

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 9 (1907)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PARALLÉLISME ET TRANSLATION RECTILIGNE
Autor: Hioux, V.
Kapitel: Angles formés par deux droites parallèles coupées PAR UNE SÉCANTE.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10157>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

grand que soit le nombre entier n , la distance MQ du point M au côté OZ de l'angle aigu ZOY sera égale ou supérieure à $(n + 1) d$. On aura par suite $QM > OP$. Soit sur QM un segment $QR = OP$, le point R sera entre le point Q et le point M . Or la perpendiculaire en P sur OX est parallèle à OZ et, comme à droite de OZ , c'est le lieu des points situés à la distance PO de OZ , elle passe par le point R situé dans l'angle ZOY . Donc :

La perpendiculaire en un point quelconque P au côté OX a deux points P et R de part et d'autre du côté OY ; donc cette perpendiculaire doit rencontrer OY . C. Q. F. D.

Corollaire. — Si deux droites AB et $A'B'$ sont parallèles, toute droite qui rencontre l'une rencontre l'autre.

Démonstration. — Soit $Y'Y$ (fig. 6) une droite qui rencontre AB au point O , il faut prouver qu'elle rencontre sa parallèle $A'B'$. Pour cela menons en O la perpendiculaire OX sur $A'B'$. Cette droite qui est aussi perpendiculaire sur AB fait avec la demi-droite OY un angle aigu YOX complémentaire de l'angle aigu AOY . Soit P le point de rencontre de OX avec $A'B'$; la droite PA' perpendiculaire au côté OX de l'angle aigu YOX doit rencontrer le côté OY .

Donc la droite $Y'Y$ qui rencontre AB en O doit rencontrer sa parallèle $A'B'$. C. Q. F. D.

Remarque. — L'angle P est droit et l'angle POY est aigu; leur somme est donc inférieure à deux droits; si on remplace POY par son supplément POY' on aura une somme supérieure à deux droits. La rencontre aura lieu du côté de OP où cette somme est inférieure à 2 droits.

On appelle *sécante* une droite qui rencontre deux droites parallèles.

ANGLES FORMÉS PAR DEUX DROITES PARALLÈLES COUPÉES PAR UNE SÉCANTE.

Théorème VI. — Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une sécante :

1° Deux angles correspondants sont égaux;

2° Deux angles alternes-internes sont égaux;

3° Deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante sont supplémentaires.

Démonstration. — Considérons (fig. 9) les deux parallèles AB et A'B' coupées en C et C' par la sécante SS'. Nous allons prouver d'abord que les angles correspondants \widehat{SCB} et $\widehat{SC'B'}$ sont égaux. Pour cela, d'un point arbitraire M de CS menons MP perpendiculaire sur AB et par suite sur sa parallèle A'B' qu'elle rencontre en P'. Les deux triangles rectangles MPC, MP'C' ont un angle aigu commun au point M. Cet angle a pour complément d'une part \widehat{SCB} et d'autre part $\widehat{SC'B'}$; donc ces deux angles correspondants sont égaux. C. Q. F. D.

Les deux autres parties de l'énoncé sont des conséquences immédiates de la première.

Théorème VII. — Réciproquement : Deux droites coupées par une sécante sont parallèles :

1° Si deux angles correspondants sont égaux ;

2° Si deux angles alternes-internes sont égaux ;

3° Si deux angles intérieurs d'un même côté de la sécante sont supplémentaires.

Démonstration. — Supposons (fig. 13) que la sécante SS' rencontre en C et C' les deux droites AB et A'B' de manière que les angles correspondants SCB et SC'B' soient égaux. D'un point M de CS menons MP' perpendiculaire sur A'B' et soit P son point de rencontre avec AB. Dans le triangle rectangle MP'C' l'angle en M a pour complément l'angle MC'B'.

Or, par hypothèse $\widehat{SCB} = \widehat{SC'B'}$; donc dans le triangle MPC la somme des angles aigus en M et en C vaut un droit; donc l'angle P est droit. Donc MP' perpendiculaire sur A'B' est aussi perpendiculaire sur AB. Il en résulte que les droites AB et A'B' perpendiculaires sur une même droite sont parallèles. C. Q. F. D.

Les deux autres réciproques se ramènent à la première.

Corollaire. — Si deux angles ont leurs côtés parallèles

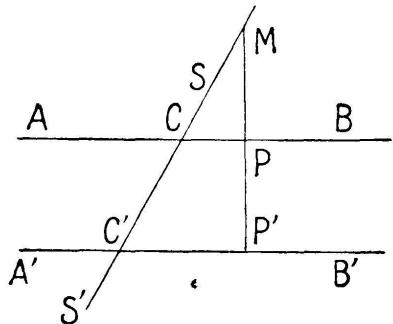


FIG. 9.

deux à deux, soit de même sens, soit de sens contraires, ces angles sont égaux.

Si deux des côtés sont parallèles et de même sens et les deux autres parallèles de sens contraires, les deux angles sont supplémentaires.

Enfin, comme autre conséquence on démontre que :

Si deux angles ont leurs côtés perpendiculaires ils sont égaux s'ils sont de même nature, et ils sont supplémentaires quand ils sont de nature différente.

TRANSLATION RECTILIGNE D'UNE FIGURE PLANE. COMPOSITION DE DEUX TRANSLATIONS.

6. PARALLÉLOGRAMME. — Si on coupe un système de deux droites parallèles AB , $A'B'$, par deux sécantes parallèles AA' et BB' , on forme un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles 2 à 2; un tel quadrilatère s'appelle un *parallélogramme*.

On démontre facilement qu'une diagonale AB' par exemple la partage en deux triangles égaux. On a par suite : $AB = A'B'$ et $AA' = BB'$. Donc :

Dans un parallélogramme les côtés opposés sont égaux 2 à 2. On dit habituellement: Les portions de deux droites parallèles comprises entre parallèles sont égales.

On voit de même que dans un parallélogramme deux angles opposés sont égaux et que deux angles consécutifs sont supplémentaires. Enfin, signalons encore la propriété suivante :

Si dans un quadrilatère deux côtés sont à la fois égaux et parallèles la figure est un parallélogramme.

Cela posé, reportons-nous au début de la *première partie*. Par une translation rectiligne de direction Δ le triangle MAB a passé de sa première position à une 2^e $M'A'B'$. Si on considère les côtés AM et $A'M'$ on constate qu'ils forment avec la sécante Δ deux angles correspondants égaux $\widehat{A'} = \widehat{A}$. Donc AM et $A'M'$ sont deux droites parallèles. Il en est de même de BM et de $B'M'$. D'ailleurs, dans le déplacement considéré,