausses sur l'espace, et ici il s'agit des idées des savants aussi bien que de celles des ignorants ; elle met nettement en relief la possibilité d'espaces accessibles à des êtres doués de sens que nous ne possédons pas.

Espace infini ou non ? — A cette question soulevée par tant de philosophes et restée stérile : « *L'espace est-il fini, c'est-à-dire borné* ou *est-il infini ?* Elle fait cette réponse qui semble déconcertante, « *c'est comme on voudra !* » C'est comme on voudra, parce que l'espace est une création de notre imagination, faite pour expliquer des apparences, et que cette explication peut se faire sans contradiction de plusieurs manières.

Il y a donc plusieurs géométries : la géométrie classique, Euclidienne, officielle, puis les autres géométries réservées aux *initiés* et qui ont divers noms.

Cinématique. — Après la géométrie, il faut placer la cinématique, qui n'est autre chose qu'une géométrie dans laquelle intervient le temps. On peut la définir : La science du mouvement, abstraction faite des circonstances qui le font naître ou le modifient.

Statique. — Après la cinématique vient tout naturellement la *statique*, car la statique et la cinématique servent d'introduction à la dynamique ou mécanique générale. On pourrait appeler la statique la science des cordons et des efforts qu'il faut faire sur ces cordons pour que les corps auxquels ils sont attachés restent en repos ; cette définition peut-être un peu trop originale, donne une idée très nette de la statique. Pour lui donner une forme plus littéraire, nous dirons : La statique a pour but d'étudier les conditions nécessaires pour qu'un corps au repos ne soit pas influencé par des causes qui, prises isolément, le mettraient en mouvement. La statique est une science expérimentale, comme la cinématique, comme la géométrie sur laquelle elle s'appuie ; cependant elle n'est expérimentale que dans ses débuts et, comme la géométrie, elle se poursuit rationnellement.

Dynamique. — La dynamique ou mécanique générale, s'occupe du mouvement des corps et des circonstances qui peuvent faire naître ou modifier ce mouvement.

Disons quelques mots de cette science qui domine les sciences physiques et qui tend tous les jours à les absorber. Elle a un caractère déjà nettement expérimental, elle est assise sur un certain nombre d'hypothèses vérifiées par l'expérience, enfin elle permet de retrouver les principes de la statique, ce qui constitue une vérification partielle de ses principes.

Comme la théorie des nombres, comme la géométrie, comme la cinématique et comme la statique, la mécanique générale ne spécule que sur des abstractions ; aussi les sciences énumérées sont-elles connues sous le nom de sciences abstraites.

Les nombres sont, comme on sait, abstraits ou concrets ; la théorie des nombres ne s'occupe que des nombres abstraits. La géométrie étudie les points, les lignes, les surfaces, les volumes qui sont des abstractions. En mécanique, on considère les êtres abstraits définis en géométrie ; on y considère aussi des corps solides, liquides ou gazeux, mais à leur état parfait, faisant abstraction de toutes leurs autres propriétés.

Sciences physiques. — Poursuivant notre classification, nous entrons dans le domaine des sciences où l'influence des sens sera prédominante, ce sont les sciences physiques.

La chimie et la physique. Une science physique se définira en disant le rôle qu'y jouent les sens. L'optique, l'acoustique étudient principalement les impressions du sens de la vue et de l'ouïe ; la chaleur, l'électricité, le magnétisme sont des manifestations de la matière sous des aspects divers et dans lesquelles le sens du toucher joue son rôle. Il est à remarquer que le goût et l'odorat n'aient pas donné lieu à des études spéciales, à moins qu'on ne consente à considérer la cuisine et la parfumerie comme des sciences. Au fond, pourquoi pas? ce sont des connaissances à la fois nécessaires, utiles et agréables, elles progressent et progresseront encore, elles ont tous les caractères d'une science. Quel est le caractère d'une science physique? Je pense qu'on peut dire qu'elle s'occupe surtout de la manière dont la matière agit sur la matière en tant que cette action se manifeste par des phénomènes que nos sens peuvent constater directement ou indirectement.

La physique se distingue de la chimie (bien que la ligne de démarcation tende à s'effacer à mesure que ces sciences progressent) en ce que la physique arrête son étude au moment où les corps se modifient profondément, la chimie commence alors; cette définition manque de précision, cela tient à la nature des choses.

De quelle manière les sciences physiques procèdent-elles à la recherche de la vérité?

