NOTES ET DOCUMENTS

ALLEMAGNE

RAPPORT SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LES ÉTABLISSEMENTS SECONDAIRES SUPÉRIEURS A NEUF CLASSES [1]

Dans nos établissements secondaires supérieurs les Mathématiques se trouvent dans une toute autre situation que les Sciences naturelles ; elles ne doivent pas conquérir au sein de l'organisation scolaire le crédit nécessaire, mais il leur faut une certaine adaptation au but moderne de l'école, et celle-ci leur est rendue difficile moins par les circonstances extérieures que par le poids de la tradition de plusieurs siècles,

Le *principe de cette adaptation* n'est pas douteux ; il ressort déjà nettement des observations méthodiques des programmes prussiens publiés en 1901. Il tend d'une part (comme dans toutes les autres branches) à adapter l'enseignement, plus que par le passé, à la marche naturelle du développement intellectuel; à placer les nouvelles connaissances en relation organique avec la science actuelle; enfin à rendre de plus en plus consciente la coordination de la science en soi et avec les autres branches de l'école, de degré en degré. De plus il s'agira, en reconnaissant cependant la valeur éducative des mathématiques, de renoncer à toutes les connaissances spéciales et pratiquement inutiles; par contre de développer le plus possible la faculté d'observation mathématique du monde des phénomènes.

De là découlent deux buts particuliers : *le développement de l'intuition de l'espace,* d'une part, et de *l'idée de fonction* d'autre part. On ne porte aucun préjudice à l'éducation logique par le but posé à l'enseignement mathématique, et l'on peut même dire que ce but ne fait que gagner par le développement renforcé, dans la direction indiquée, de l'enseignement mathématique. par ce fait que les Mathématiques sont mises en rapport plus

---

[1] Extrait du Rapport de la Commission d'enseignement de la Société des naturalistes et médecins allemands (Bericht der Unterrichtskommission der Gesellschaft Deutscher Naturforscher u. Ærzte über ihre bisherige Tätigkeit, Verlag F. C. W. Vogel. Leipzig, 1905). Ce Rapport contient 1° un rapport général, rédigé par M. A. GUTZMER ; 2° le rapport ci-dessus sur l'enseignement des mathématiques (rapporteur M. le prof. F. KLEIN) ; 3° un rapport sur l'enseignement de la Physique ; 4° un rapport sur l'enseignement de la Chimie y compris la Minéralogie et de la Zoologie avec Anthropologie, la Botanique et la Géologie.

Voir, en tête de ce numéro, l'article de M. F. KLEIN. (*Réd.*)

étroit avec le domaine qui intéresse l'élève et dans lequel ses capacités logiques devront s'exercer.

Tel est le principe. Notre tâche principale nous a paru la suivante : donner à ce principe une forme plus conséquente qu'auparavant en élaborant un *projet de programme* approprié aux conditions des *Gymnases*. Nous pensons par cela avoir frayé la voie à un réel et grand progrès, qui sera salué avec joie par tous les amis d'une réforme conforme à notre temps et par tous les représentants des Sciences naturelles. Pour ce qui est des détails, nous renvoyons au projet ci-dessous et aux explications qui l'accompagnent et nous ne relevons à l'avance que les points particuliers suivants :

1° Par le fait que notre programme tient compte, dans une mesure plus grande que le précédent, des points de vue généraux déjà cités et rejette pour cela une certaine quantité de matière peu utile, il apporte un *allègement sensible* pour la plupart des élèves, surtout en reculant les notions dont l'introduction prématurée met en doute chez beaucoup d'élèves leur succès dans l'étude des mathématiques. Sont laissées de côté tontes les particularités dont l'emploi intelligent suppose une certaine routine aussi bien dans le domaine des transformations analytiques que des constructions géométriques. D'autre part, les conceptions abstraites et les démonstrations qui sont si souvent incompréhensibles pour le débutant sont renvoyées aux degrés supérieurs. Cela ne nuira point à la sécurité dans l'application des eonnaissances mathématiques acquises ou à la logique de la pensée mathématique. A ce point de vue, *l'art du maître* dont nous ne voulons pas restreindre l'initiative par des prescriptions spéciales. est de s'en tenir à ce que l'on peut exiger sans tomber dans l'exagération.

2° Nous recommandons expressément une grande *liberté du maître* pour ce qui est du choix particulier, la présentation méthodique, la répartition du travail, etc. (bien entendu, dans le cadre du programme général). Nous abandonnerons à cette liberté, dans notre projet, le soin de décider d'un point particulièrement important sur lequel les opinions des intéressés ne semblent pas suffisamment au clair. Nous proposons dans notre projet (comme une conséquence de notre principe général) que l'on mène l'enseignement dans la I^re^ du Gymnase *jusqu'au seuil du calcul infinitésimal;* mais n'avons rien fixé de spécial sur la forme de cet enseignement. Une fois que l'on aura fait l'expérience dans divers établissements on pourra décider avec plus de certitude comment la chose pourrait être le mieux réalisée.

3° Comme but final, l'enseignement mathématique en I^re^ comprend, en somme, les trois points suivants :

Un coup d'œil scientifique sur la parenté des sujets mathématiques traités à l'école;

une certaine aptitude de la conception mathématique et son emploi à la résolution de problèmes particuliers ;

enfin et surtout la pénétration de l'importance des mathématiques pour la connaissance exacte de la nature.

De cette manière l'élève acquiert des connaissances mathématiques non seulement précieuses en elles-mêmes, mais qui forment en même temps une base pratique pour tous ceux à qui elle est nécessaire pour leur carrière particulière. La *discontinuité* qui apparaît souvent quand on passe aux études supérieures, disparaît de ce fait.

D'une manière analogue la conclusion prévue par notre projet après la II^me^ supérieure sera aussi utile à celui qui quitte l'école avec le certificat de volontariat, comme à celui qui se dispense des classes supérieures de l'établissement.

