

Zeitschrift:	L'Enseignement Mathématique
Herausgeber:	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band:	9 (1907)
Heft:	1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
Artikel:	GÉNÉRATION DES COURBES ET DES SURFACES SUPÉRIEURES
Autor:	Crelier, L.
Kapitel:	Construction des courbes.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-10141

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

multiples d'ordre, le premier $(n - 1)$ et l'autre $(p - 1)$.

multiple d'ordre $(n - 1)$; $\mu = \infty$ donne :

$$P_1 \frac{1}{\nu^p} + P_2 \frac{1}{\nu^{p-1}} + \dots +$$

$$P_p \frac{1}{\nu} = 0$$

ou

$$\frac{1}{\nu} \left(P_1 \frac{1}{\nu^{p-1}} + \dots + P_{p-1} \right) = 0.$$

Il y a $(p - 1)$ solutions en $\frac{1}{\nu}$ différentes de $\nu = \infty$; la deuxième base est tangente multiple d'ordre $(p - 1)$. Comme $\mu = \infty$ donne également $\nu = \infty$, toute droite passant par l'origine serait une tangente et *l'origine devient un point isolé détaché de la courbe*.

CONSTRUCTION DES COURBES.

En coupant le faisceau S_n par un rayon issu de S_p puis S_p par un des rayons homologues du précédent issu de S_n , on obtient deux ponctuelles formant un groupe du $(n + p)$ ^e ordre régi par le cas spécial.

En d'autres termes, la courbe du $(n + p)$ ^e degré correspondant à deux faisceaux du $(n + p)$ ^e degré également se déduira d'une courbe de la $(n + p - 1)$ ^e classe dépendant de deux ponctuelles ayant un point homologue commun.

Le choix des ponctuelles étant arbitraire, il y a une infinité de courbes analogues de la $(n + p - 1)$ ^e classe qui peuvent servir pour la construction de la courbe principale.

Etant donné un groupe de la $(n + p)$ ^e classe formé par deux ponctuelles, nous pouvons former deux faisceaux ayant un rayon homologue commun et formant un groupe du $(n + p)$ ^e degré régi par le cas spécial. Il suffit pour cela de joindre un point d'une ponctuelle avec tous ceux de l'autre puis un des points homologues de celle-ci avec tous ceux de la première. La courbe primitive de la $(n + p)$ ^e classe dépend ainsi d'une courbe du $(n + p - 1)$ ^e degré. Le choix des sommets des faisceaux secondaires étant arbitraire, la courbe auxiliaire peut avoir une infinité de positions.

Quand on veut déterminer de nouvelles tangentes de la courbe

Pour obtenir les points de la courbe du $(n+p)$ ^e degré engendrée par les deux faisceaux primitifs on peut remarquer que les tangentes à la courbe auxiliaire menées par un point quelconque d'une des ponctuelles considérées, donnent les points homologues sur l'autre. En outre, si l'on joint les points homologues des ponctuelles avec les sommets respectifs on obtient des rayons homologues des deux faisceaux. Les points de coupe des rayons homologues sont les points cherchés.

principale, on mène un rayon d'un des faisceaux secondaires, puis on joint ses points de coupe avec la courbe auxiliaire, avec le sommet du deuxième faisceau. Les divers rayons ainsi obtenus donnent des points homologues sur les deux bases, et les lignes de jonction de ces points homologues sont des tangentes nouvelles de la courbe primitive.

Dans un mémoire précédent (*L'Ens. math.* l. c.) nous avons montré que pour les courbes du $(n+1)$ ^e degré ou de la $(n+1)$ ^e classe, les courbes auxiliaires se ramenaient successivement par degré et par classe jusqu'à des coniques.

Remarque : Pour construire deux faisceaux ou deux divisions formant un groupe du $(n+p)$ ^e ordre il faut

$$(n+1)(p+1) - 1 = np + p + n \text{ coefficients}$$

dans l'équation fondamentale (1), autrement dit, une courbe du $(n+p)$ ^e degré ou de la $(n+p)$ ^e classe dépendant d'un tel groupe peut être construite dès qu'on connaît $np + p + n$ paires d'éléments homologues.

Courbes du 4^e degré avec deux points doubles.

Ces courbes proviennent de deux faisceaux tels qu'à chaque rayon du premier en correspondent deux du deuxième et inversement. Il faut huit paires de rayons homologues pour les déterminer.

La courbe auxiliaire qui permet de les construire est une courbe de la troisième classe, courbe générale déterminée par un ensemble de neuf tangentes.

Courbes de la 4^e classe avec deux tangentes doubles.

Ces courbes proviennent de deux ponctuelles telles qu'à chaque point de l'une correspondent deux points de l'autre et inversement.

Elles demandent huit paires de points homologues pour être construites.

La courbe auxiliaire à laquelle on peut les rattacher est une courbe générale du troisième degré donnée par neuf points.

Nouvelle construction des courbes du 3^e degré par neuf points. La courbe est engendrée par un groupe du (2 + 2)^e degré avec un rayon homologue commun aux deux faisceaux.

Au point de vue constructif, nous admettrons la courbe comme provenant d'un faisceau de coniques, homographique avec un faisceau de rayons.

Le faisceau de coniques est déterminé par quatre points ; chacune d'elles passera par un autre des points connus. Considérons une nouvelle conique déterminée par les cinq derniers points. Un point quelconque de celle-ci donne une involution de rayons avec le faisceau de rayons fondamental.

D'autre part les tangentes des coniques du premier faisceau prises par l'un quelconque des quatre points constituent un faisceau de rayons homographique avec l'involution.

Comme on possède cinq paires d'éléments homologues de ces deux derniers faisceaux, on peut construire la cubique à point double correspondante et en déduire le faisceau simple puis la cubique cherchée.

Nouvelle construction des courbes de 3^e classe par neuf tangentes. On peut considérer cette courbe comme provenant d'un groupe de la (2 + 2)^e classe avec un point homologue commun aux deux bases. Constructivement nous formerons avec les éléments connus, un faisceau de courbes de deuxième classe et une division de points simples qui lui est homographique.

Nous prendrons quatre tangentes pour déterminer le faisceau de coniques, chacune d'elles s'appuiera sur une autre des tangentes. Nous considérerons en outre une nouvelle conique déterminée par les cinq dernières tangentes. Une quelconque de ces tangentes coupera les paires de tangentes à cette dernière conique issues des points de la division fondamentale, suivant une involution. D'un autre côté les points de tangence des coniques du premier faisceau avec une des tangentes fondamentales formeront une division de points homographique avec l'involution précédente.

Comme on a cinq paires de points homologues de ce groupe nouveau, on peut d'après ce qui précède construire la courbe de troisième classe à tangente double correspondante et en déduire la base de la division simple puis la courbe générale cherchée.

En appliquant le raisonnement général à ces nouvelles courbes, considérées comme courbes auxiliaires dans des groupes du (2 + 2)^e ordre, on obtiendra sans difficulté les courbes relatives à ces groupes.