

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1906)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DE L'ENSEIGNEMENT DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES DANS LES UNIVERSITÉS ET HAUTES ECOLES TECHNIQUES¹.
Autor: Klein, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9253>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

DE L'ENSEIGNEMENT DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES DANS LES UNIVERSITÉS ET HAUTES ECOLES TECHNIQUES¹.

Les observations qui suivent se rattachent aux propositions qui ont été publiées par la Commission pédagogique de la « Société Allemande des Naturalistes et Médecins », réunie dernièrement à Meran ; j'admets donc que le lecteur puisse se procurer son « Rapport »², rédigé par M. GUTZMER. Les propositions de la Commission sont relatives à l'enseignement des sciences mathématiques et naturelles dans nos écoles supérieures, dites « à neuf classes » (*neunklassig*). En elles-mêmes, elles n'apportent rien de précisément nouveau, mais sont plutôt la conséquence du développement constant qui se produit dès longtemps dans les milieux scolaires, sous l'impulsion des divers facteurs de la culture moderne. Et cependant elles semblent avoir causé dans les divers cercles de l'enseignement supérieur et universitaire, comme une émotion générale. On se rend compte de ce que l'adoption, comme aussi l'application des mesures proposées devraient occasionner, dans l'enseignement supérieur et universitaire, des modifications multiples. De fait, la Commission, dans le rapport et les conclusions qu'elle doit présenter l'année prochaine, ne pourra pas ne pas donner son avis sur les questions traitées ici même. D'autre part, elle sait fort bien que toutes les propositions qu'elle pourra for-

¹ Traduit de l'allemand par A. Dufour (Genève) d'après le texte allemand publié par le *Jahresbericht der D. M. V.*, Octobre, 1905. — Là où le terme de Haute Ecole est employé sans autre qualificatif, il signifie indifféremment et à la fois, soit : « Université », soit « Haute école technique », tandis que le terme d'écoles supérieures (*höhere Schulen*), est réservé aux écoles qui, inférieures aux Hautes Ecoles, y préparent et conduisent.

² Bericht der Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforsteher und Aerzte über ihre bisherige Tätigkeit. Leipzig, F. C. W. Vogel, 1905.

[Voir notre compte rendu du Congrès de Meran, *L'Ens. math.*, 7^e année ; p. 487-488, 15 nov. 1905. — Le rapport sur l'enseignement des mathématiques se trouve reproduit in-extenso dans les *Notes et Documents* du présent numéro. *Réd.*]

muler ne vaudront guère mieux qu'un coup d'épée dans l'eau, si elle n'est sûre d'avance de se voir appuyée de divers et nombreux côtés, dans les milieux militants de l'enseignement supérieur; puis, ces propositions ne trouveront leur vraie formule qu'après qu'elles auront été discutées, même en dehors d'elle, et d'un peu partout. C'est pourquoi la Commission a chargé deux de ses membres, eux-mêmes intéressés en première ligne, comme professeurs, au succès de la tâche proposée, savoir M. le prof. CHUN, à Leipzig, et moi-même, de soumettre des propositions de ce genre, à titre préalable, aux représentants des diverses Hautes Ecoles et de les inviter à les examiner d'avance et à les discuter aussi publiquement que possible. M. le prof. CHUN se chargera surtout de ce qui concerne l'enseignement biologique, tandis que je me borne à ce qui touche à l'enseignement des mathématiques et de la physique. Restent réservées les considérations spéciales relatives à celui de la chimie.

Peut-être me sera-t-il permis d'ajouter que j'ai déjà mis à profit les nombreuses occasions que j'ai eues d'échanger avec mes divers collègues, nos vues et nos idées personnelles sur les points à examiner. Et, d'emblée, je veux signaler deux objections qui m'ont été plus d'une fois exprimées à l'endroit du rapport de Meran. Comment organiser les cours de début (dits *Anfangsvorlesungen*), destinés qu'ils sont à de jeunes étudiants munis d'un bagage scientifique si divers, si étendu même par sa seule hétérogénéité, selon l'école d'où ils sortent? Et où trouver, plus tard, des maîtres capables de fournir dans les écoles « à neuf classes », un enseignement spécifié comme on le propose? Ces deux questions rentrent du plus ou moins dans les deux problèmes principaux que je me propose de traiter ici, et auxquels je consacre à chacun, un des chapitres (I et II) qui vont suivre. Dans le chapitre I, je vais parler des cours de mathématiques et de physique destinés aux étudiants, qui ne doivent s'en occuper qu'à titre de sciences auxiliaires; puis, dans le chapitre II, je m'occuperai de la méthode rationnelle à employer pour former ceux qui se destinent à enseigner les mathématiques et la physique. Quant à l'appendice (cha-

pitre III), son but est défini par la phrase qui termine le chapitre II.

I. Les Mathématiques et la Physique considérées comme sciences auxiliaires.

Pour ne pas me perdre dans les généralités, je préfère rattacher mes observations, sans autre, aux deux cours principaux en cause : *Le cours de physique expérimentale*, commun aux Universités et aux Hautes écoles techniques, et le *Cours d'introduction aux mathématiques supérieures*, telles qu'ils se donnent dans les écoles techniques, aux futurs ingénieurs ; — il est bien entendu que ce que je dirai s'appliquera aux autres cours d'introduction, *mutatis mutandis* suivant leur objet.

Jusqu'ici, dans ces deux cours, on n'a tenu aucun compte de la différence de culture préalable existant entre les participants. Ils se donnent surtout avec cette admission complaisante qu'on ne saurait exiger d'autres bagages que celui qu'apporte l'étudiant frais sorti du gymnase classique, et même dans le cours de physique expérimentale, on va jusqu'à faire abstraction de beaucoup des prolégomènes de mathématiques, enseignés pourtant dans les classes supérieures de ce gymnase.

