Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 10 (1908)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LE PREMIER LIVRE DE LA GÉOMÉTRIE NATURELLE 2
Autor: Andrade, J.
Kapitel: II. — Remarques.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-10975

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Il nous reste à établir que le plan P et la surface sphérique ne peuvent avoir d'autre point commun en dehors de la ligne précédente.

En effet soit (fi. 34) X un point commun à la surface de la sphère et au plan P déjà considérés ; soit toujours H le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur le plan P.

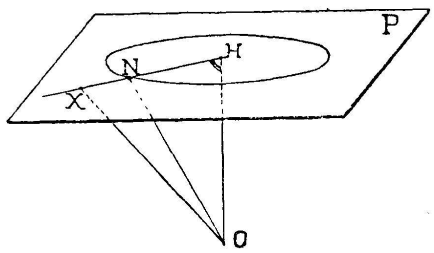

Fig. 34.

Parmi les différents points de la ligne que nous savons déjà commune au plan et à la surface sphérique, il y en aura certainement un, situé sur le segment HX ou sur son prolongement au delà de X : il suffit en effet pour obtenir un pareil point N de porter sur la droite HX et *du même côté que* X un segment HN égal à la longueur HM de la figure précédente.

Or, si le point X différait de N, la droite joignant le point O au milieu de XN serait perpendiculaire à XN et devrait se confondre avec OH ; il y aurait donc contradiction, à moins que les points N et X ne se confondent.

Remarque. Si (fig. 33) les points H et M coïncidaient, le cercle d'intersection s'évanouirait sur le point H qui serait alors le seul point commun au plan et à la sphère.

II. — Remarques.

Cas d'égalité de 2 triangles rectangles. La manière dont nous venons d'utiliser ainsi les propriétés des perpendiculaires et des obliques mérite d'être retenue pour elle-même ; c'est ce que nous ferons par les deux théorèmes suivants qui nous donnent deux cas d'égalité propres aux triangles rectangles, et dans l'énoncé desquels on appelle *hypoténuse* le côté du triangle qui est opposé à l'angle droit de ce triangle.

1° *Deux triangles rectangles qui ont l'hypoténuse égale et un côté de l'angle droit égal sont égaux.*

2° *Deux triangles rectangles qui ont l'hypoténuse égale et un angle autre que l'angle droit, égal, sont égaux.*

Le premier théorème se démontre en essayant (fig. 35) le commencement de la superposition par l'angle droit égal et en juxtaposant les 2 sommets C et C′ où se croisent deux côtés égaux chacun à chacun; on aura soin de rabattre les deux triangles d'un même côté par rapport au segment sur lequel sont déjà venus se confondre les côtés de l'angle droit; les hypoténuses devront alors coïncider en position, sans quoi on aurait des obliques égales s'écartant inégalement du pied de la perpendiculaire ce qui, nous venons de le voir, n'est pas possible.

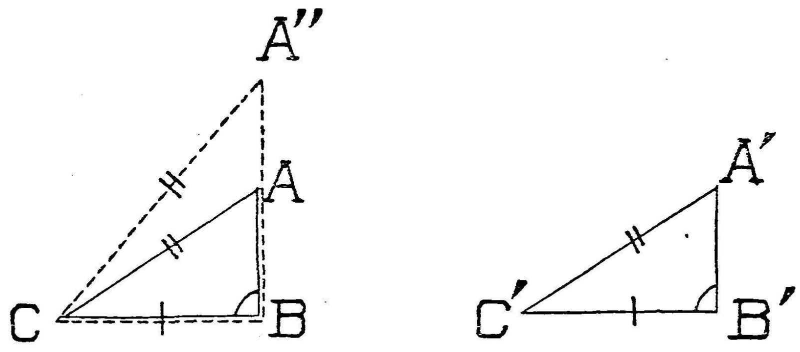

Fig. 35.

Le second théorème se démontre en essayant (fig. 36) le commencement de la superposition par l'hypoténuse égale et par l'angle non droit égal $\widehat{A} = \widehat{A'}$. L'angle B′ droit ne variant pas pendant le trajet, et son sommet étant venu en B″, la superposition commencée doit s'achever d'elle-même sans quoi on pourrait, d'un même point C, abaisser sur une même droite 2 perpendiculaires, CB et CB″.