La physique commence où l'abstraction finit, son domaine est le réel; l'expérience et l'observation y jouent un rôle capital, surtout au début. Car, lorsque l'expérience a réuni assez de faits pour en dégager ce que l'on appelle des lois, c'est-à-dire des affirmations (dont la quasi certitude est vérifiée par les faits), la science devient rationnelle, le physicien se demande alors quelles sont les hypothèses fondamentales, irréductibles, qui peuvent servir à expliquer les phénomènes observés et à en prévoir de nouveaux. La science ne sera probablement jamais achevée, il y aura donc toujours lieu de modifier les hypothèses quand elles cesseront d'expliquer de nouveaux phénomènes. Ajoutons que dès qu'une science physique entre dans la phase rationnelle, elle emprunte aux mathématiques leurs notations, c'est-à-dire leurs symboles et leurs méthodes.

Sciences naturelles. — Aux sciences physiques, succèdent les sciences naturelles, sciences d'observations surtout, qui ne sont pas assez avancées pour que le raisonnement y joue d'ici longtemps un rôle capital; on peut dire qu'elles étudient l'action de la matière sur les êtres vivants, et des êtres vivants les uns sur les autres, en faisant abstraction de leur intelligence. Elles ont pour but l'étude des animaux et de l'homme en particulier considéré seulement comme être vivant et non comme être intelligent; elle ont encore pour but l'étude de ces autres êtres vivants appelés plantes ou végétaux. J'exclus systématiquement des sciences naturelles la géologie et la minéralogie auxquelles j'assignerai leur place plus tard.

La ligne de démarcation entre la zoologie ou étude des animaux et la botanique ou science des végétaux tend à disparaître. En effet, les définitions que l'on donne du végétal et de l'animal sont loin d'être assez nettes pour distinguer ce que les naturalistes appellent animaux inférieurs de certains végétaux.

Sciences sociales. — Aux sciences naturelles succèdent des sciences qui ont pour but l'étude de l'action des êtres intelligents les uns sur les autres.

Statistique. — Ces sciences sont : la statistique, qui a pour but d'enregistrer les faits sociaux, c'est-à-dire les faits qui intéressent l'humanité au point de vue de ses besoins, de ses aspirations, de son bien-être, de sa conservation, des relations des hommes les uns avec les autres, de la manière dont ils pratiquent les échanges, dont ils accumulent, produisent ou consomment les biens naturels ou fabriqués.

Chrématistique. — La chrématistique, qui met en œuvre les documents fournis par la statistique, afin de prévoir les phénomènes sociaux et de les expliquer ; elle comprend les sciences financières : opérations de banque, le commerce, la prévoyance, ce sont les sciences économiques.

Sciences téléologiques. — Enfin, en dernier lieu, je placerai les sciences que j'appellerai *téléologiques*, qui ont pour but d'étudier l'au delà, c'est-à-dire tout ce qui n'est pas directement accessible à nos sens, mais dont nous pouvons soupçonner l'existence, comme l'âme, Dieu, la destinée de l'humanité, les châtiments, les récompenses dans la vie future, etc.

Résumé. — En résumé, nous distinguons cinq espèces de sciences primaires :

1° Les sciences mathématiques ou abstraites.
2° Les sciences physiques.
3° Les sciences naturelles.
4° Les sciences économiques ou sociales.
5° Les sciences téléologiques.

Sciences dérivées; *mécanique céleste; uranographie; calcul des probabilités.* — Ces sciences primaires donnent lieu par la combinaison de leurs méthodes à des sciences secondaires qui sont : l'application de l'algèbre à la géométrie ou géométrie analytique; l'application de l'algèbre à la mécanique ou mécanique analytique, comprenant la *mécanique céleste* ou étude du mouvement des astres, qui est précédée de l'*astronomie* ou plutôt de l'*uranographie* ou description des phénomènes célestes que l'on peut observer. Le calcul des probabilités a été imaginé pour estimer les raisons que l'on a de croire à l'arrivée d'un événement fortuit.

Météorologie; géologie. — La physique ne se borne pas à l'étude des phénomènes qui se passent à proximité de nous, elle s'occupe des phénomènes atmosphériques, de ceux qui se passent ou se sont passés autrefois à la surface ou dans les entrailles de la terre, elle devient alors la *météorologie* ou la *géologie;* enfin elle s'occupe encore de ce qui peut se produire dans les astres, c'est alors l'astronomie physique.

La chimie peut être minérale ou organique, elle englobe la minéralogie qui fait de larges emprunts à la géométrie ; ce ne sont en somme que les divers chapitres d'une même science.