Je pars de cette dernière circonstance, qui donne une preuve caractéristique d'un fait patent, c'est que l'homogénéité de la culture préalable, qu'on admet avec une complaisance, toute de théorie arbitraire, dans l'organisation des cours d'entrée dans l'enseignement supérieur, n'existe absolument pas en fait. Auprès de ceux qui possèdent leur certificat complet de maturité, après avoir fait les neuf classes réglementaires viennent s'asseoir d'autres auditeurs, dont beaucoup n'ont que le certificat de sortie de seconde (*Unterssekunda*)¹. Plus le professeur s'efforce de se rendre utile à

¹ On me prie de mentionner ce qui suit : Dans les Hautes Ecoles techniques prussiennes, les jeunes gens munis d'un certificat de maturité *primaire* (*Primareife*) étaient admis jusqu'ici. Par ordonnance du 5 juillet 1905, il a été statué que, désormais, ne pourront y être admis comme élèves réguliers, d'autres étudiants, parmi les sujets du royaume, que ceux qui seront porteurs d'un certificat de maturité émané d'un gymnase allemand, d'un gymnase « réel » (*Realgymnasium*), ou d'une école réelle supérieure. Eux seuls seront désormais admis aux examens. Les autres, pourvu qu'ils possèdent les connaissances scientifiques exigées pour le service militaire réduit à une année, seront admis comme simples auditeurs (*Hörer*). Mais on ne leur délivrera aucun diplôme académique.

ses auditeurs, et plus, par conséquent, il se voit amené à mettre son enseignement au niveau et à la portée des étudiants les moins avancés. D'autre part, à l'heure qu'il est, de nombreux gymnases scientifiques (*Realgymnasien*) et écoles réales enseignent la physique, tant théorique qu'expérimentale, d'une manière vraiment sérieuse, et cet enseignement le cède en bien peu de chose à ce que vise le cours de début des Hautes Ecoles ; il présente tous les avantages dus à l'exécution d'un programme systématique et complet (*geschlossen*), et implique en particulier la culture mathématique parallèle et correspondante. C'est pourquoi les étudiants sortis d'écoles semblables n'acquièrent rien, ou n'acquièrent que peu de chose, aux cours universitaires d'instruction tels qu'on les donne actuellement.

Pour ceux de mes lecteurs peu versés dans les études mathématiques-physiques, qu'il me soit permis de remarquer ici que l'adaptation du niveau de l'enseignement donné, dans les branches dont s'agit, à celui de la culture préalable des étudiants est d'absolue nécessité. Il semble qu'il en soit autrement dans les cours de nature littéraire ou historique, parce que l'auditeur, même le moins préparé, y trouve une pâture intellectuelle abondante et une impulsion toujours profitable, et peut ainsi, par ses propres études privées, graduellement combler les lacunes existantes. Au contraire, dans les mathématiques comme dans la physique, les connaissances ne s'édifient, pour ainsi dire, que par étages successifs, et qui veut parvenir au sommet, doit les gravir un à un. *L'inégalité de culture préalable, parmi nos auditeurs, constitue donc, pour les premiers cours de première année un inconvénient aussi grand que réel.*

Peut-être est-il opportun de signaler clairement et nettement cet inconvénient. Mais ce que ces lignes ont surtout pour but de faire ressortir, c'est que cet inconvénient ne saurait être créé par l'adoption des propositions venues de Meran, mais *qu'il existe depuis longtemps et qu'il y faut parer en tout cas et à tout prix.*

Au reste, faudrait-il donc retarder le développement spécifique des établissements supérieurs dits à neuf classes,

parce qu'en l'état, il crée des conditions incommodes à l'enseignement des Hautes Ecoles ? Je mets ici, à dessein, l'accent sur le terme « spécifique ». La réforme scolaire de 1900 a rompu une bonne fois avec l'idée de l'école unique pour tous (*Einheits-Schule*), qui mène soit à négliger d'importants éléments de culture, soit à créer une uniformité oppressive, soit enfin à abaisser le niveau commun jusqu'à celui d'une sorte de banalité encyclopédique. Sans doute, toute école spécifique est, par essence, plus ou moins exclusive, et se meut, pourrait-on dire, sur un terrain et dans un angle limités, mais le principe de l'universalité se trouve sauvé par la multiplicité et l'existence simultanée d'écoles diverses. Du moment que le jeune homme fréquente l'école supérieure (*höhere Schule*), qui répond à ses dons naturels et à ses plans d'avenir, il devient possible et désirable, à son point de vue individuel, comme au point de vue général et social, d'abréger dans la mesure du possible, ses études ultérieures et spéciales, relatives à sa vocation future. On l'a dit si souvent, que, là-dessus, je n'insiste pas davantage. Qu'il me soit seulement permis d'ajouter qu'une instruction spéciale comme celle que j'ai en vue ci-dessus, n'est pas une instruction professionnelle, au sens le moins élevé du mot, mais une *instruction générale basée sur des matières spéciales*.

Pour sortir du dilemme signalé, il n'y a qu'une seule voie à suivre : les Hautes Ecoles doivent s'adapter au développement scientifique des écoles préparatoires. Je suis heureux de rappeler, à ce sujet, que l'université traversa, dans les premières décades du siècle passé, une transformation semblable, quoique bien plus complète que celle qui s'impose aujourd'hui pour les sciences dont il est ici question. Ce fut à l'époque de l'organisation permanente de nos gymnases actuels et de l'examen de sortie auquel ils aboutissent (*Abiturientenexamen*). Tout cet enseignement préparatoire, qui jusque-là avait été la tâche principale de la Faculté de Philosophie, fut désormais dévolu aux gymnases ; et la Faculté de Philosophie put poursuivre des buts nouveaux et plus élevés. Personne ne saurait contester que ce change-

ment a eu les résultats les plus heureux pour cette Faculté, et cela, tant pour son régime intérieur que pour les services qu'elle rend. Que dès lors se tranquillisent ceux qui, aujourd'hui quand de nouvelles modifications vont s'imposer, ne veulent y voir que la néfaste désorganisation de nos Hautes Ecoles.