4° Au point de vue de l'organisation nous faisons valoir le vœu que l'on abroge la réduction à 3 heures seulement de l'enseignement mathématique dans les deux Tertia du Gymnase, adoptée en son temps au profit du grec, et dont l'action défavorable a été reconnue par tous les maîtres. *Dans toutes les classes du Gymnase il devrait être attribué quatre heures aux mathématiques (Arithmétique).*

Nous nous bornerons à ces remarques pour ce qui concerne le programme mathématique des Gymnases. Quant au Gymnase réal *(Realgymnasium)* et à l'Ecole réale supérieure *(Realschule)* nous ne ferons que des remarques très générales. Ces écoles se trouvent sous l'influence des nouvelles prérogatives trop en cours de développement pour qu'il soit possible de préciser dès maintenant certains détails. Du reste, dans plusieurs parties du pays, par exemple à l'Est et Ouest de la Prusse, ces écoles semblent posséder encore de grandes différences intérieures.

En Prusse, dans les écoles réales supérieures, les heures suivantes sont actuellement assignées aux Mathématiques.

Mathématiques	VI	V	IV	III b	III a	II b	II a	I b	I a	Total
Realgymnasium . .	4	4	4	5	5	5	5	5	5	**42**
Oberrealschule . .	5	5	6	6	5	5	5	5	5	**47**

Il en résulte que dans les programmes actuels on poursuit pour ces deux genres d'école un enseignement mathématique plus élevé que dans les Gymnases classiques.

Pour les Sciences naturelles on a le tableau suivant, tandis que dans les Gymnases, dans toutes les classes, deux heures sont attribuées actuellement aux Sciences naturelles.

Sciences naturelles	VI	V	IV	III b	III a	II b	II a	I b	I a	Total
Realgymnasium . .	2	2	2	2	2	4	5	5	5	**29**
Oberrealschule . .	2	2	2	2	4	6	6	6	6	**36**

Ceci est sensiblement davantage que dans les Gymnases classiques, mais semble encore bien insuffisant, si l'on songe au rôle qu'ont à remplir les Sciences naturelles dans les écoles réales, d'autant plus si l'on doit tenir compte des disciplines biologiques dans les classes supérieures. En considérant ce fait, la Commission, sur la proposition de ses membres mathématiciens, estima, pour les *Gymnases réaux* où les circonstances sont spécialement défavorables au développement renforcé des Sciences naturelles, qu'il était préférable de *renoncer au surplus des heures de mathématique, c'est-à-dire de céder une heure aux Sciences naturelles en commençant par la III*^me^ *inférieure*. Nous aurions alors actuellement, dans l'école réale, pour toutes les classes, 4 heures de mathématiques comme cela est demandé normalement au Gymnase, et on appliquerait aux Gymnases réaux « eo ipso », le programme mathématique arrêté par les Gymnases. Les Sciences naturelles, par contre, obtiendraient au Gymnase réal presque le même nombre d'heures dont elles disposent maintenant dans les écoles réales, c'est-à-dire :

Sciences naturelles	VI	V	IV	III b	III a	II b	II a	I b	I a	**Total**
Realgymnasium . .	2	2	2	3	3	5	6	6	6	**35**

Les deux écoles devront alors chercher à obtenir cette augmentation de temps accordée aux Sciences naturelles au moyen de concessions de la part d'autres branches. Sur ce point nous entrerons dans quelques détails dans la partie de notre rapport consacrée aux Sciences naturelles.

Il n'existerait donc un surplus d'heures (pour l'enseignement mathématique) que pour les écoles réales supérieures. Ce surplus doit être employé, d'après l'avis unanime des membres de la Commission, avant tout à un développement plus intense de la même matière qui est traitée dans les Gymnases; d'une part les principes généraux des matières étudiées seront mis en évidence d'une manière particulière et assis plus fortement, d'autre part on concédera une place plus large aux applications pratiques et aux questions graphiques. Une minorité de la Commission voulait se limiter à ce cadre de travail pour les dites écoles. La majorité, par contre, recommande une extension modérée de la matière à la Géométrie analytique et aux éléments du calcul infinitésimal par une transformation systématique de l'enseignement. Cette adaptation correspondrait d'une matière très logique à la tendance précitée (tandis que le surplus que les établissements réaux possédaient jusqu'ici sur les Gymnases semble choisi d'une façon plus arbitraire). En I^re l'enseignement mathématique se terminerait ainsi quant à sa nature, de la même manière que dans les Gymnases, mais tendrait seulement vers une compréhension mathématique plus complète pour ce qui est des phénomènes de la nature et de la vie journalière. Le travail pourrait être poursuivi, par exemple, jusqu'à l'étude satisfaisante, basée sur les moyens les plus rapides, des oscillations infiniment petites du pendule ou des lois de Kepler sur le mouvement planétaire, comme conséquences des Théorèmes fondamentaux de la mécanique et de la loi de Newton sur la gravitation universelle.

PROGRAMME MATHÉMATIQUE POUR LES GYMNASES

A. Degrés inférieurs.

Sixième. — Les opérations fondamentales de calcul avec des nombres entiers, concrets ou non, dans un domaine limité. Mesures *allemandes*, poids et monnaies. Exercices dans la notation décimale et dans les calculs décimaux les plus simples, comme préparation au calcul des fractions.

Cinquième. — *Calcul.* — Exercices progressifs sur les nombres décimaux concrets en élargissant le domaine des mesures employées (poids et monnaies des pays étrangers), mesures de longueur de diverses espèces (problèmes les plus simples sur les aires et volumes en indiquant le rapport entre volumes et poids. (Dans tous ces calculs il faut toujours d'abord faire prévoir approximativement la grandeur des résultats). Divisibilité des nombres. Fractions ordinaires (tout d'abord comme nombres concrets).

Préliminaires sur la Stéréométrie. Introduction dans les notions fondamentales de l'espace, toutefois de façon à ce que l'espace apparaisse surtout comme support de relations planimétriques. Dimensions de l'espace, surfaces, lignes, points expliqués tout d'abord par l'entourage et confirmés sur les solides les plus divers. Figures planes considérées d'abord comme limites des corps, puis en elles-mêmes, sur lesquelles on expliquera les notions de direction, angle, parallélisme, symétrie. Exercices à la règle et au compas ; usage continuel du dessin et des exercices de mensuration.

Quatrième. — *Calcul.* Calcul des fractions décimales. Calcul abrégé (sur exemples simples). Règle de trois en évitant tout excès de formes schématiques. Problèmes de la vie usuelle ; cas simples du pourcentage (intérêt, escompte). Préparation à l'Algèbre par la répétition de problèmes appropriés déjà traités en employant les lettres au lieu de nombres. Signification d'expressions littérales données et calcul de telles expressions après substitution numérique. Relation entre les règles du calcul de tête et celle du calcul avec parenthèses.

