

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 10 (1908)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME SUR LA DROITE DE SIMSON
Autor: Pleskot, Ant.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10970>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 02.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

En effet, par ce rabattement OE vient en OE' recouvrir OH tandis que OH vient en OH' recouvrir OE ; le segment OA perpendiculaire à la trame EOH comme à la trame $E'OH'$ devra donc, ou bien se retrouver sur lui-même, soit recouvrir le segment OB ; le premier est inadmissible, car la fixité finale de la trame AOS fixerait le solide et par conséquent serait inconciliable avec le rabattement précédent; donc OA recouvre OB ; AX vient alors en $A'X'$ recouvrir BU , tandis que AY vient alors en $A'Y'$ recouvrir BZ donc enfin l'angle XAY égal à l'envers de l'angle ZBU est aussi égal à ce dernier.

J. ANDRADE (Besançon).

(A suivre).

GÉNÉRALISATION DU THÉORÈME SUR LA DROITE DE SIMSON

Théorème I. — Soient une conique K de centre O et un triangle inscrit ABC ; a, b, c , les milieux des côtés BC, AC, AB . Joignons Oa, Ob, Oc . Par un point quelconque D de la conique menons des parallèles à Oa, Ob, Oc coupant les côtés du triangle en a_1, b_1, c_1 respectivement: Ces trois points a_1, b_1, c_1 seront en ligne droite (*fig. 1*). Si la conique est un cercle, ce théorème devient le théorème de Simson: *Les pieds des perpendiculaires abaissées d'un point d'un cercle sur les côtés d'un triangle inscrit sont en ligne droite.*

Théorème II. — Par un point quelconque S d'une conique menons des parallèles aux côtés AB, BC, CA du triangle inscrit ABC ; elles donnent sur la conique des points c, a, b . Soit D un point quelconque de la courbe, menons $Dc, Da,$

¹ La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux portions égales.

Db coupant respectivement les côtés AB , BC , CA du triangle aux points c_1 , a_1 , b_1 : Ces trois points seront en ligne droite (fig. 2).

Si la conique est un cercle et si les points S et D sont pris aux extrémités d'un même diamètre, on retrouve le théorème de Simson.

Ces deux théorèmes ne sont qu'un cas particulier du *théorème général* suivant :

Soient une conique K et un triangle inscrit A, B, C . Soit M une droite quelconque prise dans le plan de la conique ;

déterminons sur cette droite deux divisions homographiques telles que les points d'intersection de la droite avec la conique en soient les points doubles (fig. 3). Nous prendrons pour les points de la première division les intersections c , a , b , de la droite M avec les côtés AB , BC , CA du triangle ;

a_1 , b_1 , c_1 sont les points correspondants de l'autre division. Soit D un point quelconque de la conique : Les droites Da_1 , Db_1 , Dc_1 couperont les côtés BC , CA , AB du triangle en trois points α , β , γ , situés sur la même

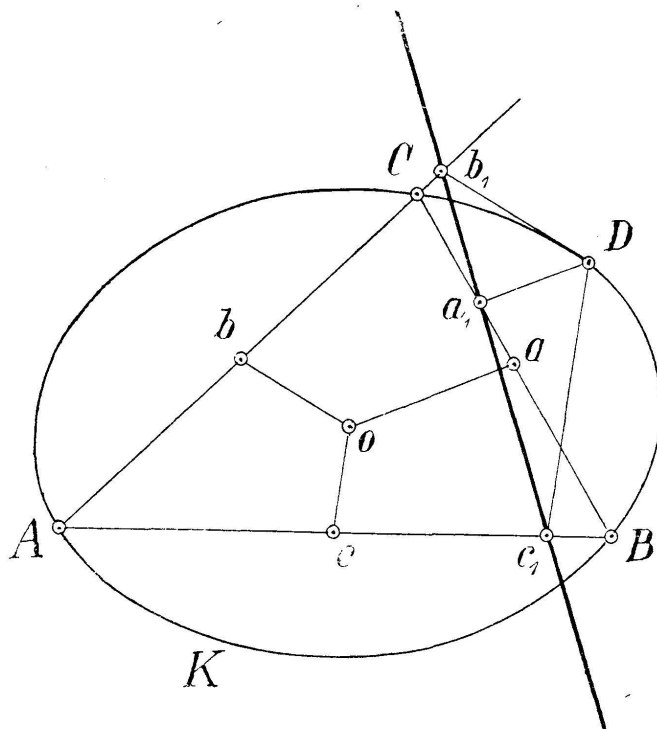


Fig. 1.