Sans doute, la chose n'est pas aussi simple que le changement que je viens de rappeler : des écoles préparatoires très diverses, les unes au même rang que les autres, ont des droits incontestablement égaux. *Il paraît nécessaire, qu'à côté des cours d'introduction, qui présupposent le maximum de préparation spécifique, on institue d'autres cours complémentaires, qui, partant du niveau inférieur, acheminent au niveau supérieur les étudiants moins bien préparés.*

Donc, qu'on complète le programme, en un sens analogue à celui des cours traitant du latin et du grec, qui s'organisent d'ores et déjà pour les étudiants dont la culture philologique préalable laisse à désirer. Les amis des écoles réales ont travaillé à l'encontre de ces derniers cours dans ce qu'ils croyaient être l'intérêt d'une égalité de droits. Je crois ce point de vue absolument faux. *Le but à poursuivre devrait être, non pas la suppression de cours quelconques, mais leur multiplication, ou, si je puis m'exprimer ainsi, leur généralisation.*

Cependant, et pour rester dans la même ligne, je recommande encore l'organisation de cours d'instruction qui soient séparément adaptés aux diverses études auxquelles se destinent les auditeurs, — c'est-à-dire quelque chose de semblable à ce qui se fait dans les écoles préparatoires. L'extension qu'ont prise les diverses sciences est telle que, plus le temps marche, et moins les cours généraux d'instruction deviennent profitables, — ou prendrait alors tellement de temps, qu'il dépasserait celui dont dispose les étudiants, qui doivent, en un nombre donné de semestres, atteindre un but déterminé selon la profession qu'ils embrassent. Quant aux vues d'ensemble sur les disciplines diverses, ceux qui désirent en acquérir la synthèse peuvent s'en pénétrer, soit dans des cours publics appropriés, soit dans des cours supérieurs destinés au cercle restreint des spécialistes.

Pour ce qui est de la Physique expérimentale, la question se simplifie par le fait que les propositions de Meran paraissent fixer, en Physique, un but à peu près semblable pour toutes les « écoles à neuf classes » (*neunklassig*). Restent alors les modifications suivantes à apporter aux cours d'introduction :

1^o) Institution d'un cours préparatoire spécial pour ceux qui, sans préparation suffisante en physique, entrent dans la Haute Ecole ;

2^o) Organisation des cours de manière à ce qu'ils s'adaptent aux divers buts professionnels que les étudiants se proposent, soit aux directions diverses dans lesquelles ils se proposent d'étudier.

Sur ce second réquisite, je dois faire remarquer, à titre d'exemple, que, dès longtemps, à l'Université de Vienne, se donnent des cours d'introduction à la Physique expérimentale, destinés aux futurs professeurs de mathématiques et de Physique, et que, dans ces cours on insiste tout spécialement sur des considérations d'ordre mathématique (*mathematische Formulierung*). C'est ainsi que je me représente les cours d'introduction destinés soit aux médecins, soit aux ingénieurs, etc., conçus diversement en vue des connaissances utiles et nécessaires aux uns ou aux autres. Quant à la nature et à l'étendue des mesures d'exécution du programme de ces cours en lui-même, c'est aux spécialistes à les formuler. Pour les professeurs de physique, la tâche, ici, sera certes, ardue. Et cependant, il faut, à tout prix l'entreprendre, si l'on ne veut pas voir s'abaisser le niveau des connaissances nécessaires, en matière de sciences naturelles, tant aux futurs médecins, qu'aux futurs ingénieurs, sous la pression croissante des branches plus proprement professionnelles. D'autre part, faudra-il donc écourter, pour ne pas dire mutiler, les cours d'introduction à la physique, ou faudra-t-il les confier à des médecins ou à des ingénieurs, donc à des professeurs qui ne soient pas des physiciens de carrière ? *Caveant consules !*

Je m'attends bien à ce que ces propositions rencontrent de l'opposition chez les spécialistes, et je ne désire rien plus

qu'une discussion largement ouverte. Une chose m'apparaît clairement : c'est que la physique elle-même en profiterait dans la même mesure dans laquelle s'opèrerait l'organisation et la multiplication des cours prévus par la proposition de Meran. N'étant point moi-même physicien de carrière, j'en reste convaincu avec une sécurité, dont m'est garante, par analogie, la marche suivie par le *cours d'introduction aux hautes mathématiques*, tel qu'il s'est donné et se donne, aujourd'hui encore, dans les Hautes Ecoles techniques. Le programme des études d'ingénieurs, dans les Hautes Ecoles Techniques allemandes, fut, il y a plusieurs dizaines d'années, calqué sur celui des écoles analogues françaises, en ce qui concerne les mathématiques. Mais, en Allemagne, les développements subséquents ont écourté, en lui enlevant morceau après morceau, l'enseignement mathématique proprement dit au profit de l'enseignement technique et pratique, qui, dès le début des études, en accapare du plus au moins la place. Les Mathématiques supérieures, soit le Calcul différentiel et intégral, ainsi que la Géométrie analytique, se trouvent aujourd'hui réduits à un simple cours d'introduction qui ne se suit que dans les deux ou trois premiers semestres. En outre, on y enseigne toujours de façon assez complète, la Géométrie descriptive dans l'ancienne acception du terme. Mais déjà dans le cours de Mécanique appliquée ou technique, autrefois de nature foncièrement mathématique, les expériences directes sur la machine même (ou l'inspection des constructions elles-mêmes) se poussent toujours plus au premier rang, comme élément principal. Je fais allusion ici aux laboratoires grandioses, destinés aux ingénieurs, qui, dans les dix dernières années, ont été ajouté aux Hautes Ecoles techniques d'Allemagne.