Les sciences naturelles se divisent à leur tour en d'innombrables chapitres; les sciences médicales sont un de ces chapitres, qui se subdivise à son tour en de nombreuses spécialisations.

Histoire. — L'*histoire*, la *géographie* n'entrent pas dans l'inventaire que nous venons de faire des connaissances humaines, nous allons nous expliquer à ce sujet.

D'abord, pour nous, il n'y a pas d'histoire en général, si l'on considère l'histoire comme la description des événements du passé ; il y a autant d'histoires qu'il y a de sciences et elles sont également instructives. L'histoire des sciences mathématiques, des sciences physiques, des sciences naturelles, nous initie aux méthodes employées par nos devanciers et nous montre celles qui ont été fécondes ; cette histoire nous fait aussi connaître les grands hommes auxquels nous devons les inventions qui sont devenues des sources de bien-être.

L'histoire des bouleversements de notre globe, étude des terrains, paléontologie, nous fait connaître nos origines et nous permettra peut-être de deviner notre destinée.

L'histoire économique ou histoire proprement dite, peut être considérée à deux points de vue très différents. Elle peut se borner à la description pure et simple des événements dits importants : dates d'avènements des rois ou empereurs, guerres qu'ils ont entreprises, traités qu'ils ont conclus, etc., tout cela sent le roman. Mais on peut la considérer d'un point de vue plus élevé et comme une partie des sciences économiques, elle constitue avec la statistique, la série des observations qui, élaborées par la chrématistique, permettront de baser la théorie des richesses sur des lois plus sûres. Pour cela, l'histoire doit nous faire connaître les mœurs des sociétés qui nous ont précédés, et leurs divers degrés de civilisation, c'est-à-dire la diminution de l'influence de l'homme sur l'homme et l'augmentation de sa puissance sur les choses. Les dates ne nous apparaîtront plus que comme des jalons permettant de classer les différentes époques.

La méthode dans les recherches historiques est la même que dans les sciences d'observation, mais cette observation présente des difficultés particulières; il n'est pas possible, comme dans les sciences naturelles, de répéter des observations déjà faites ; heureusement que les civilisations disparues ont laissé d'innombrables témoins : les monuments, les inscriptions, les manuscrits, les médailles, les armes, des ustensiles de toutes sortes, mais encore faut-il savoir en reconnaître et en utiliser l'authenticité.

Géographie. — La géographie se compose de deux parties, dont l'une, la géographie physique, est une annexe de la géologie et l'autre, la géographie politique, rentre dans la science économique ou sociologique.

La classification que nous avons adoptée pour les sciences est naturelle à tous les points de vue. Après les avoir classées d'après le plus ou moins de notions qu'elles empruntent aux sens, il se trouve qu'elles sont naturellement classées de telle sorte qu'elles présentent d'autant plus de chances d'erreurs qu'elles sont plus éloignées de la première. Enfin, la première de ces sciences, la théorie des nombres, se suffit à elle-même sans rien emprunter aux autres sciences.

La géométrie, pour se développer, fait de nombreux emprunts à la théorie des nombres et n'emprunte rien aux sciences classées après elle et ainsi de suite.

En disant que la théorie des nombres n'empruntait rien aux autres sciences, cela est rigoureusement vrai par rapport à ses procédés, mais cela ne veut pas dire qu'elle ne doive rien aux autres sciences, au contraire, et l'on peut dire que ce sont les sciences physiques qui ont fait surgir les problèmes les plus beaux et les plus difficiles que l'on s'est vu poser dans la théorie des nombres. Il faut dire plus, toutes les sciences sont solidaires, une grande découverte dans l'une d'elles a souvent sa répercussion sur toutes les autres.

Réflexions générales. — Toute science est, à ses débuts, une science d'observation ; à la période d'observation succède la période où elle devient une science de raisonnement ; enfin elle devient une science expérimentale. Cette succession se produit dans toutes les branches de la science et s'explique : avant de raisonner, il faut choisir le sujet sur lequel on veut raisonner, pour connaître ce sujet, il faut l'*observer;* quand on croit avoir bien *raisonné*, il faut contrôler son raisonnement par l'*expérience.*

Lorsqu'une science en arrive à la période du raisonnement, il est rare qu'elle n'emprunte pas le concours de la théorie des nombres ; en sorte que les mathématiques envahiront peut-être un jour tout le domaine des connaissances humaines ; elles ont déjà envahi le domaine de la physique et donné lieu à la physique mathématique, elles sont près d'empiéter sur la chimie par la cristallographie, puis par la notation, enfin par ses rapports avec la physique.

