LA NOTION DE GROUPE ET LA THÉORIE DES PARALLÈLES

Autor(en): **Combeliac, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1907)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-10148

de Géométrie » de MÉRAY[1]. Pour de plus brefs développements sur ce point, nous pouvons renvoyer à la définition de la théorie des groupes dans *The Popular Science Monthly*, février 1904, « on the groups of the figures of elementary geometry », American Mathematical Monthly, octobre 1903, et aux articles ci-dessus mentionnés.

G.-A. MILLER (Université d'Illinois).

LA NOTION DE GROUPE ET LA THÉORIE DES PARALLÈLES

Extrait d'un mémoire[2] de M. C. BOURLET (Paris).

Les *Instructions* qui accompagnent les programmes officiels (27 juillet 1905) de l'enseignement de la Géométrie, dans le premier cycle de l'Enseignement Secondaire, recommandent aux professeurs de « faire un appel constant à la notion de mouvement » et de « lier le parallélisme à la notion de translation ». Beaucoup d'entre eux se sont émus de ces Instructions, et à bon droit, en se demandant si dorénavant on enseignerait dans nos lycées *deux* Géométries : l'une, au premier cycle, où les parallèles seraient définies par la translation ; l'autre, au second cycle, où l'on conserverait l'ancienne méthode.

La question qui se pose est alors de savoir si l'on ne pourrait pas, en définissant les parallèles par la translation, construire une Géométrie aussi rigoureuse que celle que l'on enseigne actuellement et qui puisse être conservée d'un bout à

---

[1] Voir l'analyse qu'en donne Bourlet dans les *Nouvelles Annales*, année 1904, p. 211-219. *(Réd.)*

[2] Sous le titre de théorie des parallèles basée sur la translation rectiligne, M. Bourlet vient de publier dans les *Nouv. Annales* (Nov. 1906), un important mémoire que nous signalons à tous ceux qui enseignent la Géométrie élémentaire. Nous en reproduisons ici la préface.

Note de la Rédaction.

l'autre de l'Enseignement Secondaire. C'est pour y répondre que j'ai rédigé ce petit travail qui n'est, en somme, que le premier Chapitre d'une nouvelle Géométrie où l'on ferait un appel constant à la notion de *déplacement* et où l'on donnerait à la méthode des *groupes de transformations* une place prépondérante.

C'est M. Charles Méray qui, à ma connaissance du moins, a pour la première fois, dans ses *Nouveaux Éléments de Géométrie,* dont la première édition remonte à 1874, fait usage de la translation pour définir les parallèles. En lisant l'Ouvrage de M. Méray, j'avais été frappé de la place qu'y tenait le *postulat* qu'il y a introduit, à savoir que *deux translations peuvent être remplacées par une troisième;* mais l'éminent professeur de l'Université de Dijon, ayant surtout en vue *la fusion* des deux Géométries plane et de l'espace, ne s'était pas préoccupé de réduire le nombre de ses postulats et, à côté de celui que je viens d'énoncer, il en admet bien d'autres. Il admet, par exemple, l'existence d'une infinité de glissières dans la translation rectiligne; il admet aussi que, lorsque deux plans se déduisent l'un de l'autre par translation, toute droite qui rencontre l'un rencontre l'autre. Je me suis alors demandé si, en se plaçant, ce que n'avait pas fait M. Méray, au point de vue de la théorie des groupes, on ne pourrait pas bâtir une Géométrie élémentaire dans laquelle le postulat de M. Méray serait l'*unique* postulat fondamental remplaçant celui d'Euclide.

Reprenant ainsi la chose de fond en comble, je suis parvenu à établir la théorie qui suit, qui diffère totalement de celle de M. Méray quant à l'esprit et s'en écarte notablement quant à l'ordre et à la nature des propositions. Il est clair que, dans un Traité complet de Géométrie, que je pense pouvoir faire paraître bientôt, on étudierait les angles et les rotations, l'homothétie et la similitude dans le même esprit.

Je suis actuellement convaincu que l'introduction d'une telle Géométrie dans notre Enseignement Secondaire constituerait un réel progrès.