Ce développement, qui n'est peut-être point parvenu à son dernier terme, fut, à tout prendre, le fruit de la nécessité. Il répond aux besoins actuels de l'industrie allemande, qui demande une grande majorité d'ingénieurs pratiques, et seulement une minorité de théoriciens. Cela est bien dans l'esprit du temps, qui se détourne de plus en plus,

et par d'excellentes raisons, d'une culture exclusivement formelle.

Mais la médaille a son revers. On a, comme on dit en allemand « *jeté l'enfant avec l'eau en vidant la baignoire* », dans beaucoup des cas qui se présentent dans la pratique, la culture mathématique seule peut élaborer la réponse cherchée, et les connaissances préliminaires emmagasinées par nos ingénieurs n'y suffisent pas. Je pourrais en citer ici des exemples typiques. Où trouver la moyenne juste ?

C'est ici que les propositions de Meran se montrent sous un jour particulièrement heureux. Alors que l'enseignement mathématique, déjà dans les classes du gymnase, et d'emblée, s'attache à l'intuition d'espace et à la notion de fonction et amène ainsi les élèves au sein même du Calcul différentiel et intégral, le cours d'introduction aux Hautes Mathématiques pourra, dans les Hautes Ecoles être plus nourri qu'il ne le fut jusqu'ici : En particulier, lorsque déjà, dans l'école inférieure l'esprit des élèves a été exercé à considérer les rapports entre la théorie mathématique et ses applications, alors, le parallélisme si désirable avec la technique pratique, se produira plus aisément. En quelques mots, *la mathématique s'incorporera d'une manière beaucoup plus organique à tout ce qui forme l'horizon intellectuel du futur ingénieur, et s'y imprégnera aussi de façon plus permanente que ce n'a été le cas jusqu'ici.*

Je suppose, bien entendu, cela en tenant compte des considérations générales présentées plus haut que, pour ceux qui arrivent dans la Haute Ecole sans la préparation mathématique normale, telle que la demandent les propositions de Meran, il sera institué des *Cours préparatoires* suffisants.

D'autre part pourrait se présenter un allègement profitable pour les élèves diplômés des Ecoles Réales supérieures, — pourvu que, dans ces dernières, comme le recommande la majorité de la commission, l'enseignement soit poussé jusqu'aux éléments du Calcul infinitésimal. Ainsi les élèves sus-mentionnés pourraient être dispensés d'une partie du Cours d'introduction donné dans la Haute Ecole, et ainsi

entrer plus tôt dans le domaine des études techniques proprement dites. Il va sans dire que ces cours d'introduction devraient se fragmenter de manière à faciliter la dispense possible que je viens de supposer. Que cela soit praticable et par quels moyens, la Haute Ecole technique de Stuttgart nous en donne un exemple probant : depuis longtemps son programme est conçu dans le sens de cette proposition, — et personne ne s'est jamais plaint que, dans ces conditions, le niveau moyen de la culture mathématique des ingénieurs en ait baissé.

En voilà assez sur le cours proposé : Je renonce à parler de l'importance semblable que pourrait avoir l'application des propositions de Meran pour l'enseignement des Hautes Ecoles en matière de Géométrie descriptive et de Mécanique appliquée (technique)¹. Mais, pour empiéter sur la deuxième partie des considérations présentées dans ce mémoire, j'ai à formuler une autre requête, qui s'applique assurément aussi aux études de physique : c'est que, dans les Hautes Ecoles techniques, on organise, tant en matière de mathématiques qu'en matière de physique, — au profit de ceux qui désirent une culture plus complète, — des *Cours supérieurs* (*Spezialvorlesungen*), — beaucoup plus nombreux et plus complets qu'on ne l'a fait jusqu'ici. J'entends par là des cours, non point, cela s'entend, de nature abstraite, mais des cours dans lesquels la pleine compréhension théorique se marie avec la compréhension pratique et ne fasse qu'un avec celle-ci ; qu'en un mot elles se pénètrent réciproquement. Cela me mènerait trop loin de vouloir montrer, même par quelques exemples, combien cette requête se légitime dans l'intérêt même de notre industrie et de ses exigences croissantes ; qu'il me soit seulement permis de remarquer que l'association des Ingénieurs Allemands l'a déjà présentée, de façon expresse, en 1895, dans ce qu'on

¹ Pour ce qui concerne la Géométrie descriptive, voir, par exemple l'ouvrage si suggestif de Fr. SCHILLING sur ses applications de la Géométrie descriptive, en particulier sur la Photographie (*Ueber die Anwendungen der darstellenden Geometrie, insbesondere über die Photographie*. — Leipzig 1904). — Un exposé complet des points de vue essentiels, à l'époque actuelle, pour l'enseignement de la mécanique industrielle, ne semble pas exister encore ; j'exprime ici le vœu sincère que quelque écrivain compétent ne tarde pas à nous doter de cet exposé.

appelle ses « Résolutions d'Aix-la-Chapelle » (*Aachener-Beschluessé*). Le point de vue auquel je me place ici pour la reprendre à mon compte, est que, sans ces cours supérieurs, il ne sera plus possible aux Hautes Ecoles techniques de participer, dans la proportion que j'esquisserai plus loin, à la production de forces jeunes pour l'enseignement.

A ce sujet, je dois ajouter quelques mots sur une question soulevée plus haut en passant (en ce qui concerne la Physique expérimentale). Par le fait que, comme le montre l'expérience, les mathématiciens et les physiciens, ne sont pas toujours aptes à faire ressortir la signification pratique de la théorie, on tend de nouveau, dans les études techniques comme dans les études médicales, à confier les cours non à des théoriciens, mais à des praticiens. C'est tomber de Charybde en Scylla : on trouve bien chez ces derniers la culture pratique, mais la culture théorique, trop souvent, leur manque, et celle-ci ne s'acquiert que bien difficilement après l'époque des études ; c'est là un fait d'expérience. D'autre part, nous ne pourrions créer des forces enseignantes d'une manière vraiment *systématique* que lorsque nous mettrons le plus tôt possible les étudiants, tant en mathématiques qu'en physique, en contact avec les problèmes pratiques. Sans doute, tout n'est pas fait quand on a acquis une *préparation* systématique. Tout au contraire, il est hautement désirable que, dans le cas d'une profession quelconque, on ne recherche, à l'avenir, non plus les compétences en quelque sorte unilatérales, mais les aptitudes pleinement équilibrées, et cela en matière pédagogique comme en matière scientifique.