Géométrie. Etude de la droite des angles et des triangles. Déplacement des figures ; relation entre les éléments d'un triangle ; cas limites (triangles rectangles, isocèles, équilatéraux). Théorèmes simples sur les parallélogrammes en partant de la construction.

Troisième inférieure. — *Arithmétique.* Revision systématique des règles fondamentales du calcul par formules littérales. Notion de grandeur relative, développée sur des exemples pratiques et montrée sur une droite par la série des nombres étendue indéfiniment dans les deux sens. Règles pour les grandeurs relatives. Suite des exercices dans le calcul d'expressions littérales en connexion avec les grandeurs négatives et explication constante du caractère fonctionnel des variations de grandeur employées. Application aux équations et problèmes du premier degré à une inconnue. Différence entre identité et équation.

Géométrie. Suite de l'étude du parallélogramme. Le trapèze. Théorèmes fondamentaux sur le cercle. Considération de l'influence exercée sur le caractère général d'une figure par les changements de grandeur et de position des éléments. Application constante à des constructions avec exclusion des problèmes solubles seulement à l'aide d'artifices.

Troisième supérieure. — *Arithmétique.* Compléments et développements sur le calcul littéral, en particulier décomposition de polynomes Propriétés des proportions. Equations pures et problèmes du premier degré à une et plusieurs inconnues. Dépendance de l'expression d'une grandeur par rapport à une variable qu'elle renferme. Représentation graphique de fonctions linéaires et emplois à la résolution d'équations.

Géométrie. Comparaison des aires et leur calcul en rapport avec des figures limitées par des droites compliquées ; calcul approximatif pour des surfaces limitées par des courbes. Répétition des calculs de volume de la cinquième. Problèmes.

Seconde inférieure. — *Algèbre.* Puissances et racines. Equations et problèmes du second degré à une inconnue. Relations entre les coefficients et les racines. Variation du trinome du second degré avec représentation graphique. Résolution de problèmes du deuxième degré à une inconnue par intersection de droites et de paraboles. Considération de la représentation graphique comme moyen de mettre en évidence des relations empiriques données.

Géométrie. Similitude en insistant surtout sur la similitude de position.

Proportion dans le cercle. Calcul de valeurs approchées de la circonférence et de l'aire du cercle par des polygones. Relations entre les côtés et les angles d'un triangle, surtout du triangle rectangle. Recherche et vérification de tables de ces rapports (comme préparation à la trigonométrie), avec travaux pratiques ; la planchette.

B. Degrés supérieurs.

SECONDE SUPÉRIEURE, — *Algèbre.* Extension de la notion de puissance, conception de la puissance comme grandeur exponentielle, notion et emploi du logarithme. Progressions arithmétiques et géométriques, emploi des dernières au calcul des intérêts et rentes (dans des problèmes simples empruntés à la réalité). Représentation graphique de la dépendance du nombre et du logarithme. Règle à calcul. Résolution d'équations quadratiques à deux inconnues, par le calcul et graphiquement.

Géométrie. Trigonométrie en relation avec les constructions planimétriques. Application aux problèmes usuels de la mesure des triangles et quadrilatères. Dépendance réciproque entre les angles et les fonctions par les formules goniométriques. Représentation graphique de ces fonctions. Problèmes appropriés, constructions et calculs. Division et relations harmoniques et notions fondamentales destinées à préparer (comme fin de la planimétrie) à la Géométrie moderne.

PREMIÈRE INRÉRIEURE. — *Algèbre.* Etude raisonnée des fonctions traitées en considérant leur croissance et décroissance (en utilisant éventuellement les notions de dérivée et d'intégrale); application à de nombreux exemples en Géométrie et en Physique, particulièrement en Mécanique. Théorèmes principaux les plus simples de l'analyse combinatoire avec exemples.

Géométrie. Stéréométrie en tenant compte des principales notions de la projection d'une figure. Exercices de dessin stéréométrique. Théorèmes simples de la trigonométrie sphérique. Géographie mathématique, théorie de la projection des cartes.

PREMIÈRE SUPÉRIEURE. — 1° Sections coniques, traitées analytiquement et synthétiquement, avec application aux éléments de l'astronomie.

2° Répétitions sur l'ensemble de l'enseignement, où, si possible, on fera résoudre de plus grands problèmes par le calcul et dessin.

3° Coup d'œil général rétrospectif avec considérations historiques et philosophiques.

RENSEIGNEMENTS SUR LE PROJET CI-DESSUS

1° *Dans l'enseignement du calcul, dans les classes inférieures*, le domaine des nombres à utiliser dans les exemples doit rester restreint; les nombres au-dessus de 100,000 sont à éviter. On vouera un grand soin au calcul de tête. Pour les applications des mesures, monnaies et poids, tenir compte de préférence de conditions usuelles; les problèmes de la vie courante doivent traiter des questions réelles et non des problèmes fictifs qui ne se rencontrent jamais. Souvent l'enseignement du calcul devient un enseignement spécial, mais il ne doit jamais dépasser ce que nous réclamons en général d'un adulte instruit. D'autre part l'enseignement du calcul doit être considéré comme préparation à l'arithmétique et à l'algèbre. On devra donc bien tenir compte de la distinction des degrés et leur coordination. De même, il faut attacher de l'importance à une notation à la fois bonne et logique. Celle-ci ne doit pas être en contradiction avec celle en usage plus tard dans l'enseignement mathématique. Dans chaque établissement un mathématicien influent ou une conférence des maîtres devrait intervenir dans ce sens.

L'enseignement géométrique doit se lier d'une manière naturelle à l'intuition et partir de mesures pratiques. Il faudra éviter soigneusement de rendre obscur par une démonstration systématique pédante la compréhension des faits qui semblent évidents à l'intuition; au lieu de démonstration logique, il vaut mieux chercher tout d'abord à rendre les élèves conscients de notions acceptées spontanément par l'esprit. Par exemple l'égalité des figures se déduira comme conséquence naturelle de la construction fournissant pratiquement une seule solution. Les démonstrations indirectes sont à éviter le plus possible; traiter comme évidente, la réciproque des relations démontrées directement, en tant que — comme c'est le plus souvent le cas — elle s'impose ainsi à l'esprit. Dans le dessin, la clarté doit être favorisée le plus possible (par l'emploi de hâchures, de couleurs) ; toute complication par des faits secondaires est à éviter, ainsi que des notations peu commodes. Dans les considérations planimétriques mettre en lumière, si possible, les liens avec l'espace à trois dimensions, surtout à l'aide d'exemples empruntés à la réalité. On recommande l'emploi de modèles.

