Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 10 (1908)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONSTRUCTIONS SYNTHÉTIQUES RELATIVES A CERTAINES COURBES DU 3e DEGRÉ ET DE LA 3e CLASSE

Autor: Crelier, L.

Kapitel: ASYMPTOTES ET TANGENTES PARALLÈLES

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10965

gente du cercle en S_2. (Voir fig. 10).

La conique auxiliaire dépend du cercle primitivement tracé. Si on laisse le sommet S_1 du faisceau simple se déplacer sur la courbe du 3^e degré la conique auxiliaire change, mais passe toujours par les quatre points de coupe du cercle avec la courbe, autres que S_2.

base simple est m. La tangente mm_1 de la conique est en même temps tangente de la courbe de 3^e classe. C'est la sixième tangente considérée. (Voir fig. 11.)

La conique auxiliaire dépend du cercle. Si on choisit une autre tangente simple que celle qu'on a prise la conique change aussi mais conserve toujours les quatre mêmes tangentes communes avec le cercle et la courbe de 3^e classe.

III

ASYMPTOTES ET TANGENTES PARALLÈLES

Asymptotes des courbes du 3^e degré à point double.

Le problème des asymptotes de ces courbes comprendra deux parties. D'abord on établira la direction des points à l'infini, et en second lieu on déterminera les tangentes par ces points.

Les points à l'infini proviendront de rayons homologues parallèles. Pour avoir leur direction, menons en S_2 des rayons parallèles à ceux de S_1. Nous formerons ainsi deux faisceaux concentriques homographiques du $(2 + 1)^e$ degré. Les rayons doubles du 3^e degré de ces faisceaux correspondront aux rayons homologues parallèles.

Tangentes et points de tangence des courbes de 3^e classe parallèlement à une direction donnée.

Ce problème se compose également de deux parties. Il faut en premier lieu trouver les tangentes en direction puis en second lieu déterminer les points de tangence.

La courbe sera donnée dans la fig. 12, par les cinq paires de tangentes $A_1 a$ — $B_1 b$ — $C_1 c$ — $D_1 d$ — $E_1 e$.

La direction de la ou des tangentes parallèles est donnée par xx'. Nous en sommes ramenés à chercher les tangentes de la courbe pour le point à l'infini sur cette direction. On joint les points des deux ponctuelles avec ce point. On forme ainsi des

Dans la fig. 12 la courbe est donnée par les faisceaux en S_2 et S_1 correspondant aux cinq points ABCDE.

Les parallèles en S_2 aux rayons de S_1 sont désignées par 1, 2, 3, 4 et 5. Les faisceaux concentriques en S_2 ont donné un rayon double du 3e degré *kk*. Celui-ci donne donc une direction asymptotique de la courbe.

Nous obtiendrons maintenant l'asymptote correspondante en formant un nouveau faisceau simple dont le sommet est à l'infini sur la direction *kk* et dont les rayons passent par les points de la courbe ABCDE.

Le rayon V par E de ce faisceau coupera les rayons du faisceau S_2 en cinq points. Le rayon e_1 du faisceau S_2 coupera les parallèles en cinq autres points homologues des premiers. La ponctuelle sur V. E sera une ponctuelle double; celle sur e_1 une ponctuelle simple homographique avec la première. Ensemble elles engendrent une conique qui peut servir de conique auxiliaire pour la courbe du 3e degré.

La tangente de cette conique menée par le sommet M_∞ du faisceau simple sera comme nous l'avons vu antérieurement la tangente de la courbe du 3e degré par M_∞. Ce sera donc une faisceaux homographiques concentriques du $(2+1)^e$ degré ou sur la base double, des divisions homographiques formant un groupe de la $(2+1)^e$ classe. Les points doubles du 3e degré de ces divisions correspondent aux rayons de même nature des faiscaux de rayons parallèles et donnent ainsi les tangentes parallèles à la direction considérée.

Par M dans la fig. 12, nous avons une de ces tangentes. Sa construction étant développée par des méthodes connues.

Nous considérons ensuite la division simple déterminée sur la nouvelle tangente par les tangentes de la courbe de 3e classe issues des points de la ponctuelle double. Ce sont I, II, III, IV et V. En prenant deux points homologues C_1 et III comme sommets de deux faisceaux auxiliaires

$$\mathrm{III}\,(A_1,\ B_1,\ C_1,\ D_1,\ E_1;\ \ldots)$$

et

$$C_1(\mathrm{I},\ \mathrm{II},\ \mathrm{III},\ \mathrm{IV},\ \mathrm{V}\ \ldots)$$

formés avec les ponctuelles, nous obtenons une conique donnée par cinq points 1, 2, 3, 4 et 5. Cette conique auxiliaire peut servir à la construction de la courbe de 3e classe.

