BIBLIOGRAPHIE

W. Ahrens. — **Mathematische Spiele** (« Aus Natur u. Geisteswelt », Sammlung wiss.-gemeinverständlicher Darstellungen). Mit einem Titelbild u. 69 Figuren. 1 vol. cart. VI, 118 p.; 1 M. 25 ; B. G. Teubner, Leipzig.

Ce petit volume contient un choix de *jeux mathématiques* tirés d'un ouvrage très complet que l'auteur a publié sous le titre de *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* (Teubner, 1901). On y trouve, entre autres les jeux des traversées, du solitaire, de Boss-Puzzle, du Baguenaudier, du cavalier, et les carrés magiques. L'auteur a joint au texte un certain nombre de questions dont les réponses sont placées à la fin du volume.

Suivant le but de la collection, ce petit opuscule est à la portée de ceux qui n'ont pas de préparation mathématique; ils y trouveront des notions à la fois instructives et récréatives.

E. Kaller (Vienne).

W. W. Rouse Ball. — **Histoire des Mathématiques.** *Edition française* revue et augmentée, traduite sur la troisième édition anglaise par L. Freund. T. II — 1 vol. gr. in-8°, 271 p. Hermann, Paris.

Ainsi que nous l'avons déjà dit en rendant compte du Tome I (voir l'*Enseignement mathématique* VIII N° 3, p. 242-244), cet ouvrage n'est pas à proprement parler, une histoire du développement des idées et vérités mathématiques, mais plutôt une histoire des Mathématiciens.

Les *chapitres* que renferme l'ouvrage sont les suivants : XVI, La vie et les travaux d'Isaac Newton. — XVII, Leibniz et les Mathématiciens de la première moitié du XVIII^{me} siècle, avec deux subdivisions : Développement de l'analyse sur le continent, Les Mathématiciens anglais du XVIII^{me} siècle. — XVIII Lagrange, Laplace et leurs contemporains de 1740 à 1830, avec les quatre subdivisions : Développement de l'analyse et de la mécanique, Création de la Géométrie moderne, Développement de la physique mathématique, Introduction de l'analyse en Angleterre. — XIX, Les mathématiques au XIX siècle, avec les subdivisions : La théorie des nombres ou arithmétique supérieure. La théorie des fonctions de périodicité double et multiple, Fonctions elliptiques et abéliennes, La théorie des fonctions, Algèbre supérieure, Géométrie analytique, Analyse, Géométrie synthétique, La Géométrie infinitésimale, La Géométrie non-euclidienne, Mécanique, L'Astronomie théorique, Physique mathématique.

Nous ne voulons pas critiquer les subdivisions des trois premiers chapitres ; mais il aurait mieux valu laisser complètement de côté celles du dernier chapitre, le livre n'étant conçu qu'à un point de vue biographique; en procédant comme il l'a fait, l'auteur a été obligé d'introduire dans telle subdivision toute une série d'œuvres qui n'y avaient en réalité rien à faire, car, en faisant l'histoire des Mathématiciens mentionnés dans cette subdivision, on s'occupe de l'ensemble de leurs œuvres et non pas seulement de celles qui rentreraient effectivement dans le domaine que la division comporte. Ainsi Cauchy est traité complètement dans la division « Algèbre supérieure » et pourtant sa principale activité s'est portée sur un autre domaine que celui de l'Algèbre supérieure ; Weierstrass est traité dans la division « Fonctions elliptiques et abéliennes, » pourquoi pas dans la division générale « La théorie des fonctions » ? Casorati est placé dans la division « Algèbre supérieure » quoiqu'on lise à la p. 188 : « Les travaux de Casorati se rapportent presque uniquement à l'Analyse ». Voici encore un exemple du défaut d'une bonne division de l'Ouvrage : Le chapitre XIX commence par un court aperçu, servant d'introduction, sur l'histoire des mathématiques au XIX^{me} siècle, et traite ensuite les deux mathématiciens Gauss et Dirichlet, le premier d'une façon assez détaillée, le second rapidement ; ensuite, nous trouvons la division « La Théorie des nombres ou Arithmétique supérieure ». Gauss et Dirichlet ne font-ils pas partie des principaux représentants de ce domaine ? Pourquoi ne pas placer la division « Théorie des nombres » immédiatement après l'aperçu d'introduction ? Nous aurions également désiré que l'on mît plus de soin à l'impression correcte des titres, aussi bien dans l'original anglais que dans la traduction ; à la façon dont elles sont indiquées ici, les parties : La théorie des fonctions (p. 161), Algèbre supérieure (p. 162), Géométrie analytique (p. 198), Analyse (p. 202), etc. semblent n'être que des subdivisions de la théorie des fonctions de périodicité double et multiple (p. 149) ; par contre les parties : Méthodes graphiques (p. 221), Mécanique analytique (p. 224), qui ne sont que des subdivisions de la Mécanique (p. 221), sont prises pour des divisions indépendantes.