D'ailleurs le problème général que se propose finalement la chimie revêt une forme essentiellement mathématique. Etant donné la température, la pression et d'autres qualités mesurables des corps à mélanger, que va-t-il se produire ?

Quant au calcul des probabilités, il s'impose à tous les savants qui ont besoin de faire des observations se traduisant par des mesures. Le calcul des probabilités est l'âme de la statistique.

Pourquoi les sciences sociologiques n'en sont qu'à leur début. — Après cet inventaire, je voudrais dire pourquoi je crois que certaines de ces sciences n'en sont qu'à leur début, ce sont les sciences sociologiques ou économiques ; pour que l'étude des phénomènes sociologiques prenne un caractère scientifique, il la faudrait appuyer sur la statistique, or les observations nécessaires à l'établissement de cette science ne sont pas à la portée du chercheur isolé et les gouvernements en général n'ont pas encore compris l'utilité de statistiques nombreuses, diverses, exactes, sérieusement faites.

Difficultés des sciences téléologiques. — Les sciences que nous avons appelées téléologiques nous semblent à l'heure actuelle encore plus loin du progrès : les discussions sur l'âme, l'immortalité, la vie future sont presque les mêmes qu'aux temps de Socrate et de Platon. Pourquoi ne s'est-on pas encore fixé sur une doctrine pour des questions d'une importance aussi capitale ?

Peut-être parce que les autres parties de la science devant leur servir de support ne sont pas assez avancées ? Peut-être parce que la solution de ces questions ne nous est pas accessible dans notre état présent ?

Quoi qu'il en soit, on a trop oublié dans ces études qu'un raisonnement doit se composer d'hypothèses, d'intermédiaires et de conclusions. Pour parler de choses vagues, inconnues, non tangibles, on a employé un langage indéterminé et obscur.

Et puisque l'on a des méthodes qui ont réussi à édifier les autres sciences en procédant du connu à l'inconnu, pourquoi ne pas les appliquer aux sciences d'ordre téléologique ?

Toutes les sciences ont leurs hypothèses fondamentales (axiomes ou postulats) ; les sciences téléologiques devront en poser, en déduire des conséquences, les rejeter ou les modifier si on les trouve contradictoires.

L'espace et ses dimensions. — La téléologie emprunte aux sciences abstraites les notions de temps et d'espace sur lesquelles on a eu longtemps des idées fausses et que l'on commence seulement à voir d'une façon plus complète. Précisons ces notions et expliquons ce que l'on doit entendre par la dimension d'un espace. Prenons sur une ligne un point A fixe, la position du point B sera déterminée par un nombre qui sera, par exemple, le nombre de pas à faire pour aller de A à B. Tout le monde sait que, pour indiquer la position d'un point à la surface de la terre, il suffit de donner deux nombres qui sont sa longitude et sa latitude ; pour le situer encore plus exactement, s'il n'est pas au niveau de la mer, on donnera un troisième nombre, son altitude, c'est-à-dire la distance à laquelle il se trouve par rapport au niveau de la mer.

Un espace (ligne surface, espace ordinaire) est à une, deux, trois dimensions suivant que, pour déterminer la position d'un point dans cet espace, il faut connaître un, deux, trois nombres. L'espace dans lequel nous sommes plongés est donc un espace à trois dimensions.

Et notez bien ceci : cet espace à trois dimensions est une pure création de notre imagination qui nous sert à classer au moyen de trois nombres les impressions de nos sens. L'individu immobile et doué du seul sens de la vue classera ses impressions avec deux nombres, pour lui l'espace sera à deux dimensions. Il est possible de prévoir des êtres doués de sens plus nombreux, plus parfaits que ceux des hommes; ils auraient alors besoin de plus de trois nombres pour classer leurs impressions, ils créeraient des espaces à 4, à 5 dimensions. Si donc en téléologie nous éprouvons le besoin de créer ou de considérer des choses que nous ne pouvons concevoir dans notre espace, il sera peut-être *commode* de les placer dans un espace à quatre dimensions.

