Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 11 (1909)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE PLANE DANS LES ÉCOLES SECONDAIRES

Autor: Rose, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-11862

SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE PLANE DANS LES ÉCOLES SECONDAIRES

L'enseignement de la Géométrie Analytique plane, en Belgique du moins, et, dans d'autres pays à en juger d'après les ouvrages classiques étrangers que j'ai sous la main, a son point de départ dans les définitions géométriques le plus souvent métriques, des éléments principaux des coniques. Il est un autre enseignement que j'ai pu expérimenter et qui au contraire s'inspire des propriétés projectives de ces mêmes éléments. Je crois que cette méthode présente de nombreux avantages et qu'une tentative de ce genre ne pourrait avoir que d'heureux résultats, pas tant au point de vue des connaissances acquises, puisque sous ce rapport il n'y a guère de différence, que pour l'étude des diverses méthodes. De plus elle s'applique presque sans modification aux courbes d'ordre quelconque, et présente ainsi une grande généralité.

Quand on montre à l'élève qu'une conique est déterminée par cinq conditions et qu'ensuite, il s'aperçoit qu'un cercle ou qu'une parabole n'exigent pour leur détermination que trois ou quatre éléments, quel sujet d'étonnement pour l'auditeur! Quand de plus il constate qu'une tangente ou une asymptote à une courbe autre qu'une conique peut couper la courbe, son ahurissement ne sera pas moins grand. D'autres remarques du même genre peuvent être faites à propos d'autres questions. La méthode que j'indique ci-après et qui n'est au fond qu'une variante de celle suivie par M. Servais dans son cours de Géométrie Analytique de l'Université de Gand, remédie à ces inconvénients. Voici selon moi la marche à suivre dans l'étude des coniques.

Chapitre I. — Formes fondamentales de la géométrie projective. — Théorie des droites dirigées, des segments, des angles et des rapports anharmonique et harmonique des points et des droites. — Différence entre propriétés projectives et métriques. Naturellement ce chapitre préliminaire pourrait être enseigné dans le cours de Trigonométrie.

CHAPITRE II. — Représentation du point par ses coordonnées cartésiennes ou polaires. — Transformation des coordonnées.

CHAPITRE III. — Théorie de la droite. — Introduction des coordonnées homogènes, ce qui permet de ramener l'étude de deux ou de trois droites à celle de deux ou trois équations homogènes à trois inconnues. — Faisceaux de droites. — Introduction des éléments à l'infini ($z = 0$) : droite de l'infini, directions asymptotiques. — Eléments imaginaires; une large part serait faite à l'introduction des idées de Laguerre sur ce sujet : droites isotropes, points cycliques. — Etude approfondie des lieux géométriques. — Droite en coordonnées polaires.

CHAPITRE IV. — Etude succinte de la projectivité. — Formes projectives, perspectives, involutives. — Introduction des premières notions sur les coordonnées tangentielles et trilinéaires. — Principe de dualité.

CHAPITRE V. — Le Cercle. — Formes particulières de son équation. — Une courbe du second degré passant par les points cycliques est un cercle. — Droite et Cercle. — Tangentes et normales. — Faisceau de cercles; cercles orthogonaux. — Pôles et polaires. — Equation polaire du cercle.

CHAPITRE VI. — Etude générale des coniques.

§ 1. Classification des courbes du second degré par décomposition du premier membre de leur équation en une somme de carrés. — Divers genres; emploi des déterminants.

§ 2. Formes projectives dans les coniques. — Génération de Chasles, de Newton, de Mac-Laurin; théorèmes de Pascal et de Brianchon.

§ 3. Emploi de la forme quadratique

$$f(xyz) \equiv ax^2 + 2hxy + by^2 + 2fyz + 2gxz + cz^2 = 0$$

Définitions de $f'_x, f'_y, f'_z, f''_{x^2}, f''_{xy} \ldots\ldots,$

Intersection d'une droite et d'une conique; équation aux paramètres; développement de Taylor pour la forme quadratique par vérification.

§ 4. Etude approfondie de la théorie des pôles et polaires. — Eléments conjugués. — Triangles conjugués. — Cette étude doit être faite soigneusement, car elle est la clef de tout ce qui va suivre.

§ 5. Centre des coniques; le centre est le pôle de la droite de l'infini; il suffira d'appliquer les résultats et les propriétés du § 4. — Conique rapportée à son centre. — Propriétés.

§ 6. Diamètres. — Un diamètre est la polaire d'un point à l'infini. — Diamètres conjugués. — Propriétés.

§ 7. Axes des coniques. — Equation quadratique. — Equation en *s*. — Introduction des trois invariants fondamentaux. — Propriétés.

§ 8. Tangentes aux coniques : droites qui coupent la courbe en deux points coïncidents (voir § 3).

§ 9. Asymptotes. — Tangentes aux points à l'infini de la courbe. — Equation quadratique. — Hyperbole rapportée à ses asymptotes. — Propriétés.

§ 10. Normales. — Hyperbole d'Apollonius. — Propriétés.

§ 11. Foyers et directrices : définition de Plücker. — Hyperboles de Plücker. — Propriétés.

§ 12. Faisceaux ponctuels et tangentiels des coniques. — Coniques dégénérées. — Diverses espèces de contact. — Théorèmes de Poncelet et de Sturm. — Pôles et polaires. — Coniques homofocales.

Chapitre VII. — Etude particulière géométrique et analytique des trois espèces de coniques en coordonnées cartésiennes et polaires. — Théorèmes de Daudelin et Quételet. — Relations entre les trois courbes.

En résumé la partie la plus importante du cours exposé par la méthode indiquée plus haut est l'étude des pôles et polaires par rapport à une conique. Cette dernière elle-même se ramène à l'intersection d'une courbe du second degré avec une ponctuelle déterminée par deux points $(x_1 y_1 z_1)$ $(x_2 y_2 z_2)$ en se servant de la méthode de Hesse et du développement de Taylor pour une fonction homogène à trois variables et du second degré.

L'emploi des premières notions de la géométrie projective simplifie souvent les résultats et permet en outre d'en donner une interprétation géométrique. On perd trop souvent de vue le côté géométrique de cette science; on n'y voit la plupart du temps qu'une application de l'algèbre et de l'analyse à la géométrie; c'est peut-être l'une des causes pour lesquelles les études géométriques sont quelque peu délaissées de nos jours.

J. Rose (Chimay, Belgique).