II. Des études nécessaires à ceux qui se destinent à l'enseignement des Mathématiques et de la Physique.

Comme base de la discussion qui suivra, je n'envisagerai que l'état de choses qui existe aujourd'hui dans l'Allemagne du Nord (état de choses avec lequel celui qui règne dans l'Allemagne du Sud ne se laisse comparer que bien difficilement). En outre, je mettrai toujours, et en première ligne, l'accent sur la culture *mathématique* des candidats à

l'enseignement, et cela, non seulement parce que cette culture me tient de plus près que la culture en matière de physique, mais parce qu'à son sujet, les difficultés me semblent ressortir avec un relief exceptionnel.

Et d'abord, quelques mots sur le développement historique. Il n'y a que 75 ans, on le sait, que nos programmes universitaires présentent une subdivision spéciale à l'instruction des étudiants qui se destinent à l'enseignement des sciences mathématiques et naturelles ¹. Les exigences étaient d'abord aussi modestes quant au niveau demandé que nombreuses par leur multiple étendue (naturellement, elles embrassaient toutes les sciences naturelles dans leurs diverses disciplines). La haute science, comme telle, avait peu de place dans les épreuves de capacité, en tout cas en matière mathématique. Je n'en veux pour preuve que ni GAUSS, ni DIRICHLET, ni RIEMANN n'ont jamais fait partie des jurys d'examen, pas plus que JACOBI, KUMMER, WEIERSTRASS ou KRONECKER.

Au milieu de la décade 1860-1870, la tendance s'accroît vers de plus hautes études. De plus en plus, les mathématiciens de haute marque font partie des jurys d'examen, et le programme des épreuves de 1866 exige des candidats en des termes dont le sens n'est pas douteux : « qu'ils aient
« pénétré assez avant dans le domaine de la Géométrie et
« de l'Analyse supérieure, et dans celui de la Mécanique
« analytique, pour pouvoir s'y livrer avec succès à des re-
« cherches personnelles. » La hausse dans le niveau scientifique qui se produisit aussitôt, s'accompagna naturellement d'un rétrécissement du champ d'études, dans le domaine même des mathématiques. La première branche à en pâtir fut la mathématique appliquée, qui, du moins sous la forme d'études d'astronomie et de géodésie, avait, jusque-là, joué un rôle considérable. Dans les hautes mathématiques même l'intérêt se concentra sur tel ou tel objet, selon que

¹ Voir mon mémoire relatif à « Cent ans d'enseignement mathématique dans les écoles supérieures de Prusse » dans le recueil général de Lexis sur la Réforme de l'enseignement scolaire supérieur en Prusse. Halle, 1902; réimprimé dans le 13^e volume des *Jahresberichte der D. Math. Ver.*, p. 347—356, — et ailleurs.

cet objet se trouvait être celui des investigations favorites de tel ou tel spécialiste (géométrie moderne, théorie des invariants, théorie des fonctions, en particulier des fonctions elliptiques, des équations différentielles linéaires, etc., etc.). Les *Séminaires* universitaires, fondés, à l'origine, pour former des instituteurs capables, se transformèrent de plus en plus complètement en collèges destinés à l'instruction d'hommes voués aux *recherches* scientifiques.

Tout ce développement repose, que ce soit consciemment ou pas, sur cette conception fondamentale, que l'utilité des études universitaires est à chercher, pour les étudiants destinés à l'enseignement, dans leur seule valeur formelle. Il ne s'agit point, selon cette théorie de *l'objet* des études mathématiques, mais de la *concentration* et de *l'effort* qu'on voue à cet objet. Mais les expériences qu'on fit dans les écoles, avec les instituteurs formés par cette méthode, n'ont point été généralement favorables. Aussi voyons nous bientôt se manifester dans l'enseignement universitaire des tendances, qui visent à une culture mathématique moins exclusive, et à un plus grand souci des besoins réels des écoles inférieures. Si aujourd'hui s'offrent, aux futurs instituteurs dans beaucoup d'universités, des tables de lecture et de travail avec de riches bibliothèques, si nous enseignons la Géométrie descriptive et d'autres branches des mathématiques appliquées, tous ces progrès furent suggérés par le désir de rendre plus fructueux pour les écoles l'enseignement mathématique à venir des aspirants instituteurs, tout en lui gardant son caractère scientifique. Inutile d'insister, ce sont là choses qui, ces dernières années, ont été pleinement mises en lumière, et de divers côtés ¹. Je prie, cepen-

¹ Je ne veux mentionner ici que les mémoires les plus récents, sur ces matières, qui figurent dans les « *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker Vereinigung* ». Ce sont : STÆCKEL, *Angewandte Mathematik und Physik an den deutschen Universitäten* (Vol. 13, 1904, p. 313—341). GUTZMER, *Ueber die auf die Anwendungen gerichteten Bestrebungen im mathematischen Unterricht der deutschen Universitäten* (ibid. p. 517—523). HOLZMUELLER, *Bemerkungen über den Unterricht und die Lehramtsprüfung in der angewandten Mathematik* (Vol. 14, 1905, p. 249—274). Il serait certainement grandement à désirer, que l'on pût rendre obligatoire, pour tous les mathématiciens, un certain degré de connaissances en fait de mathématiques appliquées. Il ne faudrait pas représenter celles-ci comme quelque chose d'étranger et de spécial, existant à côté et en dehors des Sciences mathématiques pures, mais bien comme une branche faisant tout naturellement partie de la culture mathématique normale. C'est pourquoi de semblables cours de début me semblent des plus utiles

dant, mes collègues de bien vouloir faire connaître, si ces idées se trouvent partout appliquées de manière satisfaisante, et si, pour ainsi parler, on en est arrivé à appliquer un programme *normal*, qui soit de nature à garantir la future aptitude pratique des étudiants se destinant à l'enseignement.

