Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 10 (1908)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur les projections des droites perpendiculaires.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

Sur les projections des droites perpendiculaires.

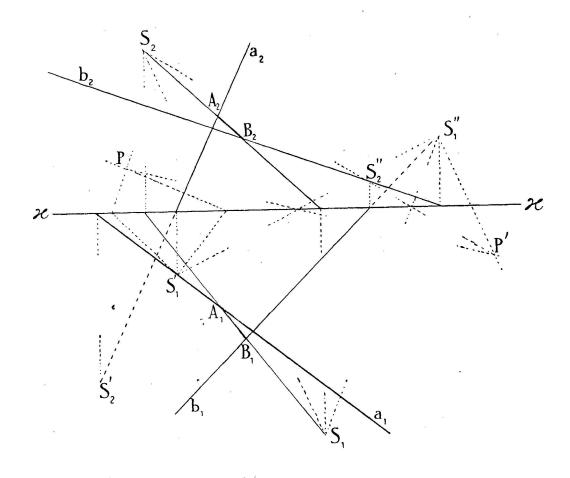
Extrait d'une lettre de M. V. Martinetti (Messine) à M. G. Loria (Gênes).

L'Enseignement mathématique a publié récemment trois Notes, de MM. Lehr (T. IX, p. 119), Majcen (Id., p. 460) et Loria (T. X, p. 141), sur la condition d'orthogonalité de deux droites représentées par la méthode de Monge. A ces trois manières de formuler la condition, on en peut ajouter une quatrième, qui, à ce que je crois, est nouvelle; son énoncé simple et d'une application facile. Elle peut être considérée comme la traduction graphique de cette propriété bien connue: « lorsque deux droites sont perpendiculaires entre elles, on peut par l'une d'elles mener un plan normal à l'autre, et réciproquement ». En effet de cette proposition on tire:

Etant données les projections orthogonales de deux droites, la condition nécessaire et suffisante pour que deux droites soient perpendiculaires entre elles est que les normales menées par les traces de l'une d'entre elles (supposées déterminées, à distance finie et extérieures à la ligne de terre) aux projections du même nom de l'autre (supposées non perpendiculaires à la ligne de terre) se coupent sur la ligne de terre.

Si l'une des droites considérées se trouve dans une position générale, tandis que l'autre, sans être un rayon projetant, est parallèle à un plan de projection ou située dans un tel plan, la condition que je viens d'énoncer se traduit dans une autre généralement connue. Dans les cas où cette condition cesse d'être applicable il est aisé de la remplacer par un critère ad hoc particulier à chaque cas; si par exemple une des droites est normale au premier (second) plan de projection, l'autre droite devra être parallèle au deuxième (premier) ou appartenir à ce plan; si au contraire les deux droites sont perpendiculaires à la ligne de terre, pour qu'elles soient perpendiculaires entre elles, il faut que celle-ci arrive par leurs projections sur le plan de profil. Si les deux droites rencontraient la ligne de terre il faudrait mettre à la place d'une d'elles une droite qui lui soit parallèle et appliquer ensuite le théorème général.

Etant données deux droites qui ne sont pas parallèles entre elles, les droites qui sont perpendiculaires à toutes les deux passent toutes par un point situé à l'infini. Leurs traces sur les plans de projection se correspondent, par conséquent, dans une affinité Ω dont l'axe est la ligne de terre; le point correspondant dans Ω à un point quelconque P peut s'obtenir sans peine en appliquant la condition exposée ci-dessus par le procédé suivant : si



 $a \equiv (a_1, a_2), b \equiv (b_1, b_2)$ sont les droites données, on mène par P les normales à a_1, b_1 ; de leurs points de rencontre avec la ligne de terre on mène les normales à a_2, b_2 ; le point où elles se coupent est le point cherché.

Je remarque en finissant que la plus petite distance entre les droites a, b aura comme traces S_1 , S_2 deux points correspondants dans l'homologie Ω ; et les droites qui projetant de S_1 , S_2 les traces du même nom de la droite a (ou b), se coupant sur la ligne de terre, seront également des droites correspondantes en Ω . Cette remarque donne une construction, probablement nouvelle et qui n'est pas plus longue que celle que l'on connaît, du problème ayant pour but la recherche de la plus petite distance entre deux droites $a \equiv (a_1, a_2), b \equiv (b_1, b_2)$ (voyez la figure). On trouve les traces S_1 et S_2 de a et les traces S_1 , S_2 de a et les traces a donne les points a0. L'homologie a2 relative aux droites a0 donne les points a1, a2, a3 donne les points a3, a4 donne les points a5, a5, a6 donne les points a7, a7, a8, a9, a9,

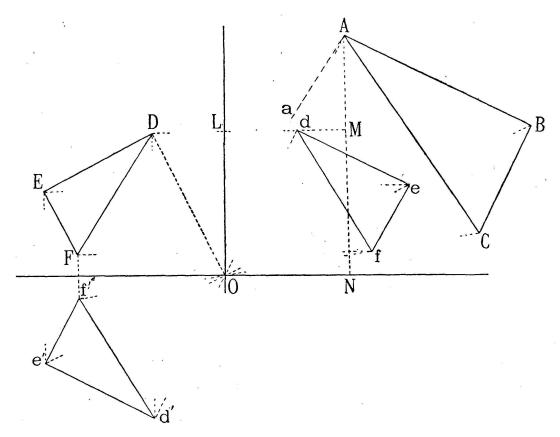
 S_2' et S_2'' ; le point où se coupent ces droites est la seconde trace S_2 de la droite cherchée, tandis que la première est le point qui correspond à S_2 en Ω^{-1} ; ayant de la sorte les traces de la droite cherchée, les projections s'ensuivent immédiatement.

30 juillet 1908.

A propos d'un article de M. Laisant sur les Propriétés d'un système de deux triangles ou de deux tétraèdres.

Les élégantes propriétés étudiées par M. Laisant dans l'Enseign. Math. du 15 janvier 1908, me suggèrent le problème ci-après :

Etant donnés deux triangles ABC, DEF symétriquement semblables, ayant m: n comme rapport de similitude, trouver le centre et les axes de similitude.



Menez Aa parallèle à DF et la bissectrice AMN de l'angle aAC. Menez DM perpendiculaire à AMN. Prenez sur DM un point L tel que LM: DL = m: n et sur AMN un point N tel que

NA : NM = m : n.

Complétez le rectangle LMNO. O sera le centre et OL,ON les axes de similitude.

En effet,

DL : LO = ON : NA ;