Distance. — Autre chose : nous avons parlé de mesures de distances, de hauteurs ; tout cela suppose implicitement une notion que nous croyons posséder, c'est celle de la *distance* que nous croyons pouvoir mesurer; or c'est là une illusion qui tient à notre éducation, à notre atavisme. Nous admettons, et c'est une hypothèse inconciliable avec d'autres plus probantes, nous admettons que le mot *distance* représente quelque chose d'immuable dans l'espace et dans le temps; cette immuabilité est incompatible avec ce que nous enseigne la théorie des nombres, c'est-à-dire la plus parfaite des sciences. Une démonstration rigoureuse de ce fait ne saurait trouver place ici et le lecteur voudra bien nous croire sur parole. Voici seulement non pas une démonstration, mais une indication qui servira à nous faire comprendre. Supposons que le mot distance ait le sens que nous lui avons toujours donné; supposons qu'en un point du monde que j'appellerai le centre, la température soit ce que les physiciens appellent zéro absolu (on sait que tous les corps se dilatent par la chaleur et se contractent par le froid à tel point que s'ils arrivent au zéro absolu leurs dimensions sont nulles, ils s'évanouissent). Supposons un homme pouvant résister à ces froids et supposons enfin que la température de chaque point du monde varie proportionnellement à sa distance du centre du monde. Cet homme se déplace avec une règle en métal : tout en lui-même et autour de lui-même changera, son corps, sa règle; il n'aura pas de repère pour constater ce fait, il continuera à attribuer à sa règle une longueur immuable qui pour le spectateur immobile ne le sera pas.

La théorie des nombres permet de définir avec précision la distance et de fixer les conditions de son invariabilité quand on la transporte dans l'espace; mais cette définition est *arbitraire* dans une large mesure.

Tout cela n'a rien d'étonnant si nous réfléchissons que c'est nous qui avons inventé l'espace, et que nous sommes libres de lui attribuer un grand nombre de propriétés arbitraires, et même cela prouve inversement que l'espace est bien une création de notre imagination.

Le Temps. — Pas plus que l'espace, le temps n'est susceptible de mesure, si l'on ne fait pas une convention pour définir deux temps égaux, définition qui contient aussi beaucoup d'arbitraire.

Infini. — Il y a un mot que l'on emploie souvent et dont il faut fixer le sens : c'est le mot *infini*. Quand on demande à un philosophe qui se sert de ce mot ce qu'il entend par là, il arrive souvent qu'il réponde : « Comment voulez-vous qu'un être fini, comme moi, vous dise ce qu'est l'infini ». Quand on raisonne, c'est pour se faire comprendre des autres, et pour cela il faudrait ne se servir que de mots au sens net.

Infini veut dire *variable* et aussi grand que l'on veut. Quand on dit que l'espace est infini, on veut dire que la distance d'un point de l'espace à un autre peut devenir aussi grande que l'on veut.

Quand on dit que le temps est infini, on veut dire qu'on peut toujours considérer deux époques aussi éloignées l'une de l'autre que l'on veut.

L'espace est-il infini ? La réponse est déconcertante pour toute personne qui ne connaît pas les mathématiques : L'*espace* est *fini* ou *infini* à *volonté*. Et toujours pour la même raison : nous avons créé l'espace, nous pouvons expliquer sans contradiction tous les phénomènes relatifs à l'espace, qu'il soit fini ou infini.

Pouvoir de l'homme sur les forces naturelles. — L'homme a le pouvoir de modifier l'action des forces naturelles, du moins dans une certaine mesure, mais il y en a qu'il ne peut pas modifier; tous ses mouvements, qu'il le veuille ou non, obéissent à des lois immuables qui sont les lois de la mécanique rationnelle.

Le pouvoir que nous avons de modifier les actions de la nature et qui se traduit par des actes tels que d'attraper une balle, de l'empêcher de tomber, de produire à volonté de la chaleur, de la lumière, etc., ce pouvoir a deux sources : l'une naturelle, réside dans notre force musculaire ou plutôt notre action sur nos muscles, l'autre tient à un acte de notre volonté, à quelque chose qui agit en nous.

L'âme. — Cette source de vouloir, et par la suite d'actes, nous l'appellerons l'âme; et cette âme n'est pas de la matière ordinaire telle que les physiciens la comprennent.