2 *a*. Dans les *degrés moyens* l'Arithmétique est remplacée par l'Algèbre qui, dans la dernière partie de la IV^me^ est préparée par l'exposé méthodique de tout l'enseignement préliminaire du calcul et par la formation d'une certaine pratique dans l'emploi des lettres. Eviter tout pédantisme dans la systématique de l'arithmétique, où souvent il faut craindre qu'un « circulus vitiosus » vienne dissimuler la démonstration. Au contraire les théorèmes de l'Algèbre théorique sont à traiter comme conception scientifique de ce qui est déjà fortement pressenti. De même l'introduction des nombres négatifs doit partir d'exemples tirés de la pratique; la représentation des nombres sur une droite est à traiter comme représentation visuelle des connaissances acquises, de façon à ce que les règles avec quantités relatives se présentent comme des généralisations naturelles des opérations sur valeurs absolues. A éviter toutes les opérations artificielles, divisions de polynomes compliqués, etc.; par contre insister sur la décomposition des polynomes (extraction de racines carrées comme thème d'exercices); pour les proportions ne retenir que les relations élémentaires, mais se rendre maître de la notion de proportionalité directe et inverse.

De cette façon il restera du temps à consacrer à la partie principale du travail : familiariser l'élève avec l'idée de fonction, ce qui est déjà préparé par l'étude préliminaire de l'Algèbre à la fin de la IV^me^, puisque la variation des expressions algébriques par suite de substitution de différentes valeurs pour les grandeurs diverses qui figurent, s'impose d'elle-même.

2 *b*. Cette habitude de faire intervenir l'idée de fonction doit être entretenue aussi en Géométrie par considération continuelle des modifications qu'éprouve la question par des changements de longueur et position ; par exemple la variation de forme des quadrilatères, variation de position respective de deux cercles, etc. Mais en même temps l'examen des relations trouvées que l'on peut grouper d'après des points de vue divers, constitue un excellent mode d'éducation de la pensée logique dont on fera usage le plus souvent possible ; de même pour la considération des cas de transition et la notion de limite. Pour atteindre ce but il faut exclure du programme

actuel plus d'un point de détail et ne faire que passer sur une foule de choses ; en particulier l'extension des théorèmes établis pour des relations rationnelles ne doit être faite que pratiquement au cas des nombres irrationnels, c'est-à-dire en indiquant la possibilité de rendre aussi petite qu'on le veut l'erreur commise par substitution de nombres rationnels aux irrationnels.

Il ne faut pousser les constructions qu'en rapport intime avec l'enseignement propre; dans l'analyse, il faut surtout veiller à la marche des pensées par lesquelles on parvient à la solution, c'est-à-dire l'analyse doit être conduite psychologiquement; attacher aussi une grande importance à l'habitude de la pensée fonctionnelle (les cas limites sont à discuter spécialement).

De plus, il faudra, à ce moment, relier les mathématiques à la construction, soit par l'introduction de la représentation graphique, soit en expérimentant les rapports réciproques entre lignes et angles.

3° Pour ce qui est de l'enseignement dans les *classes supérieures,* nous pouvons nous borner à quelques remarques.

Dans l'enseignement de la IIme supérieure, l'extension de la notion de puissance par l'introduction des exposants négatifs et fractionnaires doit être réalisée d'une façon essentiellement fonctionnelle, ce qui fournit l'occasion directe de mettre en relation étroite les progressions arithmétiques et géométriques. Dans la Trigonométrie, laisser dans l'ombre toutes les transformations artificielles pour faire place, d'une part, aux applications pratiques, de l'autre, à la conception fonctionnelle des éléments fondamentaux. Emploi de modèles. En terminant la planimétrie par la trigonométrie à l'aide de problèmes choisis d'une façon rationnelle, insister surtout sur la différence entre relations de position et de mesure.

Pour ce qui a trait à l'introduction des éléments du calcul infinitésimal dans la Ire inférieure, la commission l'a considérée simplement comme *éventuelle*, parce que les opinions ne sont pas au clair sur la façon dont elle doit se faire. Jusqu'à une date ultérieure la commission abandonne la décision de ce point aux soins du maître des divers établissements. Il est clair qu'il ne s'agit que de problèmes élémentaires de différentiation et d'intégration. L'introduction de problèmes de Physique, particulièrement de Mécanique, n'a pas seulement en vue la liaison très désirable de la pensée mathématique et physique, mais elle permet aussi de décharger l'enseignement physique très limité par le temps.

Dans la Stéréométrie, l'application du calcul des formules des volumes doit être limitée au profit d'une méthode basée davantage sur l'intuition de l'espace, mettant en relief les principes importants de la Géométrie descriptive. Soigner aussi des exercices de construction simples, pour lesquels on attachera de l'importance à une bonne exécution graphique.

On trouvera aussi l'occasion de mettre à nouveau en lumière des chapitres déjà vus de la planimétrie (similitude, relations harmoniques), en établissant leurs principes par une méthode stéréométrique.

L'étude des coniques en Ire supérieure doit tenir compte, le plus possible, du côté analytique et synthétique de l'objet. A recommander en Géométrie synthétique beaucoup de dessin, afin de faire ressortir la relation de forme entre les coniques et le cône, la dépendance de la position du plan sécant, le rapport de position des foyers et directrices. Les cas limites méritent aussi une attention particulière. La géographie mathématique (en Ire inférieure) et les éléments de l'Astronomie (en II^me^ supérieure), se rattachent aux parties correspondantes de l'enseignement physique.

A l'examen de maturité, on reconnaîtra le plus sûrement le développement mathématique de l'élève et son influence sur son développement général lorsqu'on exigera, au lieu de la résolution de quatre problèmes particuliers comme maintenant, d'une part, une étude d'un thème général, d'autre part, l'étude complète (calcul et dessin) d'un problème.

De même, à l'examen oral, il faudrait donner plus de poids à l'intelligence qu'à la mémorisation d'un grand nombre de formules spéciales.

FRANCE

MODIFICATIONS APPORTÉES AU PLAN D'ÉTUDES DES LYCÉES ET COLLÈGES DE GARÇONS

DU 31 MAI 1902

(Arrêtés des 27, 28 juillet et 8 septembre 1905).