Admettons que cette organisation normale existe déjà ; je n'en partage pas moins l'opinion de plusieurs de mes collègues : c'est qu'il faut en arriver à quelque chose de plus². On a pu caractériser plaisamment le système actuel d'éducation mathématique comme n'étant souvent qu'un système tendant à un « double oubli ». A l'Université en effet, on commence par mettre de côté les mathématiques apprises dans les écoles inférieures, pour faire de même, après l'examen de capacité et la conquête du diplôme, à l'égard des connaissances supérieures acquises dans l'intervalle ! A l'encontre de cet état de choses, nous demandons pour les étudiants qui se destinent à l'enseignement *des cours spéciaux qui établissent et mettent en lumière les rapports multiples et nécessaires existant entre les mathématiques supérieures et le domaine de l'instruction scolaire*, — des cours ensuite desquels les effets bienfaisants et durables des hautes études universitaires ne manqueront pas de se manifester et de se prolonger dans l'activité scolaire à venir de ceux qui les fréquentent. A ces cours se rattacheraient aisément les considérations pédagogiques sur la nature et le but de l'enseignement mathématique à tous ses degrés. Sans doute, c'est aux « *Séminaires pratiques* » adjoints, en Prusse, depuis une quinzaine d'années aux écoles supérieures (*Hoehere*

pour les candidats à la carrière pédagogique, des cours dans lesquels les intérêts de la mathématique pure et ceux de la mathématique appliquée se conditionnent et se pénètrent. C'est ainsi que mon collègue RUNGE a fait, dans le dernier semestre d'été, et avec le plus grand succès, un cours de Calcul différentiel et intégral (3 heures d'exposition et 3 heures d'exercices pratiques), cours qu'il continuera l'hiver prochain sous une forme identique.

² Voir par exemple : STÄCKEL, dans le 13^e volume des *Jahresberichte*, p. 524-530 : Sur la nécessité de cours réguliers, dans les Universités, sur les mathématiques élémentaires. — J'ai, moi-même, donné des cours semblables, sous une forme nouvelle, dès l'automne de 1904, et espère pouvoir bientôt publier des détails sur les résultats obtenus. — La proposition de M. Stäckel n'exclut naturellement pas la possibilité d'offrir, dans beaucoup de cours supérieurs, des données occasionnelles sur les sciences naturelles, sur les applications pratiques modernes, et aussi sur le développement historique de l'objet traité, ainsi que des exemples tirés de cas spéciaux. Tout cela ne pourra être qu'utile à l'activité scolaire future des auditeurs.

Schulen), que nous confions l'initiation des futurs instituteurs aux méthodes scolaires, mais cela n'exclut point la possibilité désirable, que nous nous étendions, dans les cours universitaires, sur les questions *générales* que soulèvent les mathématiques envisagées au point de vue pédagogique, questions qui ne tiennent naturellement que peu de place dans les cours ordinaires de pédagogie tels que les donnent nos collègues de la Faculté de philosophie, qui, naturellement conçoivent leurs leçons en partant plutôt de leurs propres antécédents philologiques.

Les candidats en mathématiques ayant trouvé à l'université une éducation telle que j'ai cherché à la définir sous ses faces diverses, seraient certainement propres à répondre aux exigences de l'enseignement mathématique réorganisé conformément aux recommandations faites à Meran. Qu'on veuille aussi considérer, que ces recommandations tendraient à faciliter considérablement l'orientation de l'enseignement universitaire et polytechnique vers les côtés pratiques de la carrière future des instituteurs. De fait, leur adoption supprimerait le gouffre qui subsiste entre les mathématiques scolaires et les hautes mathématiques, puisque désormais les mêmes notions pénétreraient l'enseignement des premières, que celles qui président à l'enseignement des secondes. Jusqu'ici, un cours de mathématiques élémentaires semblait être, dans le cycle des cours universitaires, un élément singulier et exceptionnel; désormais il sera possible de le rattacher aux autres éléments de ce cycle.

Des considérations semblables se légitiment, en ce qui concerne nos candidats, pour *l'enseignement de la Physique*. Nous ne saurions nous dispenser de réclamer une extension correspondante de cet enseignement (extension qui déjà, est un fait accompli en plusieurs endroits, ou plutôt un fait commencé). Je veux parler de l'acheminement à la démonstration personnelle par l'étudiant; à des travaux pratiques de laboratoire conçus dans le sens de l'enseignement ultérieur à donner par celui qui s'y livre; à la fabrication personnelle des appareils les plus simples, — enfin, de déve-

loppements très généraux sur la méthode et l'organisation de l'enseignement de la physique. Ces progrès semblent moins ardu à réaliser que pour les mathématiques, en ce qui concerne l'enseignement de la physique, parce que jamais ce dernier ne s'est écarté d'une certaine moyenne, comme au contraire l'a fait, indubitablement, l'enseignement des mathématiques.

