Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 10 (1908)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONSTRUCTIONS SYNTHÉTIQUES RELATIVES A CERTAINES COURBES DU 3e DEGRÉ ET DE LA 3e CLASSE

Autor: Crelier, L.

Kapitel: C. Remarque sur les divisians du $(2 + 1)^e^ degré, de même base.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10965

Les rayon Sk et Sk_1 puis Sk et k_2 sont conjugués. Ils donnent sur la base :

K conjugué de $K_{1\infty}$

K_2 » de K et lié à $K_{1\infty}$

K et K_2 forment le 2e groupe de points limites.

C. Remarque sur les divisions du $(2 + 1)^e$ degré, de même base.

On peut cependant développer les divisions homographiques du $(2 + 1)^e$ degré situées sur une même base, sans avoir besoin des faisceaux de même nature. Ce développement constitue la dualité du précédent et nous le résumons ici pour éviter d'allonger ce travail tout en voulant être aussi complet que possible. Chaque construction suppose évidemment une dualité.

Première construction. Nous donnerons les divisions au moyen des cinq paires d'éléments conjugués, aa_1 ; aa_2 ; bb_1 ; cc_1 et dd_1. Nous construirons ensuite un cercle quelconque tangent à la base xy, et par chaque point donné nous tracerons les tangentes de cercle. Toutes ces tangentes couperont d'abord la tangente b suivant une division double, puis la tangente conjuguée b_1 suivant une division simple, homographique avec la première. Les tangentes issues de $a_1 a_2 b_1 c_1$ ... coupent b et celles issues de $abcd$ ... coupent b_1. Ces deux nouvelles divisions ; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ... et $\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \gamma_1$ ... forment un groupe de $(2 + 1)^e$ classe avec un point homologue commun $\beta\beta_1$. Elles engendrent donc une conique que nous pouvons construire et qui est déterminée par cinq tangentes. Par tout point μ de b_1 on a deux tangentes de la conique donnant les points homologues μ_1 et μ_2 sur b. Par ces trois points, les tangentes du cercle donneront les trois points homologues des deux divisions sur xy, soient m, m_1 et m_2.

Les points doubles du deuxième degré seront évidemment donnés par les points de coupe de la base simple b_1 avec la conique auxiliaire. Ils peuvent être imaginaires.

Les points doubles du troisième degré proviendront des tangentes communes des deux courbes. Il y en a trois en en dehors de b . Deux peuvent être imaginaires. *Toutes les coniques auxiliaires admettent ces trois tangentes du premier cercle comme tangentes communes.*

On obtiendra un point triple quand une tangente commune des courbes sera tangente à la conique par son point de coupe avec la base b_1 .

Les points limites conjugués du point de l'infini de la division simple proviendront de la tangente du cercle parallèle

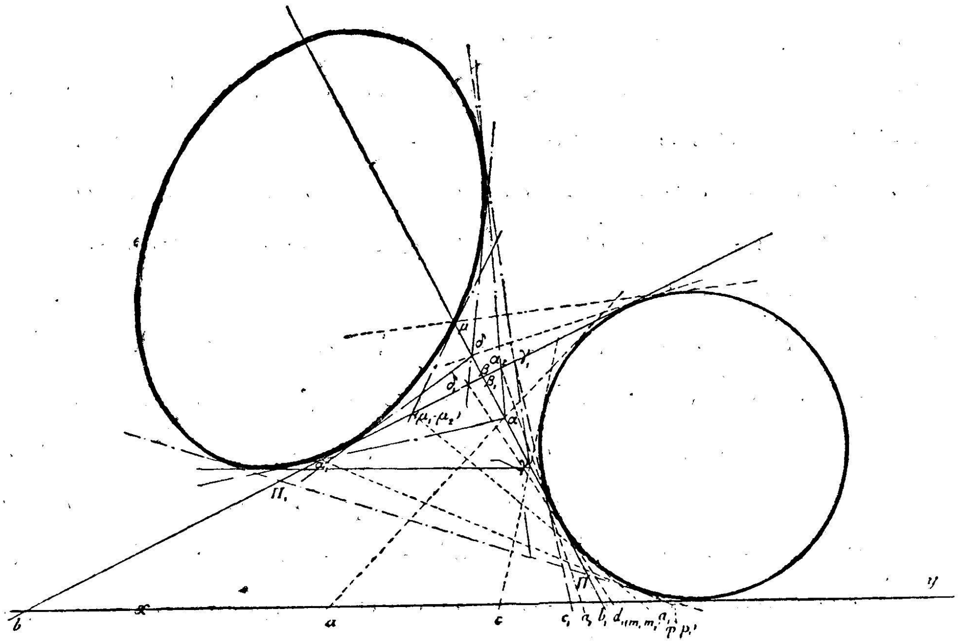

Fig. 6.