(suite [1]*)*

II. Programmes [2].

Les programmes d'enseignement des mathématiques dans les classes secondaires des lycées et collèges de garçons sont modifiés ainsi qu'il suit :

Cinquième B (4 heures).

Arithmétique.. — Numération décimale. — Addition et soustraction des nombres entiers. — Multiplication des nombres entiers. Produit d'une somme ou d'une différence par un nombre. Produit de facteurs. Puissances. — Division des nombres entiers. Règle pratique. — Caractères de divisibilité par 2, 5, 9, 3. — Nombres premiers. Règles pratiques pour la décomposition d'un nombre en produit de facteurs premiers, pour la recherche du plus grand commun diviseur, du plus petit commun multiple. — Revision du système métrique.

Géométrie (Voir Instructions). — Usage de la règle, de l'équerre, du compas et du rapporteur. — Ligne droite et plan. Angles. Symétrie par rapport à une droite. Triangles. Triangle isocèle. Cas d'égalité des triangles. — Perpendiculaire et obliques. Cas d'égalité des triangles rectangles. — Droites parallèles. Somme des angles d'un triangle, d'un polygone convexe. — Parallélogramme. Rectangle. Losange. Carré. — Cercle. Diamètre. Cordes et arcs. Tangente. — Positions relatives de deux cercles. — Mesure des an-

[1] Pour la première partie, contenant les *Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques,* voir le précédent numéro, pp. 491-497.

[2] Ceux de nos lecteurs qui ne connaissent pas l'organisation de l'enseignement secondaire en France, trouveront un aperçu des différents cycles et divisions dans l'*Enseignement mathématique* du 15 mai 1905, pp. 183 et 184.

Les *Programmes* sont en vente à la librairie Delalain frères, Paris, 115, boul. Saint-Germain.

RÉD.

gles. — Constructions d'angles et de triangles. — Tracé des perpendiculaires et des parallèles. — Constructions de cercles, de tangentes.

Dessin géométrique. — Exécution avec les instruments des constructions expliquées dans le cours de géométrie. — Problèmes et exercices simples se rapportant également au cours de géométrie ; exécution graphique de la solution trouvée. Dessins géométriques dans lesquels entrent des lignes droites et des cercles, empruntés à des motifs de décoration de surfaces planes : parquetages, dallages, mosaïques, vitraux ; lavis à l'encre de Chine et à la couleur de quelques-uns de ces dessins.

Quatrième B (5 heures).

Arithmétique. — Fractions ordinaires. Opérations. — Fractions décimales. Grandeurs directement et inversement proportionnelles. Opérations sur les nombres décimaux. — Règle pratique pour l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou décimal à moins d'une unité décimale d'un ordre donné. — Progressions arithmétiques et géométriques. Somme des termes des progressions limitées. — Méthodes commerciales du calcul de l'intérêt et de l'escompte. Bordereaux d'escompte. Comptes courants. Notions sommaires sur les valeurs.

Géométrie. — Points qui divisent une droite dans un rapport donné. — Lignes proportionnelles. Propriété des bissectrices d'un triangle. — Triangles semblables. Définition du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle. — Définition des figures homothétiques. Polygones semblables. Pantographe. — Relations métriques dans un triangle rectangle. — Constructions de la quatrième proportionnelle et de la moyenne géométrique. — Polygones réguliers : carré, hexagone et triangle équilatéral. — Mesure de la circonférence du cercle (énoncé). — Mesure des aires du rectangle, du parallélogramme, du triangle, des polygones. — Rapport des aires des deux polygones semblables. — Aire du cercle. — Construction de quelques courbes simples, telles que la cissoïde, les conchoïdes, etc.

Dessin géométrique. — Même programme que dans la classe précédente. Ajouter la construction graphique de lieux géométriques et le tracé des courbes à la plume.

Troisième B (4 heures).

Algèbre. — Nombres positifs et négatifs. Opérations. Applications concrètes. — Monômes, polynômes. — Addition, soustraction, multiplication des monômes et des polynômes. Identité :

$$x^m - a^m = (x - a)(x^{m-1} + ax^{m-2} + \dots\dots + a^{m-1}).$$

Division des monômes. — Equations numériques du premier degré à une ou deux inconnues. — Variation et signe de l'expression $ax + b$; représentation graphique. — Equations du second degré. Relations entre les coefficients et les racines.

Variations du trinôme du second degré, de la fonction $\dfrac{ax + b}{a'x + b'}$; représentation graphique.

Usage des tables de logarithmes et d'antilogarithmes à quatre décimales. Intérêts composés.

Géométrie. — Du plan et de la droite dans l'espace. — Angle dièdre. Droites et plans parallèles. Droite et plan perpendiculaires. — Projection d'un polygone, d'un cercle ; ombres d'une figure plane sur un plan en géométrie cotée. — Définition des angles polyèdres, du prisme, de la pyramide. — Projections, ombres propres et portées sur un plan. — Surfaces et volumes du prisme et de la pyramide. — Cône, cylindre, plan tangent. — Sphère, cône et cylindre circonscrits. Surfaces de révolution. Sections planes de la sphère. Pôles. — Ombres propres et portées sur un plan. — Surfaces et volumes du cône et du cylindre de révolution. — Surface et volume de la sphère (énoncé). — Indications propres à faciliter l'exécution du lavis. — Levé des plans, arpentage, nivellement.

Seconde (C, D) (5 heures).

Algèbre. — Opérations sur les nombres positifs ou négatifs. — Monômes ; polynômes ; termes semblables.

Opérations : Addition, soustraction, multiplication des monômes et des polynômes. — Identité :

$$x^m - a^m = (x - a)(x^{m-1} + ax^{m-2} + \ldots\ldots + a^{m-1}).$$

Division des monômes. — Résolution des équations du premier degré à une inconnue. Inégalité du premier degré. Résolution et discussion de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Problèmes ; mise en équation. Discussion des résultats.

Variation de l'expression $ax + b$; représentation graphique.

Equation du second degré à une inconnue (on ne fera pas la théorie des imaginaires). Relations entre les coefficients et les racines.

Existence et signe des racines. Etude du trinôme du second degré.

Inégalité du second degré. Problèmes du second degré. Variation du trinôme du second degré ; représentation graphique.