Cependant, une *grosse question* se pose : Où prendre le temps indispensable pour ces adjonctions aux programmes des Hautes Ecoles, pour désirables qu'elles soient ? Sans doute, on peut augmenter le nombre des professeurs, et multiplier les locaux nécessaires, mais *la capacité compréhensive (Fassungskraft) de nos étudiants est une grandeur de moyenne constante, de laquelle, évidemment, nous sommes bien forcés de tenir compte.*

Disons le d'emblée, la prolongation éventuelle du séjour à l'université ne mérite pas même qu'on la discute. S'il doit y avoir allégement, il faut qu'il vienne d'un autre côté. A Göttingue, où les diverses branches des mathématiques et de la physique sont richement représentées, il y a longtemps que nous essayons du système « facultatif ». Nous ne réclamons l'unité de culture que pour ce qui est absolument indispensable, et, pour le surplus, laissons à chacun le choix, quant aux possibilités que lui offre la variété des cours. Dans d'autres universités, on préférera peut-être faire prévaloir un plan d'études déterminé, ce qui pourrait bien être plus profitable pour l'étudiant. On pourra ainsi arriver à fixer certaines normes pour les conditions d'obtention du diplôme en mathématiques et en physique. *Mais une entente, ensuite de discussion raisonnée, entre les spécialistes des diverses universités me paraît tout particulièrement désirable.*

Une condition préalable à cela doit être mentionnée ici, et résulte d'une question plus pressante encore. Les mêmes problèmes que nous discutons ici, se présentent quant à la préparation universitaire des futurs instituteurs des sciences biologiques et de chimie (et cela d'autant plus que les propositions dites de Meran prévoient une transformation fort importante de l'enseignement biologique dans les écoles

préparatoires supérieures, autrement dit, de cet enseignement dans la sphère scolaire). Soit dans la ligne mathématico-physique, soit dans la ligne biologico-chimique, une culture spéciale (*fachmännisch*) du candidat paraît indispensable. Sera-t-il encore possible, à l'avenir, de conserver entre ces deux lignes d'études, un lien commun, si léger fût-il, ou nous faut-il travailler dans le sens d'une séparation complète, étanche, pourrais-je dire ?

Je n'hésite pas à me ranger à ce dernier parti. Que si l'étudiant en mathématique ou en biologie conserve, après avoir fait honneur aux branches qui lui sont logiquement indispensables, un surplus d'énergie disponible, il complète alors à sa guise et librement sa culture scientifique. Au reste, pareils compléments sont d'une utilité clairement évidente. Quelques connaissances en chimie (et en minéralogie) sont indispensables à tout physicien, comme quelque familiarité avec la physique, au chimiste. Le biologiste doit avoir certaines notions d'hygiène, comme le mathématicien doit savoir quelque chose de l'astronomie. Et à chacun, même dans son propre domaine, une étude de la philosophie, faite au point de vue de sa spécialité, sera des plus utiles. S'il y a lieu d'ajouter un numéro de plus aux branches sur lesquelles porte l'examen de capacité, je recommande, en outre de la *Propédeutique philosophique*, tout particulièrement la *Géographie* (parce qu'elle se rattache, avec une facilité relative, aux études mathématiques et aux sciences naturelles) ¹.

Les conseils scolaires, habitués à l'amalgamation traditionnelle des mathématiques et des sciences naturelles, ne se rangeront point de leur plein gré à la séparation dont je plaide la cause, et je soupçonne que jusque dans le camp des spécialistes, tant mathématiciens que biologistes, se rencontrera, ici et là, quelque opposition à la thèse que je soutiens. On demandera que, comme jusqu'ici, le mathématicien

¹ De cette façon, le biologiste trouvera à s'employer utilement même dans le gymnase classique non modifié (ce qui est très important en présence des résolutions de Meran, qui ne réclament un enseignement biologique assez avancé que pour les classes supérieures des écoles « réales », et accentuent d'autre part, la nécessité d'une culture spéciale très complète, professionnelle pourrait-on dire chez les biologistes).

acquière ce qui lui est nécessaire, en fait de connaissances biologiques, pour conquérir les degrés inférieurs dans ces branches (*Unterstufe*), et que le biologiste en fasse autant de son côté, en ce qui concerne les mathématiques et la physique. En ce cas, je recommande, en opposition avec ce qui se pratique aujourd'hui, avec des résultats d'ailleurs peu encourageants, un système qui rende *plus accessible* le « degré inférieur » (*Unterstufe*). Les spécialistes en mathématiques, en physique, en chimie et dans les diverses sciences, jusque et y compris la biologie, devraient, dans chaque université, se réunir et tomber d'accord sur un programme d'examens bien clair, mais pas trop étendu. C'est ce qui, par exemple, vient, me dit-on, de se passer à Muenster. Ils devraient aussi pourvoir à l'organisation de cours et d'exercices pratiques, qui ne surchargent pas l'étudiant au-delà de ce qui est strictement nécessaire. On pourrait aussi penser à rattacher les épreuves propres au diplôme du degré inférieur, à un *examen intermédiaire* destiné à ceux qui aspirent à conquérir le degré supérieur (*Oberstufe*). Je me suis toujours, quant à moi, déclaré très sympathique à la création d'un examen intermédiaire de ce genre, et je crois que le caractère scientifique des études, auxquelles se livrent les candidats à l'enseignement, ne saurait qu'y gagner.

Je renonce à développer plus au long les possibilités indiquées plus haut. Je préfère beaucoup effleurer, dans un appendice, deux autres questions tout aussi pressantes, savoir celle de la préparation raisonnée des futurs instituteurs et professeurs de mathématiques et de physique, dans les Hautes Ecoles techniques, et celle de la culture additionnelle que pourraient et devraient acquérir les instituteurs actuellement en exercice.

III. Appendice.

A. Pour ce qui concerne l'éducation rationnelle dans les Hautes Ecoles techniques, des candidats à l'enseignement, le règlement prussien des examens comprend, dans les trois années d'études requises (*Akademisches Triennium*), jusqu'à trois semestres passés dans ces Ecoles techniques.

