Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 9 (1907)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: propos des polynomes dérivés.

études et de leur méthode de travail. Puissent-ils s'en inspirer et les mettre en pratique.

Parmi les aînés beaucoup regretteront peut-être d'avoir été trop livrés à eux-mêmes autrefois sans guide, sans direction aucune (voir les rép. LXIX et LXXVIII), et ils envieront peut-être un peu ceux qui bénéficient aujourd'hui d'une organisation toujours meilleure des études et qui arrivent ainsi à trouver de bonne heure leur véritable maître.

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

A propos des polynomes dérivés.

Nous avons eu l'occasion de signaler récemment à M. Ed. Collignon une note *sur les polynomes dérivés*, note assez étrange que l'Académie des sciences de Toulouse a publiée dans ses mémoires (F. T. 10^{me} série, VI, 1906, 177-182).

M. Collignon a profité de l'occasion pour nous communiquer quelques remarques intéressantes sur le sujet auquel a trait la note en question. On ne les trouve guère dans les ouvrages, et il nous paraît utile de les signaler. Les deux premières reposent d'ailleurs directement sur la notion de dérivée.

1° — La surface s du cercle de rayon r est πr^2; sa dérivée par rapport au rayon est $2\pi r$, longueur de la circonférence.

2° — De même, le volume v de la sphère de rayon r est $\frac{4}{3}\pi r^3$, la dérivée par rapport au rayon est $4\pi r^2$, surface de la sphère.

3° — Soit P un polynome entier en x, du degré m; P′ son polynome dérivé, qui sera du degré $m - 1$. Soit a une racine de $P = 0$, le polynome P sera divisible par $x - a$, et l'on aura

$$\frac{P}{x-a} = Q$$

en désignant par Q un polynome entier du degré $m - 1$ en x. Prenons les polynomes dérivés des deux membres de cette équation. Il viendra

$$\frac{(x-a)P' - P}{(x-a)^2} = Q' .$$

polynome entier en x du degré $m - 2$. Donc

$$\frac{P'}{x-a} - \frac{P}{(x-a)^2}$$

est toujours un polynome entier Q', et par suite, si P est divisible par $(x-a)^2$, P' l'est par $x - a$; ou bien si a est racine double de $P = 0$, a est racine simple de la dérivée $P' = 0$.

Donc, il est aisé de déduire la théorie des racines égales.

4° — Lorsqu'une fonction V de x et y est telle que les dérivées par rapport à x, ou par rapport à y sont les mêmes, V est une fonction de la somme $x + y$. En effet, il est alors indifférent de faire porter l'augmentation h sur x, sur y, ou sur $x + y$, pour former le rapport

$$\frac{f((x+h)+y) - f(x+y)}{h} = \frac{f(x+(y+h)) - f(x+y)}{h} = \frac{f((x+y)+h) - f(x+y)}{h},$$

dont la limite sera la dérivée cherchée.

Considérons, donc, une fonction entière homogène de x et y, savoir

$$V = x^m + A_1 x^{m-1} y + A_2 x^{m-2} y^2 + A_3 x^{m-3} y^3 + \ldots + A_{m-1} x y^{m-1}$$

et cherchons à quelles conditions doivent satisfaire les coefficients $A_1, A_2, \ldots\ldots A_m$, pour que V soit une fonction de $(x + y)$. Nous avons l'identité entre les dérivées partielles

$$V'_x = m x^{m-1} + (m-1) A_1 x^{m-2} y + (m-2) A_2 x^{m-3} y^2$$
$$+ (m-3) A_3 x^{m-4} y^3 + \ldots\ldots + A_{m-1} y^{m-1}$$

$$V'_y = A_1 x^{m-1} + 2A_2 x^{m-2} y + 3A_3 x^{m-3} y^2 + \ldots + (m-1) A_m x y^{m-2}.$$

On aura donc

$A_1 = m$	$A_2 = \dfrac{m(m-1)}{2}$
$2A_2 = (m-1) A_1$	
$2A_3 = (m-2) A_2$	$A_3 = \dfrac{m(m-1)(m-2)}{2 \cdot 3}$
$\vdots$	$\vdots$
$mA_m = A_{m-1}$	$A_m = \dfrac{m(m-1)\ldots 1}{2 \cdot 3 \ldots m} = 1$

et il vient le développement du binôme $(x+y)^m$, avec la loi des coefficients.

R. Guimaraès (Elvas, Portugal).

N. D. L. R. — A propos des paragraphes 1° et 2°, on peut observer que les contours dont le périmètre est la dérivée de l'aire ont déjà été étudiés. Voir *I. M.* 1898, Question 1201 et dans le même volume les réponses de MM. Buhl, Barbarin, *Novus*, Tauquembergue, Brocard, Vacca. En résumé la solution du problème est fort simple. Soit un contour dont l'aire A et le périmètre P sont fonctions d'un périmètre a. L'homogénéité exige que l'on ait $A = ka^2$, $P = ha$, k et h étant de simples coefficients.

$$\text{Posons } a = \frac{h\alpha}{2k}. \text{ On aura } A = \frac{h^2\alpha^2}{4k}, \quad P = \frac{h^2\alpha}{2k}, \quad \frac{dA}{d\alpha} = P.$$

Pour l'unification de la notation vectorielle.

Sous ce titre MM. Burali-Forti (Turin) et Marcolongo (Messine) publient une première note destinée à attirer l'attention des mathématiciens sur la nécessité d'adopter une notation uniforme pour le Calcul vectoriel. Le rôle fécond que joue ce calcul dans les mathématiques appliquées l'a fait adopter comme instrument auxiliaire par un bon nombre de mathématiciens et de physiciens. Son extension serait encore plus rapide si l'on ne se trouvait pas en présence de plusieurs notations et dénominations. Non seulement les symboles varient d'un auteur à l'autre suivant qu'ils se rattachent aux théories de Hamilton ou de Grassmann, mais les dénominations ne sont pas les mêmes. Il est donc tout à fait désirable d'arriver à une entente entre les principaux auteurs des divers pays en vue de l'adoption de dénominations et de notations uniformes et nous encourageons vivement l'initiative de MM. Burali-Forti et Marcolongo. Nous pensons avec eux que c'est là l'une des tâches des congrès internationaux des mathématiciens. Ils comptent du reste soulever la question au prochain Congrès de Rome; les Notes qu'ils se proposent de donner dans les *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* sont destinées à préparer la discussion. Aux documents qu'ils auront réunis viendront sans doute se joindre ceux de la commission allemande dont il est question dans le *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung* [1].

H. Fehr.

[1] Prantl, *Ueber eine einheitliche Bezeichnungsweise der Vektorrechnung im technischen u. physikalischen Unterricht*; t. 13, p. 36-40, 1904. — Voir dans le même volume, p. 217-228, Mehmke, *Vergleich zwischen der Vektoranalysis amerikanischer Richtung und derjenigen der italienischer Richtung.*