Variation de l'expression $\dfrac{ax + b}{a'x + b'}$; représentation graphique.

Notion de la dérivée ; signification géométrique de la dérivée. Le signe de la dérivée indique le sens de la variation ; applications à des exemples numériques très simples et en particulier aux fonctions étudiées précédemment.

Progressions arithmétiques et progressions géométriques. Logarithmes. Usage des tables de logarithmes à quatre ou cinq décimales. — Intérêts composés.

Géométrie (figures planes). — *Ligne droite et plan.* — Angles, sens d'un angle. Droites perpendiculaires. — Triangles. Triangle isocèle. Cas d'égalité des triangles. — Perpendiculaire et obliques. Triangle rectangle. Cas d'égalité. — Définition d'un lieu géométrique. Lieu géométrique des points équidistants de deux points ou de deux droites. — Droites parallèles. — Somme des angles d'un triangle, d'un polygone convexe,— Parallélogrammes.

Nota. — Pour ce qui est des logarithmes, on se proposera essentiellement de familiariser les élèves avec l'usage des tables.

Les professeurs pourront donner des indications très sommaires sur la théorie déduite soit de l'étude des progressions, soit de l'étude des exposants.

— Figures symétriques par rapport à un point ou à une droite. Deux figures planes symétriques sont égales. — Translation d'une figure plane de forme invariable.

Cercle. — Intersection d'une droite et d'un cercle. — Tangente au cercle; les deux définitions de la tangente. — Arcs et cordes. — Positions relatives de deux cercles. — Mesure des angles. — Mouvement de rotation autour d'un point. Tout déplacement d'une figure plane de forme invariable dans son plan se ramène à une rotation ou à une translation.

Longueurs proportionnelles. — Points partageant un segment dans un rapport donné. Définition de la division harmonique. — Triangles semblables. — Toute parallèle à l'un des côtés d'un triangle divise les deux autres côtés en parties proportionnelles. Réciproque. Définition d'un faisceau harmonique.

Propriétés des bissectrices d'un triangle. Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à deux points fixes est constant.

Notions simples sur l'homothétie. Polygones semblables. Sinus, cosinus tangente et cotangente des angles compris entre 0 et 2 droits. Relations métriques dans un triangle rectangle et dans un triangle quelconque. Lignes proportionnelles dans le cercle. Quatrième proportionnelle; moyenne proportionnelle,

Polygones réguliers. Inscription dans le cercle du carré, de l'hexagone, du triangle équilatéral, du décagone, du pentédécagone, Deux polygones réguliers d'un même nombre de côtés sont semblables. Rapports de leurs périmètres. Longueur d'un arc de cercle. Rapport de la circonférence au diamètre. Calcul de π. (On se bornera à la méthode des périmètres.)

Aire des polygones; aire du cercle. — Mesure de l'aire du rectangle, du parallélogramme, du triangle, du trapèze, d'un polygone quelconque. — Rapport des aires de deux polygones semblables. — Aire d'un cercle, d'un secteur et d'un segment du cercle. Rapport des aires de deux cercles.

Notions d'arpentage. Usage de la chaîne et de l'équerre d'arpenteur.

Première C et D (5 heures).

Géométrie. — Plan et ligne droite. — Détermination d'un plan. — Parallélisme des droites et des plans. — Droite et plan perpendiculaires. — Propriétés de la perpendiculaire et des obliques menées d'un même point à un plan. — Angle dièdre. Sens. Angle plan correspondant à un angle dièdre.

Plans perpendiculaires entre eux. — Projection d'une aire plane.

Translation. Rotation autour d'un axe. Symétrie par rapport à une droite. Symétrie par rapport à un point. Symétrie par rapport à un plan. Ce second mode de symétrie se ramène au premier.

Angles trièdres. Disposition des éléments. Trièdres symétriques. Chaque face d'un trièdre est moindre que la somme des deux autres. Limites de la somme des faces d'un angle polyèdre convexe.

Trièdres supplémentaires. Applications. — Cas d'égalité des trièdres.

Homothétie. Sections planes parallèles d'angles polyèdres. Aires.

Polyèdres. Polyèdres homothétiques, polyèdres semblables. Prismes. Pyramide.

Notions sommaires sur les symétries du cube et de l'octaèdre régulier.

Volumes des parallélépipèdes et des prismes. Volume de la pyramide.

Volume du tronc de pyramide à bases parallèles. Volume du tronc de prisme taiangulaire.

Rapport des volumes de deux polyèdres semblables.

Deux polyèdres symétriques sont équivalents.

Cylindre à base circulaire. Plan tangent.

Cône à base circulaire. Plan tangent. Sections parallèles à la base.

Surfaces de révolution simples : cylindre, cône.

Sphère. Sections planes. Pôles. Plan tangent. Cône et cylindre circonscrits.

Surface latérale du cylindre et du cône de révolution.

Volume du cylindre et du cône à base circulaire.

Aire de la zone. Aire de la sphère. Volume de la sphère.

Géométrie descriptive. — Projection et cote d'un point. — Représentation de la droite. Pente. Distance de deux points. Droites concourantes. Droites parallèles. — Représentation du plan. Echelle de pente. Plans parallèles. — Rabattement sur un plan horizontal. Angle de deux droites. Distance d'un point à une droite. — Intersections de droites et de plans. Application aux problèmes d'ombres et de sections planes de prismes et de pyramides. — Droites et plans perpendiculaires. Distance d'un point à un plan. — Angle d'une droite et d'un plan. Angle de deux plans. Application à la construction de polyèdres simples. — Représentation du point, de la droite et du plan à l'aide de deux plans de projection. — Intersections de droites et de plans. Droites et plans parallèles. — Droites et plans perpendiculaires. — Rabattement d'un plan sur un plan horizontal. — Changement du plan vertical.

Reprendre les problèmes précédemment énoncés relatifs aux distances, angles, ombres et sections planes.

Trigonométrie. — Fonctions circulaires (sinus, cosinus, tangente et cotangente). Relations entre les fonctions circulaires d'un même arc. Calcul des fonctions circulaires de quelques arcs : $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, etc. — Théorie des projections. — Formules d'addition pour le sinus, le cosinus et la tangente. — Expression de $\sin 2a$, $\cos 2a$, $tg\, 2a$ — Toutes les fonctions circulaires de l'arc a s'expriment rationnellement en fonction de $tg \frac{a}{2}$. Connaissant $\cos a = b$, trouver les valeurs du *sin* et du *cos* des arcs $\frac{a}{2}$; choix des valeurs correspondantes à un arc a donné.