Il est regrettable en outre de ne pas avoir placé une table des noms de tous les mathématiciens cités dans la traduction française, on cherche parfois en vain tel ou tel mathématicien auquel on n'a pas consacré de paragraphe spécial, comme par exemple : Appel, Picard, Lerch, Kowalewski, Darboux, Goursat, Schwarz, Christoffel, Poincaré, Painlevé, Pringsheim, Mittag-Leffler, Peano, Liouville, et beaucoup d'autres.

La traduction française est cependant de beaucoup supérieure à l'original anglais, spécialement en ce qui concerne l'exposé des progrès du XIX^{me} siècle. Nous devons particulièrement à M. de Montessus une série d'additions, qui ont parfois une grande importance ; par exemple les articles sur Weierstrass, Cauchy, Galois, Hermite et d'autres, ont été augmentés, comme il convenait du reste. La partie « Analyse » dans laquelle R. Ball fait rentrer le Calcul différentiel et intégral et les équations différentielles, ne contient dans l'original anglais que 14 lignes ! (p. 489) ; il ne renferme qu'une simple énumération de noms ; mais M. de Montessus à consacré au moins 9 pages à cet important domaine des mathématiques (p. 202-210), dans lesquelles il nous donne une idée d'ensemble sur les progrès de l'Analyse supérieure, sans insister spécialement sur la partie biographique. C'est de cette façon qu'on aurait dû traiter chaque domaine mathématique, mais il était impossible de le faire sans remanier complètement le livre anglais.

M. de Montessus s'est en outre occupé, dans des articles spéciaux, de plus de 40 mathématiciens importants qui manquent dans le livre de R. Ball, ou qui ne sont mentionnés que très sommairement ; nommons parmi ceux-ci : Lhuilier, Lacroix, Malfatti, Waring, Poinsot, Delambre, Lamé, Cournot, Genocchi, Betti, Puiseux, Faà di Bruno, Brioschi, Stieltjes, Möbius, Clebsch, Halphen, Chasles, Cremona, Beltrami, etc.

Il faut également signaler dans la traduction française l'intéressant article de M. Darboux *sur le développement des méthodes géométriques* (Extrait du

Bull. des Sciences math. 1904), d'autant plus que dans l'ouvrage de Ball, la Géométrie, à l'exception de la Géométrie nouvelle (synthétique), n'est guère traitée avec l'ampleur qu'elle mérite.

Les personnes qui désirent savoir à quel domaine tel ou tel mathématicien s'est surtout consacré, trouveront d'assez bons renseignements dans ce livre. Pour les étudiants en mathématiques, ce serait un ouvrage d'une réelle utilité, s'il renfermait des indications bibliographiques un peu plus nombreuses ; par exemple l'article sur Hermite ne renferme qu'une seule indication de ce genre sur ses différents mémoires ; sans doute l'on renvoie à l'article de M. E. Picard : *L'œuvre scientifique de Ch. Hermite (Acta mathem.* t. XXI) ; mais il serait bien préférable d'indiquer la bibliographie pour chaque mémoire.

Nous avons encore trouvé par ci par là des erreurs dans les notices biographiques, de même les titres des ouvrages cités ne sont pas toujours exacts. Nous ne pouvons cependant pas signaler ici toutes les inexactitudes que nous avons rencontrées, nous nous bornerons à celles qu'il nous semble le plus nécessaire de rectifier.

p. 4. — « Le calcul de C suppose en effet la connaissance du rayon et de la densité moyenne de la terre, nombres que ne connaissait pas Newton ». Newton connaissait bien le rayon de la terre, seulement avec une exactitude moindre que celle fournie par les mesures du XIX^me siècle.

p. 13, ligne, 11. — Il faut lire $(1-x^2)^{\frac{0}{2}}$ au lieu de $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$.