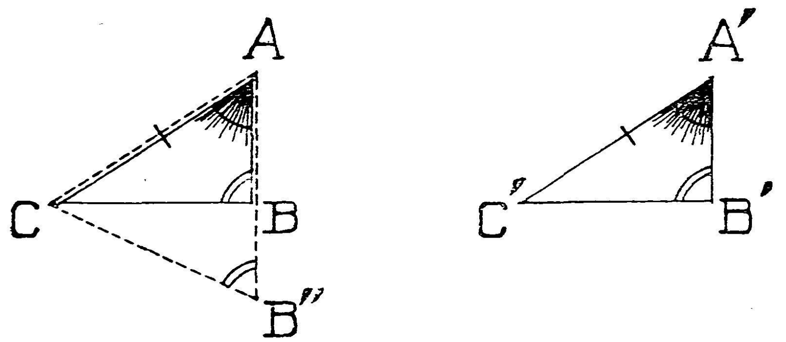

Fig. 36.

Autre remarque. Tout angle d'un triangle rectangle autre que l'angle droit donné est *aigu,* c'est-à-dire moindre qu'un angle droit.

En effet, article VIII, chapitre III, la perpendiculaire (fig. 37) CB sur AB tirée de C est plus courte que l'oblique CA tirée du même point C. Or nous avons vu que, si dans un triangle quelconque deux côtés sont inégaux les angles opposés sont inégaux et dans le même ordre de taille que ces côtés. De l'in-

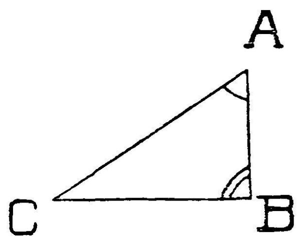

Fig. 37.

égalité $CA > CB$, nous tirons : angle $B >$ Angle A ; et comme l'angle B est droit, l'angle A est bien aigu.

III. — Situations mutuelles des droites et des circonférences d'un même plan ; situations des plans et d'une sphère.

En raisonnant exactement comme pour la sphère on verra que *dans un même plan :*

1° Si une droite DD′ (fig. 38) et une circonférence de centre O ont en commun un point M, distinct du pied H de la perpendiculaire abaissée de O sur la droite DD′, elles auront encore en commun, un autre point M′, mais nul autre point commun hors des deux précédents et de plus le point H sera le milieu du segment MM′.

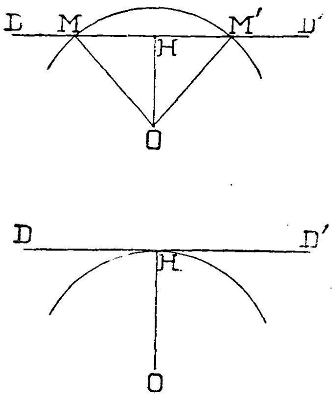

Fig. 38.

2° Si une droite DD′ et une circonférence de centre O ont en commun un point H qui est le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur la droite, elles n'ont aucun autre point commun. On dit alors que la droite est tangente à la circonférence.

Remarque. — Désignons par d la distance du centre O à la droite DD′ c'est-à-dire la longueur de la perpendiculaire abaissée sur la droite et soit R la longueur du rayon de la circonférence. Trois cas sont à distinguer, suivant qu'auront lieu l'une ou l'autre des circonstances suivantes, qui s'excluent mutuellement :

1° $d < R$. 2° $d = R$. 3° $d > R$.

On voit de suite que le cas $d > R$ empêche la droite et la circonférence de se couper ; que le cas de $d = R$ fait la droite et la circonférence mutuellement tangentes.

Il nous reste à établir que dans le cas de $d < R$ la droite et la circonférence se coupent toujours.

Rappelons-nous à cet effet que les longueurs a, b, c de trois côtés d'un triangle sont assujetties aux inégalités :

$a < b + c,\quad b < c + a,\quad c < a + b,$

d'où on conclut aussi, si par exemple $a > b$, $c > a - b$.

Ainsi un côté d'un triangle est compris entre la somme et la différence de deux autres côtés ; soit alors (fig. 39) H le pied de la perpendiculaire abaissée de O sur DD′. Portons sur DD′ et à partir de H une longueur HK égale à 2R et joignons O à K par une droite. Nous aurons $OK > KH - HO$, ou $OK > R + (R - HO)$, donc OK est $> R$.

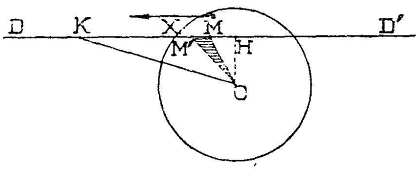

Fig. 39.