Ainsi les candidats à l'enseignement ne reçoivent donc pas leur certificat de capacité de la seule université, et cette combinaison offre un champ considérable aux influences pratiques de la technique. Cependant les résultats connus démontrent, que ce système n'a produit que des fruits assez illusoires. La principale raison en est, que dans les Ecoles techniques de Prusse, jusqu'ici, il n'existe pas de cours ni d'exercices pratiques destinés spécialement aux candidats à l'enseignement et que ceux-ci se voient obligés d'assister uniquement aux leçons ordinaires faites aux futurs ingénieurs. D'autre part, des combinaisons spéciales d'enseignement ne sauraient vraiment prospérer, qu'en rendant possible une véritable unité des études (*Voller Abschluss*) et en s'y adaptant. Aussi en suis-je venu de plus en plus à me convaincre de la nécessité de créer, dans nos Hautes Ecoles techniques, un programme *complet*, à l'adresse des candidats à l'enseignement mathématique et physique. (Cela existe depuis longtemps dans les institutions analogues de l'Allemagne du Sud, et c'est l'objet d'un désir constamment exprimé dans celle du Nord, par les cercles intéressés.) Et cela implique nécessairement la participation des professeurs de la Haute Ecole technique, qui ont été chargés d'instruire les candidats, aux épreuves de capacité à subir par ces derniers. En sollicitant la discussion sur ce point, je sou mets aussi les *desiderata* suivants :

1). Le but de la combinaison devrait être de faire valoir beaucoup plus expressément la signification propre de la technique, pour notre culture moderne, dans l'éducation universitaire des candidats, — beaucoup plus expressément, disais-je, que par la seule création de cours de mathématiques et de physique appliquées, comme c'est généralement le cas dans les universités.

2). Il ne s'agirait point, comme on en a exprimé la crainte, d'introduire dans les Hautes Ecoles techniques un élément étranger, mais bien au contraire de donner tout son relief à leur rôle scientifique.

3). Il semblerait même possible d'insérer définitivement dans leur programme, ces cours supérieurs de mathémati-

ques et de physique dont j'ai parlé au chapitre premier, à un point de vue plus général.

4). Du même coup, pourrait enfin fleurir une branche jusqu'ici trop négligée dans l'éducation des candidats à l'enseignement ; je veux parler de la préparation systématique de maîtres spéciaux et de carrière (*Fachlehrer*) pour les nombreuses écoles techniques moyennes (mais des développements sur ce point, pourtant de capitale importance, ne seraient pas à leur place ici).

5). Il faut aussi considérer, que par le développement désiré de l'enseignement mathématico-physique, l'intérêt des professeurs des branches qui s'y rattachent, quant à la tâche proprement pédagogique dévolue aux Hautes Ecoles techniques, en deviendrait plus vivant et plus intense qu'il ne pouvait l'être jusqu'ici.

6). Même les universités, au sens le plus élevé, profiteront de ce progrès, par le fait que quelque concurrence, sur un terrain qui jusqu'ici leur était exclusivement réservé, leur sera plus fructueux qu'un monopole que personne ne leur disputait.

7). Il est évident que le progrès que je réclame ne saurait s'accomplir sans une augmentation correspondante du personnel enseignant dans les Hautes Ecoles techniques.

B. Les changements de méthode réclamés par les résolutions de Meran, ne sauraient, si d'ailleurs ils doivent être adoptés, point attendre qu'une nouvelle génération de maîtres soit parvenue à maturité ; il s'agit, bien au contraire, de gagner aux innovations requises ceux qui sont actuellement en exercice, notamment aussi les instituteurs plus âgés.

On peut être reconnaissant à l'administration prussienne d'avoir déjà résolu, à ce point de vue, une mesure fort importante. Comme le rapport de Meran le mentionne, cette administration a provoqué, en divers lieux, des essais et des expériences conformes aux propositions de la commission en ce qui concerne l'enseignement mathématique et physique. On projette également des essais analogues quant aux réclamations de Meran, relatives aux sciences biologiques. Espérons donc, qu'ainsi, de divers centres, pourra venir la

preuve, pour les cercles scolaires, non seulement du caractère praticable des réformes que nous réclamons, mais encore de ce que ces réformes ont d'utile et d'important !

Les discussions qui se produiront, dans les réunions de professeurs et de maîtres, sur les résultats obtenus, comme sur les voies suivies pour les atteindre, ne manqueront pas de donner à la question plus d'espace et de lumière.

Mais, à mes collègues des Hautes Ecoles, je me permets de demander qu'ils *veulent bien, de leur côté, avoir égard au mouvement qui se dessine, dans l'organisation des cours de vacances qu'ils donneront, ou, s'il y a lieu, d'en organiser précisément au point de vue de ce mouvement.*

Les cours de vacances dans le domaine des sciences naturelles, servent jusqu'ici, et fort utilement, à tenir les maîtres et les instituteurs au courant des progrès récents de la science. Cela est certainement fort important, pour peu que le résultat récompense l'effort, c'est-à-dire, pour autant qu'on réussit à se faire clairement comprendre. Mais, à côté de cela, nous devrions, me semble-t-il, nous appliquer toujours plus, à parler dans les cours de vacances, de la haute signification que présentent les parties anciennes et nouvelles de l'enseignement des Hautes Ecoles pour les voies utiles à suivre, dans les écoles supérieures ou moyennes qui aboutissent à l'Université. Sans doute faut-il aussi que dans celle-ci, les professeurs se tiennent, plus que jusqu'ici, au courant des conditions et de l'état de choses qui prévalent dans ces écoles.

C'est pourquoi je pense que tous nous admettrons que le terme si bref des cours de vacances, qui ne peuvent actuellement agir qu'à titre d'incitation passagère, devrait s'élargir jusqu'à constituer un vrai *semestre de perfectionnement*.

Je ne doute pas de tout ce qui pourrait être suggéré d'intéressant sur tous les sujets traités dans le présent mémoire, et je prie instamment les intéressés de ne pas garder pour eux leurs opinions et leurs observations ¹.

Göttingue, fin de septembre 1905.

F. KLEIN.

¹ [Ces observations pourront être signalées dans cette *Revue* dans la rubrique récemment ouverte sous le titre de « Réformes à accomplir ». Voir *L'Enseig. Math.*, 7^e année, p. 382-387 et p. 462-472. — *Réd.*].