p. 14, ligne 2 depuis en bas. — Il faut lire à la première et à la troisième expression x^{mn-1} à la place de x^{m-n-1} et dans la deuxième expression $x^{\left(m+\frac{1}{2}\right)n-1}$ à la place de $\left(x^{m+\frac{1}{2}}\right)^{n-1}$

p. 57. — « Il (de Montmort) fut le premier à résoudre complètement le problème des partis ». Ce problème avait été déjà résolu par Pascal et Fermat en 1654, comme on le lit dans le premier volume (p. 292-293 et 307-308). Fermat l'a également étendu au cas de trois joueurs. On aurait dû également mentionner ici le principal ouvrage de Montmort, *Essai d'analyse sur les jeux de hasard* (1708).

p. 58. — Le principal ouvrage de Cramer ne s'appelle pas « Traité sur les courbes algébriques », mais *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*.

p. 59. — Le principal ouvrage géométrique de Clairaut est intitulé *Recherches sur les courbes à double courbure*, et non « Traité sur etc. »

p. 68. — Il est vrai de dire que Halley a reconstitué le livre 8 des sections coniques d'Apollonius qui avait été perdu, mais c'est incomplet, il a également traduit en latin les livres 5, 6 et 7 qui n'avaient paru qu'en arabe.

p. 80. — « Il (Laplace) créa également le calcul des probabilités » n'est pas correct ; les fondateurs du calcul des probabilités sont Pascal, Fermat, Huygens et Jacob Bernoulli ; il est vrai que Laplace a présenté ce domaine des mathématiques en lui donnant la forme d'un tout et en lui fournissant une base analytique plus profonde, mais il ne doit pas pour cela en être considéré comme le fondateur.

p. 81. — S'il s'agit de l'*Introductio* d'Euler : « ouvrage composé pour servir d'introduction aux mathématiques pures », il faudrait plutôt dire « aux mathématiques supérieures ».

p. 84. — Le traité d'Euler *Curvavum maximi minimive proprietate gau-*

dentium inventio nova et facilis n'a pas paru en 1744, mais en 1741 (dans les *Commentar. Acad. Scient.* Petrop. T. VIII ad annum 1736); le traité plus général imprimé à Lausanne en 1744 s'appelle *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes.*

Ibid. — L'ouvrage d'Euler publié en 1770 a comme titre *Vollständige Anleitung zur Algebra* « et pas » Einleitung zur Algebra ». La traduction française de ce livre parut à Lyon en 1774 et non en 1794 ; une autre parut également à Lyon en 1795 (an III de la républ.).

p. 87. — L'ouvrage de Lambert *Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anvendung* n'a pas 4 volumes, mais 4 parties en 3 volumes.

p. 99. — « Il (Lagrange) créa le Calcul des variations » n'est pas tout à fait exact; Euler a déjà établi les bases théoriques du Calcul des variations dans son excellent ouvrage déjà mentionné *Méthodus inveniendi lineas curvas* etc.; Lagrange a simplement généralisé ce sujet, et l'a traité d'une façon plus analytique dans son traité : *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies (Mélanges de philos, et de mathém. de la Soc. royale de Turin* pour les années 1760-1761, Sect. II, p. 173 etc.), titre qui n'a pas été mentionné une seule fois dans l'ouvrage.

p. 136. — Il est bien vrai de dire que Gauss a démontré « que toute équation algébrique a une racine de la forme $a + bi$ », à condition d'ajouter: dans laquelle b peut aussi être égal à 0. Mais le théorème de Gauss aurait été certainement exprimé d'une façon plus correcte de la manière suivante : Toute fonction algébrique entière rationnelle d'une variable peut être décomposée en facteurs réels du premier et du second degré.

p. 142. — Le titre que l'on a donné ici du traité de Gauss : *Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnis des Quadrats der Entfernung* n'est pas du tout complet, les mots *wirkenden Anziehungs- und Abstossungskräfte* manquent.

p. 114. — « Mais il était réservé à Riemann.... de résoudre vraiment la question » (savoir du nombre des nombres premiers inférieurs à une limite donnée); il n'est cependant pas tout à fait exact que cette question ait été réellement résolue ; les formules de Riemann n'en donnent qu'une solution approchée; du reste on lit plus loin : « Plus tard H. Poincaré, Sylvester et Hadamard la reprirent et poussèrent l'approximation plus loin encore que ce dernier ».

p. 152. — « Les premiers mémoires d'Abel concernant les fonctions elliptiques furent publiés dans le *Journal de Crelle* ». Mais il aurait été très désirable pour les étudiants en Mathématiques de savoir dans quels volumes.

p. 154, ligne 27. — Lisez « Amplectatur » au lieu de « Ampletactur ».

