Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 9 (1907)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: J. Horn. — Gewöhnliche Differentialgleichungen beliebiger Ordnung. (Sammlung Schubert). — 1 vol. de X. 392 pages ; 10 Mk.; G.-J. Göschen, Leipzig.

Autor: Buhl, A.

Livre II. Le concept de grandeur ou de quantité mathématique. — Notion de nombre fractionnaire basée sur la mesure des grandeurs concrètes. — Calcul des fractions ordinaires et décimales. — Fractions périodiques. — Calculs approchés. — Concepts de limite et de nombre incommensurable : ce dernier est la limite d'une série de valeurs approchées. — Système métrique et autres mesures. — Rapports et proportions. — Règle de trois, intérêt, escompte, etc.

Appendice : Equidifférences. — Equations. — Progressions et logarithmes (avec une table à 4 décimales); intérêts composés.

Algèbre. *Livre I. Calcul algébrique.* — Opérations sur les grandeurs non dirigées (cette partie fait double emploi avec l'Arithmétique, parce que l'Algèbre a été publiée la première). — Opérations sur les grandeurs dirigées (les nombres négatifs sont basés sur la notion empirique des grandeurs susceptibles de varier dans deux sens opposés). — Calcul des polynomes. — Fractions algébriques. — Irrationnelles.

Livre II. Equations. — Principes fondamentaux. — Equations et systèmes du premier degré ; problèmes. — Equations du second degré. — Trinome. — Equation bicarrée.

Livre III. Applications. — Calcul des imaginaires. — Analyse combinatoire et binôme. — Progressions et logarithmes.

Appendice. Rapports et proportions, etc.

Les deux volumes sont édités avec soin et ornés de figures. Chaque paragraphe est suivi d'une série d'exercices. Le nombre total d'exercices est considérable : si les plus simples manquent d'intérêt, c'est que chaque série est soigneusement graduée. M. Stuyvaert (Gand).

J. Horn. — **Gewöhnliche Differentialgleichungen beliebiger Ordnung.** (Sammlung Schubert). — 1 vol. de X. 392 pages ; 10 Mk.; G.-J. Göschen, Leipzig.

Je ne saurais donner une meilleure idée de ce qu'est ce volume qu'en traduisant et résumant sa préface. Le treizième volume de la collection Schubert déjà consacré aux équations différentielles par le professeur Schlesinger, est un ouvrage surtout destiné aux commençants, ouvrage qui se limite aux équations du premier ordre et aux équations linéaires du second. Le présent livre ne se propose pas de revenir sur ces débuts, mais plutôt de traiter systématiquement les équations différentielles d'ordre quelconque. C'est ainsi qu'il débute par des généralités sur les systèmes d'équations simultanées.

Il n'est pas possible en de telles matières d'écrire un ouvrage véritablement complet et l'auteur a surtout développé, quant aux applications, les questions empruntées à la Physique, à la Mécanique céleste, etc., qui avaient été négligées par Schlesinger, ce qui ne veut pas dire qu'il néglige ici tout ce qui a été traité par ce dernier.

L'unité de l'œuvre n'est donc altérée en rien et, pour la pouvoir parcourir avec fruit, il suffit de connaître les éléments classiques de la théorie des fonctions et de la théorie des déterminants. La connaissance des fonctions elliptiques et de la mécanique analytique n'est nécessaire que pour quelques paragraphes spéciaux.

Ce portrait rapide peut être complété de façon fort intéressante si l'on feuillette les quatre cents pages ainsi présentées.

Dans le premier chapitre, à propos des théorèmes d'existence, signalons des discussions très approfondies faites à l'aide des méthodes de MM. Painlevé et Picard, et notamment l'emploi de la méthode d'approximations successives due à ce dernier géomètre.

L'étude des équations linéaires, est à la fois très étendue, très simple et très nette. L'étude des différentes branches des intégrales est précédée de la théorie des substitutions linéaires et la grande importance mécanique du cas où les coefficients sont constants est mise en lumière par la considération des petites oscillations d'un système possédant divers degrés de liberté.

Mais nous pouvons passer sur ces débuts élémentaires pour constater combien l'ouvrage sera utile à ceux qui voudront s'élever jusqu'aux derniers progrès faits dans une si intéressante branche de l'analyse.

Après les équations linéaires considérées par Fuchs nous étudions celles qui admettent des solutions asymptotiques du genre de M. Poincaré, celles dont l'intégration exige l'emploi de déterminants infinis comme l'équation rencontrée par Hill dans sa belle théorie de la Lune, les équations à coefficients simplement ou doublement périodiques dont un type célèbre est fourni par l'équation de Lamé.

Ces hautes questions n'empêchent pas le professeur Horn de consacrer un très intéressant chapitre aux équations, les plus simples et les plus anciennes, intégrables ou tout au moins réductibles à l'aide de procédés élémentaires, telles les équations homogènes, linéaires, de Bernoulli, de Riccati, de Clairaut, etc., etc... mais il nous montre, ne serait-ce que par la théorie du facteur intégrant, à quelles circonstances ces cas simples doivent leur existence. Dans le même ordre d'idées les équations de la dynamique sont étudiées avec les recherches de Jacobi notamment sur la notion du dernier multiplicateur.

Des pages, très remarquables au point de vue de la physique mathématique, sont consacrées aux équations qui contiennent dans leurs coefficients un paramètre arbitraire μ. On sait que si l'on astreint les solutions de telles équations à certaines conditions aux limites, on ne peut plus alors donner à μ que certaines valeurs en nombre infini qui sont racines d'une équation transcendante. On peut en général appliquer à de telles équations le procédé d'approximations successives de M. Picard.

L'ouvrage, décidément fort au courant des résultats les plus modernes, se termine par l'étude des équations considérées par M. Painlevé, équations dont l'intégrale générale est uniforme.

En résumé, nous trouvons ici sous une forme simple et claire les résultats les plus importants acquis à la science. Le professeur Horn nous donne le moyen de les comprendre avec un effort certainement réduit au minimum, car il va en général droit aux points qu'il se propose d'exposer sans les faire précéder de préliminaires qui donnent souvent aux questions une apparence obscure qu'elles n'ont pas en réalité. A. Buhl (Montpellier).

E. Jouffret. — **Mélanges de Géométrie à quatre dimensions.** — 1 vol. gr. in-8°, XI, 227 p. ; 7 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

On sait que les propriétés projectives, en Géométrie plane, n'ont aucun fondement simple qui soit propre à cette Géométrie puisqu'elles y trouvent pour unique appui la proposition de Desargues jouant alors le rôle d'un axiome ; elles se coordonnent, au contraire, facilement lorsqu'on les envisage comme des conséquences de propriétés spatiales. C'est ainsi que les pro-