à xy et de son point de coupe avec b_1 . Le point de coupe de cette même tangente avec b entraînera les points conjugués du point de l'infini sur la base double. (Voir fig. 6).

Deuxième construction. Celle-ci correspond au cas spécial où les éléments donnés peuvent se représenter par aa_1 ; aa_2 ; bb_1 ; bb_2 ; cc_1 . On prend un cercle tangent à la base xy . Les tangentes issues par les paires $a_1 a_2$; $b_1 b_2$ se coupent en α et β sur une droite qui contiendra les points de coupe des paires de tangentes analogues. La ponctuelle $\alpha\beta\gamma$ sur cette droite est homographique avec abc et elle détermine une conique également tangente à xy . On peut déduire les points des divisions sur xy au moyen des tangentes de cette conique. (Voir fig. 7).

Les points doubles du deuxième degré proviennent ici des points de coupe de $\alpha\beta$ avec le cercle. Ceux du troisième degré sont donnés par les tangentes communes en dehors de

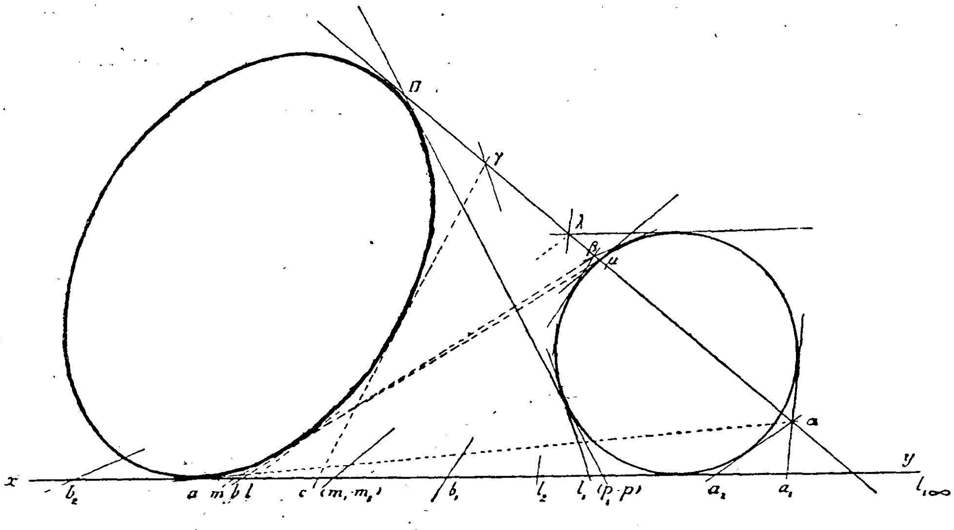

Fig. 7.

xy. *Toutes les coniques auxiliaires admettent quatre tangentes communes.* Ce sont les trois sus-indiquées et la ligne $\alpha\beta$.

Les points triples et les points limites se trouvent d'une manière analogue à celle de la construction précédente.

II

TANGENTES ET SÉCANTES

Nous considérons une courbe du 3e degré donnée par un faisceau multiple S_2 et un faisceau simple S_1 constituant un groupe du $(2 + 1)^e$ degré.

Pour construire la courbe nous nous reportons à ce que nous avons écrit précédemment (*Ens. math.*, 15 nov. 06). Les faisceaux sont donnés par cinq

Nous prenons également une courbe de la 3e classe formée par une division double et une division simple constituant ensemble un groupe de la $(2 + 1)^e$ classe.

Pour construire cette courbe suivant la méthode que nous avons déjà exposée, nous considérerons les cinq paires de