Ibid., ligne 31. — Lisez « inesse » au lieu de « inessi ».

p. 155. — « Il (Riemann) étudia à Göttingue avec Gauss, et ensuite à Berlin avec Jacobi, Dirichlet, Steiner et Eisenstein ». Il faudrait plutôt dire « sous » que « avec ».

p. 172, ligne 1. — Il faut supprimer « en Saxe » et ajouter « et mourut à Berlin en 1847 ».

p. 198, Note (2) — Lisez « Haughton » au lieu de « Hangton ».

p. 211. — Il s'agit ici des travaux de Steiner « Les plus importantes de ses autres recherches sont contenues dans des notes parues à l'origine dans le *Journal de Crelle,* et sont comprises dans sa *Synthetische Geometrie* ». La première partie de la phrase est correcte, quant à la seconde il faut remarquer que les *Vorlesungen über Synthetische Geometrie* n'ont pas été publiées par Steiner lui-même, mais par GEISER (1re partie 3 édit. 1887) et SCHROETER (2me partie, 3 édit. 1898), d'après des conférences universitaires et en se servant de manuscrits. Elles contiennent la théorie des sections coniques au point de vue élémentaire et comme projections, mais pas les propriétés des courbes algébriques et des surfaces, des polaires et des roulettes, des maxima et minima.

p. 232. — Nous ne voyons pas très bien pourquoi de M. Montessus compte Riemann, Christoffel, Klein parmi les grands *physiciens modernes*.

H. SUTER (Zürich).

H. BOUASSE. — **Cours de Physique** conforme aux programmes des certificats et de l'Agrégation de Physique. Fascicule II. — *Thermodynamique. Théorie des ions.* 1 vol. gr. in-8° de 262 p. 7 fr. Ch. Delagrave, Paris.

Ce volume est le second du *Cours* dont M. Bouasse a entrepris la publication[1]. Il est consacré à la Thermodynamique. Ce que doit être un tel cours, dit l'auteur dans sa préface, est véritablement effrayant. Si l'on songe en effet que la Thermodynamique était uniquement au début une étude de l'énergétique des gaz et qu'aujourd'hui on est conduit à considérer les solutions salines comme jouissant de propriétés analogues, que l'étude de ces solutions ne va pas ensuite sans l'introduction de la notion d'ionisation, ce qui conduit alors dans le domaine de l'électricité, on se demande comment les principes viendront à bout de questions si complexes et surtout si la physionomie simpliste qui leur avait été donnée par leurs créateurs se retrouvera dans les champs nouveaux où il a bien fallu les transporter. La tâche devait sembler ici particulièrement dure. M. Bouasse l'aborde dans un chapitre consacré surtout aux deux principes fondamentaux (principe de l'équivalence et principe de Carnot). Dans ces premières pages on trouve une charpente qui suffira à supporter tout le reste du volume sauf peut être le dernier chapitre, consacré à la conduction thermique, dans lequel on trouvera des équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre, ce qui d'ailleurs n'aura rien de bien embarrassant, le tome précédent nous ayant déjà familiarisés avec lesdites équations.

Mais revenons à la Thermodynamique et à ses principes.

Si un corps est défini par des variables a, b, c,... on ne pourra en général écrire une relation de la forme

$$dQ = Ada + Bdb + Cdc + \ldots$$

mais si toutes les transformations sont *réversibles* la chose devient possible. On a alors *l'équation thermique* du corps. Si les variables ne sont qu'au nombre de deux, à savoir la pression p et le volume v, des relations identiques à la précédente ont des coefficients qui, par définition, sont les *chaleurs spécifiques*, soit *à pression constante*, soit *à volume constant*.

La notion d'*énergie interne*, le fait que cette énergie U ne dépend que de l'état initial et de l'état final du corps, (dU étant une différentielle exacte) permettent de se faire une idée très simple du principe de l'équivalence.

Le principe de Carnot consiste en ce que $\frac{dQ}{T}$ est la différentielle exacte

[1] Voir l'analyse du premier volume dans *L'Enseign. mathém.* T. IX. 1907, p. 329.