

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 10 (1908)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LE PREMIER LIVRE DE LA GÉOMÉTRIE NATURELLE 2
Autor: Andrade, J.
Kapitel: VIII. — Autre remarque.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10975>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

d'où on conclut immédiatement :

$$\widehat{ASB} + \widehat{ASC} + \widehat{BSC} < 4^{\text{droits}}.$$

Remarque— Concevons trois tiges rectilignes, (Fig. 27) appuyées comme les baleines d'un parapluie sur un cercle perpendiculaire à un axe et soutenues par trois autres tiges égales qui s'appuient à leur tour sur l'axe par l'intermédiaire d'une glissière qui peut s'élever sur cet axe.

Cette figure représente la membrure d'un parapluie rudimentaire, les trois tiges analogues aux baleines du parapluie forment par leurs axes un trièdre dont les faces augmentent quand le parapluie s'ouvre et diminuent quand le parapluie se ferme. Quand le parapluie s'est ouvert jusqu'à ce que les faces soient dans un même plan, les trois faces forment trois angles d'un plan, contigus et réunis autour d'un point sur trois droites, ces trois angles ont une somme égale à quatre droits.

Avant que le parapluie ne fût ouvert, la somme des trois faces du trièdre mobile était moindre que quatre droits; comme désignation mnémotechnique l'énoncé du théorème précédent peut être retenu sous le nom de théorème du parapluie.

VIII. — Autre remarque.

Cette comparaison nous suggère une nouvelle démonstration du théorème. Prenons, (Fig. 30) sur les trois arêtes, des longueurs égales $SA = SB = SC$.

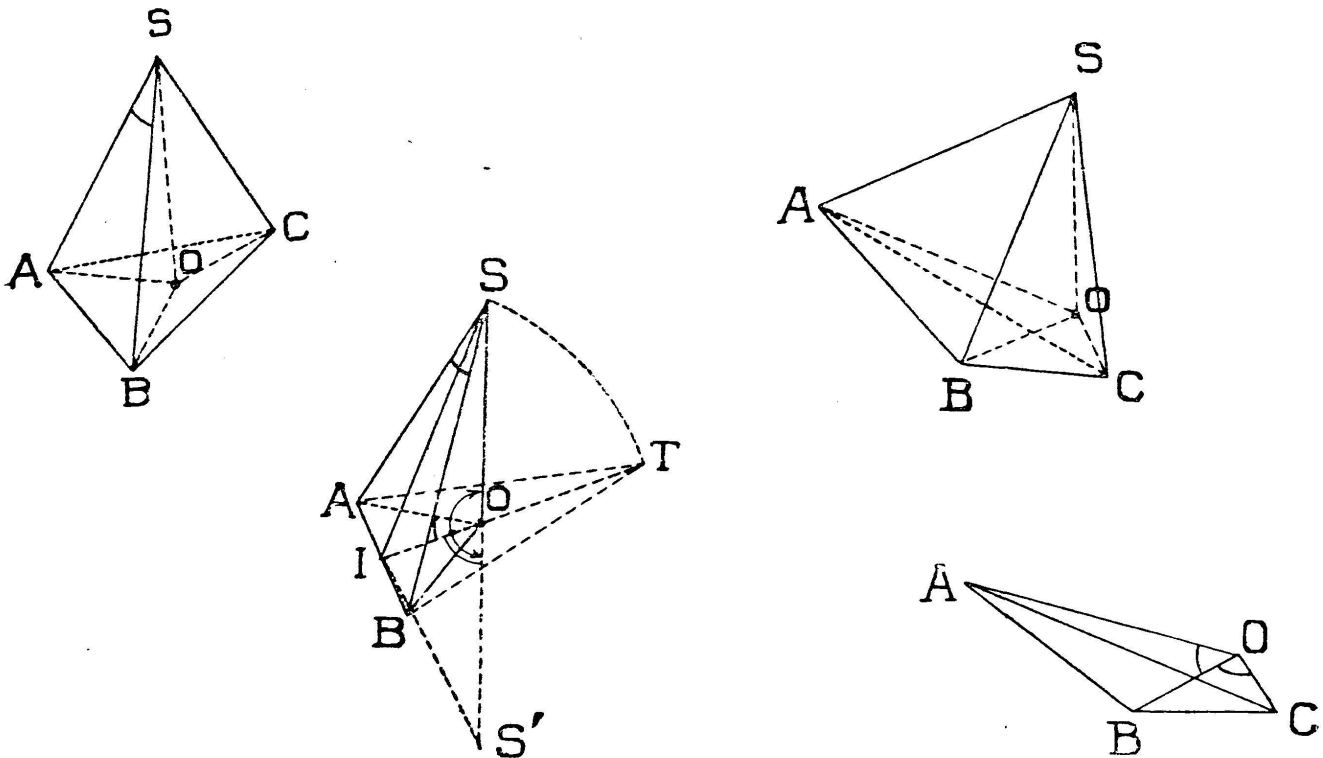


Fig. 30.

Et sur le plan déterminé par les trois points ABC abaissons une perpendiculaire SO, démontrons que l'angle ASB est plus petit que sa projection AOB. Soit I le milieu de AB.

Joignons I à O et à S par deux droites. SI étant perpendiculaire à AB, OI l'est aussi; d'autre part, prolongeons SO d'une quantité égale en OS' au-dessous du plan AOB; si l'on rabattait la figure SIO dans son plan autour de IO, S se rabattrait en S' d'où on conclut $SI = S'I$, or dans le triangle SS'I on a :

$$SS' < IS + IS' \text{ ou } 2SO < 2SI \text{ d'où } SO < SI;$$

la perpendiculaire SO est moindre que l'oblique SI; on montrerait de même que $IO < IS$, on conclut de là que si on rabat la distance SI sur IO le point S se rabattra en T, au-delà de O.

L'angle \widehat{AOI} est donc un angle extérieur du triangle AOT; on conclut de là

$$\widehat{AOI} > \widehat{ATI} \text{ ou } 2\widehat{AOI} > 2\widehat{ATI} \text{ ou } \text{AOB} > \text{ATB}$$

et comme ATB est la reproduction par rabattement de l'angle ASB on conclut $\text{AOB} > \text{ASB}$.

Dès lors, en revenant aux figures du trièdre dont le sommet est projeté en O sur le plan ABC, la somme des trois faces du trièdre est plus petite que la somme de leurs projections sur le plan ABC.

Dès lors si le point O est à l'intérieur du triangle la somme des projections des angles est précisément quatre droits.

Si au contraire le point O est hors du triangle ABC, chacun des trois angles en O reste cependant un angle pointu et l'un d'eux contient les deux autres, AOC par exemple contient AOB et BOC; la somme des trois angles en O est donc moindre que deux fois l'angle AOC et comme l'angle AOC est moindre que deux droits la somme des triangles en O est ici moindre que quatre droits.

Donc dans tous les cas la somme des faces du trièdre est moindre que quatre droits.

IX. -- Angles polyèdres. Théorème du parapluie, applicable aux angles polyèdres convexes.

On appelle *angle polyèdre* la figure 31 formée par plusieurs demi-droites envisagées dans un certain ordre; les *faces* de l'angle polyèdre sont les trames angulaires formées par les divers groupes de deux demi-droites consécutives.

Les demi-droites sont les *arêtes* de l'angle polyèdre.

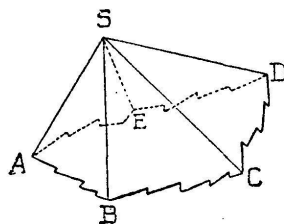


Fig. 31.