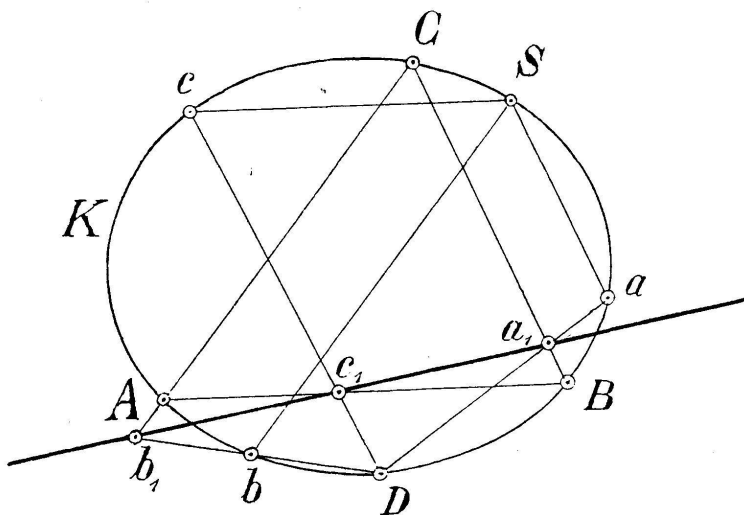


Fig. 2,

droite.

rayon $\gamma\alpha$. Ainsi, à tout rayon $\gamma\beta$ correspond un seul rayon $\gamma\alpha$ et réciproquement.

Si nous pouvons démontrer que les faisceaux $\gamma\alpha$ et $\gamma\beta$ sont tels que l'on peut trouver trois rayons qui sont eux-mêmes leurs homologues, il en résultera que la propriété est générale, c'est-à-dire que chaque rayon est son propre homologue, ou encore que $\alpha\beta\gamma$ sont en ligne droite. Or il est facile de trouver les trois rayons en question. En effet, si C se trouve en m ou n , α et β se trouvent en m ou n , et si C est en D α et β coïncident avec ce même point D. Le théorème est donc démontré.

Les deux divisions homographiques $a, b, c, \dots a_1, b_1, c_1, \dots$ ayant pour points doubles les points d'intersection de la droite M avec la conique K, peuvent s'obtenir en projetant les points de la conique sur la droite M, en prenant comme point de vue deux points quelconques S et S_1 de cette conique. Par conséquent, le théorème précédent peut s'énoncer comme suit : Soit une droite M coupant les côtés BC, CA, AB d'un triangle inscrit à une conique en a, b, c faisons correspondre à ces points trois autres points a_1, b_1, c_1 de la droite M, tels que S et S_1 étant deux points quelconques de la conique, les couples de droites Sa et S_1a_1 , Sb et S_1b_1 , Sc et S_1c_1 se coupent respectivement en des points de la même conique, il en résulte que les droites Da_1, Db_1, Dc_1 couperont les côtés BC, CA, AB en des points α, β, γ situés sur une même droite ; D étant un point quelconque de la conique.

Dans le cas où la droite M est la droite de fuite et où le point D coïncide avec le point S_1 , on obtient le théorème II.

Si nous prenons pour divisions homographiques les divisions en involution, c'est-à-dire si aux points a, b, c , on fait correspondre les points conjugués a_1, b_1, c_1 par rapport à la conique, et si nous prenons pour la droite M la droite de fuite, on obtient le théorème I.

Nous pouvons obtenir maintenant des théorèmes correspondant par dualité aux précédents. Soient une conique et un triangle circonscrit ABC. Soit O un point que nous prenons comme centre de deux faisceaux homographiques ayant pour rayons doubles les tangentes menées de O à cette co-

nique. Soient les trois rayons OA , OB , OC ; déterminons leurs correspondants et soient a , b , c les points où ces rayons correspondants coupent une tangente quelconque à la conique; les droites Aa , Bb , Cc seront concourantes. On peut déduire de ce théorème plusieurs théorèmes particuliers qui correspondent aux précédents par dualité.

Nous citerons seulement le cas particulier où le point O est le centre de la conique et où les faisceaux homographiques sont en involution. Nous obtenons alors le théorème suivant :

Soit un triangle ABC circonscrit à une conique de centre O . Soient les trois rayons OA , OB , OC , construisons leurs conjugués coupant une tangente quelconque à la conique aux points a , b , c les droites Aa , Bb , Cc seront concourantes.

Si la conique est un cercle, nous obtenons un théorème qui correspond par dualité au théorème de Simson :

Soit un triangle ABC circonscrit à un cercle de centre O . Elevons en O des perpendiculaires aux droites OA , OB , OC respectivement; soient a , b , c , les intersections de ces perpendiculaires avec une tangente quelconque au cercle, les droites Aa , Bb , Cc sont concourantes. Ce point de concours se nomme pour cette raison le point corrélatif de la droite de Simson.

Ant. PLESKOT (Pilsen).
