Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 11 (1909)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur les formules fondamentales de la Trigonométrie sphérique.

Autor: d' Ocagne, Maurice

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur les formules fondamentales de la Trigonométrie sphérique.

Nous n'avons pas ici l'intention de faire connaître la moindre formule nouvelle, mais d'indiquer un moyen de soulager la mémoire des débutants dans l'application des formules fondamentales de la Trigonométrie sphérique.

On est dans l'habitude, en France tout au moins, de constituer le système de ces formules fondamentales au moyen de celles dites de Gauss qui sont

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad ,$$
$$\sin a \sin B = \sin b \sin A \quad ,$$
$$\sin a \cos B = \sin c \cos b - \sin b \cos c \cos A \quad ,$$

la corrélative de (1)

$$\cos A = - \cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \quad ,$$

et celles qui s'en déduisent par permutation, auxquelles on ajoute les formules dites spéciales du triangle rectangle qui sont

$$\cos a = \cos b \cos c = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C \quad ,$$
$$\sin b = \sin a \sin B = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} C \quad ,$$
$$\cos B = \cos b \sin C = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a \quad .$$

Et telle est la confusion qui risque de se produire entre ces dernières formules qu'on a imaginé diverses règles mnémoniques pour assurer leur application correcte.

Ne serait-il pas plus simple de réduire tout l'effort de mémoire à retenir le seul système fondamental constitué par

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad , \tag{1}$$
$$\sin a \sin B = \sin b \sin A \quad , \tag{2}$$
$$\cos a \cos B = \sin a \operatorname{cotg} c - \sin B \operatorname{cotg} C \quad , \tag{3}$$

et la corrélative de (1) que nous appelons toujours (1′) et qu'il est inutile d'écrire puisque cela peut se faire sans nul effort quand on a (1) présente à l'esprit ?

Ce dernier système a l'avantage de fournir instantanément la formule correspondant à un cas de résolution quelconque des triangles quelconques, et de rendre inutile de retenir les formules du triangle rectangle.

En effet, tout calcul d'un élément quelconque d'un triangle sphérique s'opère toujours au moyen de trois éléments connus de ce triangle. Parmi ces quatre éléments il y a nécessairement :

1° ou bien un groupe de trois éléments contigus et un séparé,

2° ou bien deux groupes de deux contigus,

3° ou bien un seul groupe de quatre contigus.

Dans le cas 1°, la solution est fournie par la formule (1) [ou (1')]; dans le cas 2°, par la formule (2); dans le cas 3°, par la formule (3) (à une permutation près entre les lettres a, b, c et A, B, C, bien entendu ; cela n'ajoute rien à ce dont se doit charger la mémoire).

Maintenant, pour un cas quelconque de résolution des triangles rectangles, l'angle droit, joint aux deux autres éléments donnés et à l'élément inconnu, donne naissance à l'une des dispositions 1°, 2° ou 3° ci-dessus. La formule (1), (2) ou (3) correspondante, où l'on introduit l'angle droit à sa place, fournit alors, immédiatement, la formule correspondante du tableau spécial rappelé plus haut, qu'il y aurait lieu d'appliquer.

Supposons, par exemple que, dans un triangle rectangle dont l'angle droit est en A, on veuille calculer B connaissant a et c. Les éléments A, c, B, a forment une disposition 3°. Or, la formule (3) donne, par permutation,

$$\cos c \cos B = \sin c \operatorname{cotg} a - \sin B \operatorname{cotg} A \ ,$$

qui, avec l'hypothèse $A = 90°$, devient immédiatement

$$\cos B = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a \ ,$$

formule demandée.

Maurice d'OCAGNE. (Paris)

Le laboratoire d'enseignement mathématique de l'Ecole Normale Supérieure de Paris.

1. — Lors de la réforme de l'Enseignement Secondaire, en 1902, l'un des articles du projet ministériel soumis à la Commission de l'Enseignement de la Chambre des Députés, était « d'organiser et diriger l'Ecole Normale Supérieure de façon à en faire un véritable Institut pédagogique ». Ce désideratum était déjà partiellement réalisé, tout au moins pour la Section de Mathématiques; la préparation des leçons d'Agrégation et leur critique constituant pour les élèves de troisième année une initiation pédagogique. La réforme récente de l'Agrégation (décret de mai 1904, appliqué en juillet 1907) a accentué cet état de choses. En effet les leçons exigées des Candidats à l'oral du Concours doivent porter sur des