

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 10 (1908)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** CONSTRUCTIONS SYNTHÉTIQUES RELATIVES A CERTAINES COURBES DU 3<sup>e</sup> DEGRÉ ET DE LA 3<sup>e</sup> CLASSE  
**Autor:** Crelier, L.  
**Kapitel:** ASYMPTOTES ET TANGENTES PARALLÈLES  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-10965>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

gente du cercle en  $S_2$ . (Voir fig. 10).

La conique auxiliaire dépend du cercle primitivement tracé. Si on laisse le sommet  $S_1$  du faisceau simple se déplacer sur la courbe du 3<sup>e</sup> degré la conique auxiliaire change, mais passe toujours par les quatre points de coupe du cercle avec la courbe, autres que  $S_2$ .

base simple est  $m$ . La tangente  $mm_1$  de la conique est en même temps tangente de la courbe de 3<sup>e</sup> classe. C'est la sixième tangente considérée. (Voir fig. 11.)

La conique auxiliaire dépend du cercle. Si on choisit une autre tangente simple que celle qu'on a prise la conique change aussi mais conserve toujours les quatre mêmes tangentes communes avec le cercle et la courbe de 3<sup>e</sup> classe.

### III

#### ASYMPTOTES ET TANGENTES PARALLÈLES

*Asymptotes des courbes du 3<sup>e</sup> degré à point double.*

Le problème des asymptotes de ces courbes comprendra deux parties. D'abord on établira la direction des points à l'infini, et en second lieu on déterminera les tangentes par ces points.

Les points à l'infini proviendront de rayons homologues parallèles. Pour avoir leur direction, menons en  $S_2$  des rayons parallèles à ceux de  $S_1$ . Nous formerons ainsi deux faisceaux concentriques homographiques du  $(2 + 1)^e$  degré. Les rayons doubles du 3<sup>e</sup> degré de ces faisceaux correspondront aux rayons homologues parallèles.

*Tangentes et points de tangence des courbes de 3<sup>e</sup> classe parallèlement à une direction donnée.*

Ce problème se compose également de deux parties. Il faut en premier lieu trouver les tangentes en direction puis en second lieu déterminer les points de tangence.

La courbe sera donnée dans la fig. 12, par les cinq paires de tangentes  $A_1a - B_1b - C_1c - D_1d - E_1e$ .

La direction de la ou des tangentes parallèles est donnée par  $xx'$ . Nous en sommes ramenés à chercher les tangentes de la courbe pour le point à l'infini sur cette direction. On joint les points des deux ponctuelles avec ce point. On forme ainsi des

Dans la fig. 12 la courbe est donnée par les faisceaux en  $S_2$  et  $S_1$  correspondant aux cinq points ABCDE.

Les parallèles en  $S_2$  aux rayons de  $S_1$  sont désignées par 1, 2, 3, 4 et 5. Les faisceaux concentriques en  $S_2$  ont donné un rayon double du 3<sup>e</sup> degré  $kk$ . Celui-ci donne donc une direction asymptotique de la courbe.

Nous obtiendrons maintenant l'asymptote correspondante en formant un nouveau faisceau simple dont le sommet est à l'infini sur la direction  $kk$  et dont les rayons passent par les points de la courbe ABCDE.

Le rayon V par E de ce faisceau coupera les rayons du faisceau  $S_2$  en cinq points. Le rayon  $e_1$  du faisceau  $S_2$  coupera les parallèles en cinq autres points homologues des premiers. La ponctuelle sur V. E sera une ponctuelle double; celle sur  $e_1$  une ponctuelle simple homographique avec la première. Ensemble elles engendrent une conique qui peut servir de conique auxiliaire pour la courbe du 3<sup>e</sup> degré.

*La tangente de cette conique menée par le sommet  $M_\infty$  du faisceau simple sera comme nous l'avons vu antérieurement la tangente de la courbe du 3<sup>e</sup> degré par  $M_\infty$ . Ce sera donc une*

faisceaux homographiques concentriques du  $(2 + 1)^e$  degré ou sur la base double, des divisions homographiques formant un groupe de la  $(2 + 1)^e$  classe. Les points doubles du 3<sup>e</sup> degré de ces divisions correspondent aux rayons de même nature des faisceaux de rayons parallèles et donnent ainsi les tangentes parallèles à la direction considérée.

Par M dans la fig. 12, nous avons une de ces tangentes. Sa construction étant développée par des méthodes connues.