Cette nouvelle méthode, substituant aux démonstrations artificielles actuelles d'autres plus naturelles, est plus intuitive, car elle *fait voir* à l'étudiant les déplacements qui permettent de comparer les figures.

Définissant les figures géométriques par les constructions mêmes par lesquelles on les obtient, elle donne lieu à des applications graphiques immédiates. Dès qu'on y a défini le parallélisme de deux droites, on sait tracer deux droites parallèles. On n'est pas obligé d'exposer, comme cela a lieu maintenant, deux Livres entiers de Géométrie, avant de pouvoir justifier la moindre construction élémentaire.

Enfin, et ce n'est pas là l'un de ses moindres avantages, cette nouvelle Géométrie se prête admirablement aux simplifications nécessaires pour les débutants, *et cela sans en modifier ni l'esprit ni l'ordonnance.*

J'ai pu, en effet, en conservant l'ordre exact des propositions de ce petit Mémoire, rédiger un Volume tout à fait élémentaire à l'usage du premier cycle [1], en me contentant de le dépouiller de sa forme abstraite et de substituer, aux démonstrations trop délicates, des vérifications expérimentales au moyen des instruments ordinaires du dessin. La comparaison des premiers Chapitres de ce Volume avec le présent travail montrera les ressources de cette nouvelle Géométrie.

Elle descend plus bas et monte plus haut que celle qui a cours. Présentée sous une forme expérimentale aux enfants, elle leur est plus accessible et est plus attrayante. Présentée avec tous ses détails, sous une forme abstraite, dans les classes élevées, elle initiera nos jeunes élèves aux méthodes fécondes de Sophus Lie qui ont droit de cité dans notre enseignement.

J'ai volontairement donné à l'exposé une forme un peu abstraite, en employant la notation symbolique habituelle des groupes de transformations. On peut évidemment se passer de cette notation, mais les démonstrations seraient moins rapides et peut-être moins claires. D'autre part, pour montrer la rigueur et la généralité du raisonnement, je n'ai fait intentionnellement aucune figure. Le lecteur pourra aisément en construire, s'il le juge utile. J'ai également réduit cet ex-

---

[1] *Cours abrégé de Géométrie*, chez Hachette et Cie; 1906.

posé au strict minimum, en élaguant les applications nombreuses dont il faudrait l'illustrer dans un cours de lycée. Il ne suppose d'ailleurs que la notion préalable du point, de la droite, du plan et de leur détermination ; en d'autres termes, les préliminaires ordinaires qui servent d'introduction à toute Géométrie élémentaire.

Pour plus de rapidité, j'ai rédigé à la fois la théorie dans le plan et dans l'espace. Rien n'est plus facile que de séparer la Géométrie plane de celle de l'espace si on le désire ; mais on détruit ainsi la parfaite harmonie des parties II, III et IV, où l'on remarquera certainement l'exacte correspondance de l'ordre des propositions dans les trois parties.

G. Combeliac (Bourges).

NOTES DE STATIQUE

1. — *Calcul logarithmique des résultantes.* — Deux forces P et Q forment entre elles un angle α. Soient X et Y les projections de Q sur P et sur une perpendiculaire à P. Tirons X et log Y des équations.

$$\log X = \log Q + L \cos \alpha - 10 \ ,$$
$$\log Y = \log Q + L \sin \alpha - 10 \ .$$

Si R est la résultante et θ son angle avec P, on a

$$L \operatorname{tg} \theta = \log Y - \log (X + P) + 10 \ ,$$

et par suite

$$\log R = \log (X + P) + L \sec \theta - 10 \ ,$$

ou

$$\log R = \log Y + L \operatorname{cosec} \theta - 10 \ .$$

(L signifie le « logarithme tabulaire » anglais, c'est-à-dire le vrai logarithme augmenté de 10).

2. — *Preuve expérimentale de la propriété de trois forces.* — Prenez une barre ou une règle, trouvez-en le centre de gravité G en la balançant sur le doigt et marquez-le avec de la craie. Placez la règle dans une position quelconque au moyen d'une ficelle attachée dans une direction quelconque en un point au-dessus de G, planche noire devant une