Le point de cette conique avec la tangente simple (Tg) *menée parallèlement à la direction* xx' *sera comme nous le savons le point de tangence de la droite avec la courbe de 3e classe.*

asymptote. Elle est marquée (As).

Comme on connaît cinq tangentes de la conique auxiliaire considérée et la direction de la sixième, on peut construire celle-ci par le théorème de Brianchon sans tracer la conique.

Il ressort de ce qui précède que *la courbe du 3e degré à point double a trois asymptotes dont deux peuvent être imaginaires.*

Ce point est marqué P. Nous avions donc cinq points de la conique et la direction passant par le sixième. Nous avons cherché celui-ci par le théorème de Pascal sans construire la conique.

Il est donc évident d'après ces observations qu'*il y a trois tangentes de la courbe de la troisième classe parallèles à la direction donnée. Deux d'entre elles peuvent être imaginaires.*

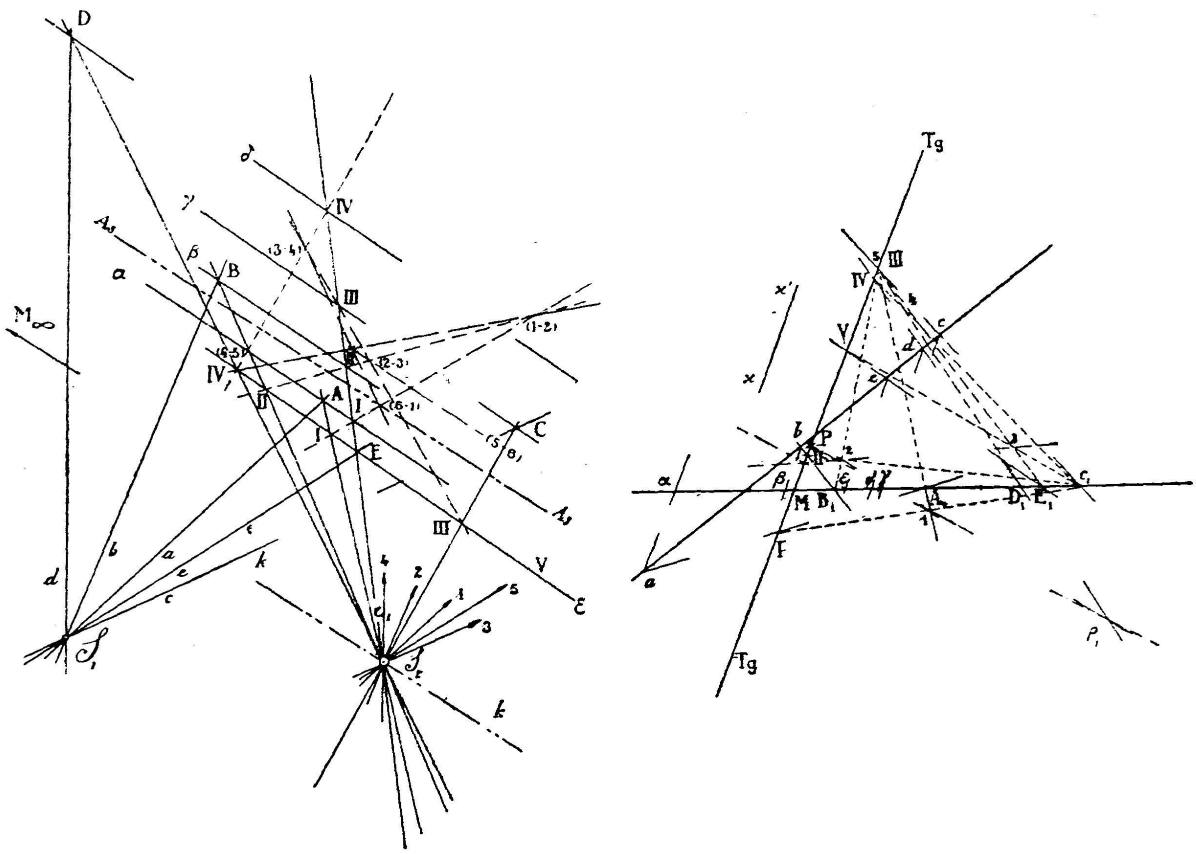

Fig. 12.

L. Crelier (Bienne).