Connaissant $tg\, a$, trouver les valeurs des *tg* des arcs $\frac{a}{2}$; choix de la valeur correspondante à un arc a donné.

Transformer en produit la somme ou la différence de deux fonctions circulaires, sinus, cosinus ou tangentes. Problème inverse. Expression de la forme

$$a \cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t + \beta)$$

où t désigne la seule variable.

Usage des tables de logarithmes à quatre ou cinq décimales.

Résolution des triangles rectangles. — Résolution ou discussion de quelques équations trigonométriques simples. — Relations entre les côtés et les angles d'un triangle. Résolution des triangles.

Algèbre. — Equation et trinôme du second degré. Cas où la variable est une ligne trigonométrique. — Calcul des dérivées de fonctions simples. Etude des variations et de la représentation graphique.

Etude d'un mouvement rectiligne au moyen de la théorie des dérivées. Vitesse et accélération. Mouvement uniformément varié.

(Les professeurs devront appliquer les théories de l'algèbre à de nombreux exemples empruntés soit à l'algèbre, soit à la trigonométrie, soit à la géométrie.)

Classe de Mathématiques (8 heures).

Arithmétique. — Numération décimale. — Addition, soustraction, multiplication et division des nombres entiers. Théorèmes fondamentaux concernant ces opérations. Explication des règles pratiques pour effectuer les opérations.

On ne change pas le reste d'une somme, d'une différence, d'un produit, en augmentant ou en diminuant un terme ou un facteur d'un multiple du diviseur. Restes de la division d'un nombre entier par 2, 5, 4, 25, 8, 125, 9, 3, 11. Caractères de divisibilité par chacun de ces nombres.

Plus grand commun diviseur de deux ou plusieurs nombres. Nombres premiers entre eux.

Tout nombre qui divise un produit de deux facteurs et qui est premier à l'un de ces facteurs divise l'autre.

Plus petit commun multiple de deux ou plusieurs nombres.

Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers. Décomposition d'un nombre entier en un produit de facteurs premiers. Cette décomposition ne peut s'effectuer que d'une seule façon. Composition du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple de deux ou plusieurs nombres décomposés en facteurs premiers.

Fractions ordinaires. — Réduction d'une fraction à sa plus simple expression. Réduction de plusieurs fractions au même dénominateur. Plus petit dénominateur commun. Opérations sur les fractions ordinaires.

Nombres décimaux. Opérations (en considérant les fractions décimales comme cas particulier des fractions ordinaires). Calcul d'un quotient à une approximation décimale donnée.

Réduction d'une fraction ordinaire en fraction décimale; condition de possibilité. Lorsque la réduction est impossible, la fraction ordinaire peut être regardée comme la limite d'une fraction décimale périodique illimitée.

Carré d'un nombre entier ou fractionnaire; composition du carré de la somme de deux nombres. Le carré d'une fraction n'est jamais égal à un nombre entier. Définition et extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou fractionnaire à une approximation décimale donnée.

Système métrique. Exercices.

Rapport de deux nombres. Rapports égaux. Partage en parties proportionnelles.

Mesure des grandeurs. Définition du rapport de deux grandeurs de même espèce. Théorème : Le rapport de deux grandeurs de même espèce est égal au quotient des nombres qui les mesurent.

Grandeurs directement ou inversement proportionnelles. Problèmes.

Définition de l'erreur absolue et de l'erreur relative. Détermination de la limite supérieure de l'erreur commise sur une somme, une différence, un produit, un quotient, connaissant les limites supérieures des erreurs dont les données sont entachées.

Algèbre. — Nombres, positifs et négatifs. Opérations sur ces nombres.

Monômes, polynômes ; addition, soustraction, multiplication et division des monômes et des polynômes.

Principes relatifs à la résolution des équations. — Equations du premier degré.

Equation du second degré à une inconnue. (On ne développera pas la théorie des imaginaires.) Equations simples qui s'y ramènent.

Inégalités du premier et du second degré. — Problèmes du premier et du second degré.

Progressions arithmétiques et progressions géométriques. Somme des carrés et des cubes des n premiers nombres entiers.

Logarithmes vulgaires. Usage des tables à cinq décimales. — Intérêts composés et annuités.

Coordonnées d'un point. Représentation d'une droite par une équation du premier degré. Coefficient angulaire d'une droite. — Construction d'une droite par son équation.

Variations et représentations graphiques des fonctions :

$$y = ax + b \; ; \; y = \frac{ax + b}{a'x + b'} \; ; \; y = ax^2 + bx + c \; ;$$
$$y = ax^4 + bx^2 + c.$$

Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de la racine carrée d'une fonction, de $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$.

Application à l'étude de la variation, à la recherche des maxima ou des minima de quelques fonctions simples, en particulier des fonctions de la forme

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c} \; ; \; x^3 + px + q,$$

où les coefficients ont des valeurs numériques.

Dérivée de l'aire d'une courbe regardée comme fonction de l'abscisse. (On admettra la notion d'aire.)

[Le professeur laissera de côté toutes les questions subtiles que soulève une exposition rigoureuse de la théorie des dérivées ; il aura surtout en vue les applications et ne craindra pas de faire appel à l'intuition.]

Trigonométrie. — Fonctions circulaires. Addition et soustraction des arcs. Multiplication et division par 2. — Résolution des triangles.

Applications de la trigonométrie aux diverses questions relatives au levé des plans.

[On ne parlera pas de la construction des tables trigonométriques.]

Géométrie. — Droite. Angles. Parallélisme. Polygones. Cercle.

Plan ; droites et plans. Angles dièdres ; angles polyèdres.

Translation. Rotation. Symétries.

Homothétie et similitude. Relations métriques. Polygones réguliers.

Prisme, pyramide, cylindre, cône, sphère.

Aires et volumes.

Puissance d'un point par rapport à un cercle et par rapport à une sphère. Axes radicaux. Plans radicaux.

Polaire d'un point par rapport à un cercle; plan polaire d'un point par rapport à une sphère.

Inversion. Applications. Appareil de Peaucellier. Projection stéréographique.

Vecteurs. — Projection d'un vecteur sur un axe; moment linéaire par rapport à un point; moment par rapport à un axe.