Où réside-t-elle? Dans la matière grise du cerveau ? Mais alors, que devient-elle à la mort ? Puisque nous avons créé l'espace à trois dimensions pour les besoins de notre corps, pour expliquer de nouveaux phénomènes, rien ne nous empêche de généraliser l'espace par de nouvelles hypothèses pourvu qu'elles ne soient pas en contradiction avec celles qui ont tout expliqué jusqu'ici. Donc rien ne nous empêche d'ajouter une ou plusieurs dimensions à cet espace, ce qui revient à imaginer une infinité de mondes comme le nôtre et à y placer l'âme des hommes et aussi l'âme des animaux, car il n'y a pas de raisons pour leur refuser quelque chose d'équivalent à notre âme. Dans cette hypothèse, l'âme attachée au corps pendant la vie s'envolerait à la mort dans un monde plus vaste ; l'espace à quatre dimensions que nous créons ainsi nous explique l'âme, nous explique la mort.

Maintenant rappelons qu'une hypothèse est d'autant plus plausible qu'elle explique un plus grand nombre de faits. Or, dans l'ordre physique des tentatives, encore peu nombreuses il est vrai, ont pu expliquer, au moyen de l'espace à quatre dimensions, certains phénomènes difficiles à expliquer autrement. Je vais chercher à démontrer que l'on peut expliquer très simplement un phénomène qui, à l'heure actuelle, trouble le monde savant; mais il me faut ici ouvrir une parenthèse.

Si nous considérons un être à deux dimensions et de forme plane assujetti à vivre dans un espace plan, un cercle tracé autour de lui dans ce plan, sera une prison d'où il ne pourra pas sortir, si par exemple ce cercle est découpé dans le plan ; pour un être à trois dimensions, il n'en sera pas de même ; il n'aura, s'il est enfermé dans le cercle, qu'à *sauter par dessus* la circonférence de ce cercle. De même nos prisons ne seraient pas des prisons pour des êtres à quatre dimensions qui pourraient, si je puis m'exprimer ainsi, *sauter par dessus*. Cette expression est impropre, mais nous n'avons pas de mots pour exprimer exactement cette nouvelle idée.

Revenons au phénomène annoncé. Le radium a fait assez de bruit dans le monde pour qu'il soit bien connu au moins de réputation. Or, une expérience faite en Angleterre et répétée en France prouve que, si l'on enferme un morceau de radium dans un vase absolument clos et dans lequel on a fait le vide, au bout d'un certain temps ce vase contient un gaz que l'on appelle hélium et a augmenté d'un poids égal au poids de l'hélium qui s'est introduit dans le vase. Or, l'hélium ne peut pas provenir du radium qui n'a pas diminué de poids.

On explique (mais je n'affirme en aucune façon que cette explication soit la bonne), on explique ce phénomène en admettant que l'hélium a passé par la quatrième dimension pour venir rejoindre le radium dans sa prison.

L'immortalité de l'âme est une hypothèse, il n'y a aucune raison pour la rejeter, il s'agit de voir ce qu'on en peut tirer. Dieu est une autre hypothèse que l'on a faite pour expliquer l'origine de la matière et ses transformations ; si l'on demande où il est, on peut répondre qu'il se trouve dans l'espace à quatre dimensions.

Mais quant à le définir, cela me paraît bien difficile; il ne saurait être organisé à notre image, il ne nous est donc pas possible de le concevoir.

Conclusion. — En étudiant les conquêtes de l'esprit humain, il semble qu'il y aurait un moyen de raisonner sur les questions qui divisent le plus les hommes; ce serait de ne rien affirmer *a priori*, de ne pas poser d'axiomes car nous ne sommes, hélas, sûrs de rien, si ce n'est que nous éprouvons des sensations dont nous avons toujours ignoré les causes.

Sans rien affirmer on ferait des hypothèses pour en tirer des conclusions. Auraient raison alors ceux qui de leurs hypothèses auraient su tirer le plus grand nombre de conclusions remarquables, utiles et non contradictoires.

Ne semble-t-il pas maintenant que, avant d'aborder l'étude de la philosophie, il est nécessaire d'avoir parcouru le cycle des connaissances humaines pour profiter de tous les renseignements que peuvent fournir les sciences et s'être assimilé les méthodes employées pour découvrir la vérité ?

SUR LA DÉTERMINATION DU TAUX DANS LE PROBLÈME DES ANNUITÉS

De la formule

$$a = \frac{Ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

dans laquelle a représente l'annuité à payer pendant n années pour amortir un emprunt A au taux de r pour un franc, en posant $\frac{A}{a} = \alpha$, on déduit :

$$(1 - \alpha r)(1 + r)^n = 1 . \qquad (1)$$

Si $n = 1$, cette relation devient

$$(1 - \alpha r)(1 + r) = 1 \qquad \text{d'où} \qquad r = \frac{1 - \alpha}{\alpha} .$$