Nous considérons ensuite la division simple déterminée sur la nouvelle tangente par les tangentes de la courbe de 3<sup>e</sup> classe issues des points de la ponctuelle double. Ce sont I, II, III, IV et V. En prenant deux points homologues  $C_1$  et III comme sommets de deux faisceaux auxiliaires

$$\text{III}(A_1, B_1, C_1, D_1, E_1; \dots)$$

et

$$C_1(I, II, III, IV, V \dots)$$

formés avec les ponctuelles, nous obtenons une conique donnée par cinq points 1, 2, 3, 4 et 5. Cette conique auxiliaire peut servir à la construction de la courbe de 3<sup>e</sup> classe.

*Le point de cette conique avec la tangente simple (Tg) menée parallèlement à la direction  $xx'$  sera comme nous le savons le point de tangence de la droite avec la courbe de 3<sup>e</sup> classe.*

*asymptote.* Elle est marquée (As).

Comme on connaît cinq tangentes de la conique auxiliaire considérée et la direction de la sixième, on peut construire celle-ci par le théorème de

Ce point est marqué P. Nous avons donc cinq points de la conique et la direction passant par le sixième. Nous avons cherché celui-ci par le théorème de

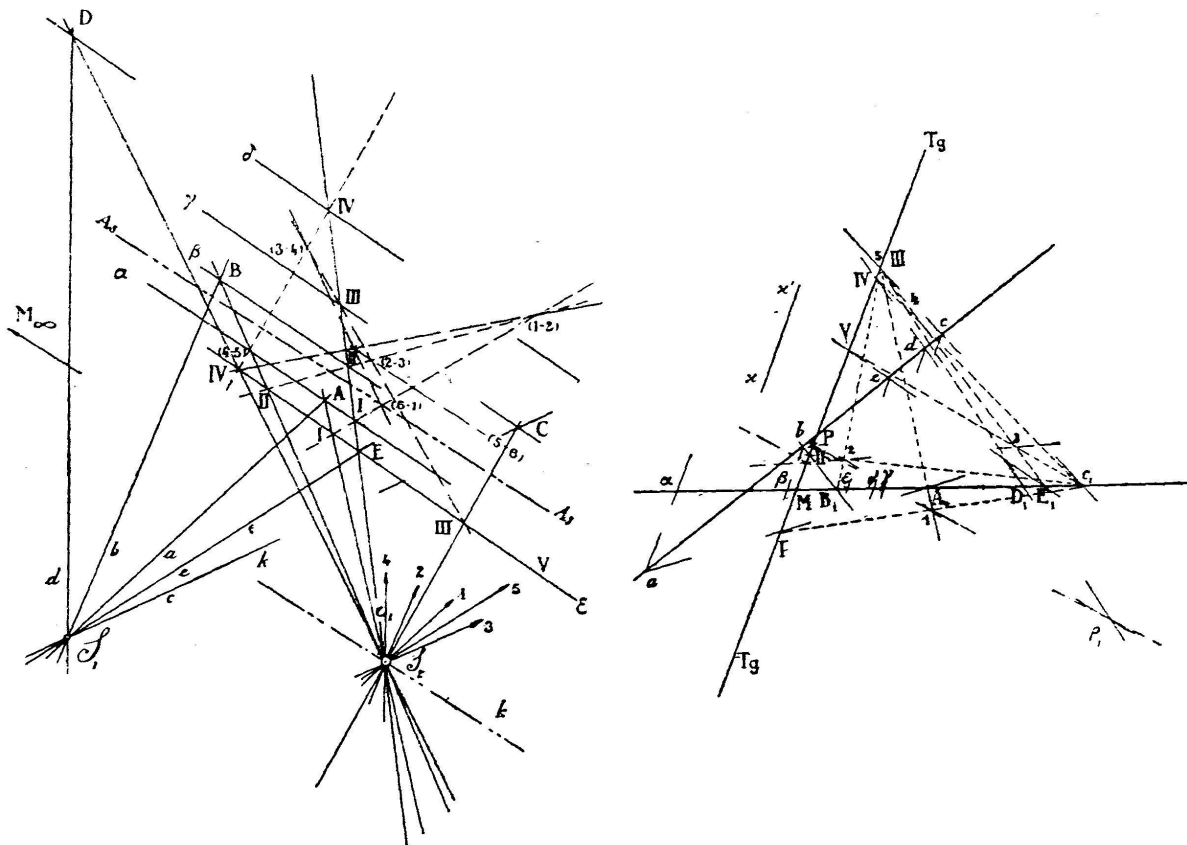


FIG. 12.

Brianchon sans tracer la conique.

Il ressort de ce qui précède que la courbe du 3<sup>e</sup> degré à point double a trois asymptotes dont deux peuvent être imaginaires.

Pascal sans construire la conique.

Il est donc évident d'après ces observations qu'il y a trois tangentes de la courbe de la troisième classe parallèles à la direction donnée. Deux d'entre elles peuvent être imaginaires.

L. CRELIER (Bienne).