Somme géométrique d'un système de vecteurs; moment résultant par rapport à un point; somme de moments par rapport à un axe.

Application à un couple de vecteurs.

Projections centrales. — Plan du tableau. Perspective d'un point, d'une droite, d'une ligne. Point de fuite d'une droite. Perspective de deux droites parallèles. Ligne de fuite d'un plan. Conception de la droite à l'infini d'un plan.

Coniques. — *Ellipse.* — Tracé; tangente; problèmes simples sur les tangentes. Equation de l'ellipse rapportée à ses axes. Ellipse considérée comme projection du cercle; problèmes simples sur les tangentes; intersection de l'ellipse et d'une droite.

Hyperbole. — Tracé; tangente, asymptotes; problèmes simples sur les tangentes. Equation de l'hyperbole rapportée à ses axes.

Parabole. — Tracé, tangente; problèmes simples sur les tangentes. Equation de la parabole rapportée à son axe et à la tangente au sommet.

Définition commune de ces courbes au moyen d'un foyer et d'une directrice.

Sections planes d'un cône ou d'un cylindre de révolution.

Géométrie descriptive. — Rabattements. Changement d'un plan de projection; rotation autour d'un axe perpendiculaire à un plan de projection.

Application aux distances et aux angles: distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan; plus courte distance de deux droites, dont l'une est verticale ou debout ou de deux droites parallèles à un même plan de projection; perpendiculaire commune à ces droites. Angle de deux droites; angle d'une droite et d'un plan; angle de deux plans.

Projection du cercle. Sphère; section plane, intersection avec une droite. Cône et cylindre à directrice circulaire; plan tangent passant par un point ou parallèle à une droite; ombres; contours apparents; sections planes. Cônes et cylindres circonscrits à la sphère. Ombres.

Représentation d'une surface par des courbes de niveau. Cote d'un point de la surface dont la projection horizontale est donnée. Pente d'une ligne tracée sur une surface. Lignes d'égale pente. Lignes de plus grande pente.

Application des considérations précédentes aux cartes topographiques.

Planimétrie et nivellement. Lignes et teintes conventionnelles. Lecture d'une carte et en particulier de la carte d'Etat-major. Usage de la carte sur le terrain.

Cinématique. — Unités de longueur et de temps. — Du mouvement. Sa relativité. Trajectoire d'un point. — Exemples de mouvement.

Mouvement rectiligne: Mouvement uniforme; vitesse, sa représentation par un vecteur. Mouvement varié; vitesse moyenne; vitesse à un instant donné, sa représentation par un vecteur; accélération moyenne; accélération à un instant donné, sa représentation par un vecteur. Mouvement uniformément varié.

Mouvement curviligne. — Vitesse moyenne, vitesse à un instant donné définies comme vecteurs. Valeur algébrique de la vitesse. Hodographe. Accélération.

Mouvement circulaire uniforme, vitesse angulaire ; projection sur un diamètre, mouvement oscillatoire simple sur une droite.

Changement du système de comparaison. Composition des vitesses.

Exemples et applications (ne pas insister sur les applications purement géométriques).

Mouvement de translation d'un corps solide. Glissières rectilignes.

Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe. Arbres et coussinets. Pivots et crapaudines. Gonds et charnières.

Etude géométrique de l'*hélice*. Mouvement hélicoïdal d'un corps. Vis et écrou.

Transformations simples de mouvements étudiées au point de vue pratique : courroies de transmission, roues dentées, bielles et manivelles. (On n'étudiera pas le détail des mécanismes.)

Dynamique et Statique. — Point matériel. — Inertie. Force : sa représentation par un vecteur. Masse. Indépendance des effets des forces. Composition des forces.

Equilibre d'un point matériel libre. Equilibre d'un point matériel sur une courbe ou sur une surface. Equilibre d'un point matériel sur un plan quand on tient compte du frottement.

Mouvement d'un point pesant libre suivant une verticale.

Mouvement parabolique d'un point pesant.

Frottement de glissement. Mouvement d'un point pesant sur la ligne de plus grande pente d'un plan, avec ou sans frottement.

Travail d'une force appliquée à un point matériel. Unité de travail.

Travail d'une force constante, d'une force variable. Travail élémentaire.

Travail total. Evaluation graphique. Travail de la résultante de plusieurs forces. Théorème des forces vives pour un point matériel. Exemples simples.

Forces appliquées à un corps solide. — Forces parallèles Centre des forces parallèles. Centre de gravité. Sa recherche dans quelques cas simples : triangle, trapèze, quadrilatère, prisme, pyramide.

Couples, composition des couples.

Réduction des forces appliquées à un solide à deux forces ou à une force et à un couple.

Conditions d'équilibre d'un corps solide. Cas de trois forces, de forces parallèles, de forces situées dans un même plan.

Equilibre d'un corps mobile autour d'un axe fixe, d'un point fixe ou bien assujetti à reposer sur un plan fixe.

Machines simples à l'état de repos et à l'état de mouvement. — Levier. Charge du point d'appui. Treuil. Poulie fixe et poulie mobile.

Moufles, cric, plan incliné.

On vérifiera que si une machine simple est en mouvement, les conditions d'équilibre étant remplies à chaque instant, le travail élémentaire de la puissance est égal et de signe contraire à celui de la résistance.

Enoncé du théorème général des forces vives. Application aux machines.

Travail moteur et travail résistant.

Résistances passives. Frottement.

Travail des résistances passives. Rendement d'une machine.

Indications sur l'emploi des volants et des freins.

Cosmographie. — Sphère céleste. Distance angulaire. Hauteur et distance zénithale. Théodolite. — Lois du mouvement diurne. Méridien. Pôle. Jour sidéral. — Ascension droite et déclinaison. Lunette méridienne.

Terre. Coordonnées géographiques. — Dimensions et relief de la Terre. — Mappemonde. Cartes.

Soleil. Mouvement propre apparent sur la sphère céleste. Ecliptique. Inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes. Saisons. Année tropique et année sidérale.

Heure sidérale ; heure moyenne ; heure légale. — Calendriers julien et grégorien.

Lune. Mouvement propre apparent sur la sphère céleste. Phases. — Rotation. Variation du diamètre apparent. — Eclipses de Lune et de Soleil.

Planètes. Système de Copernic. — Lois de Képler.

Loi de Newton et ses conséquences. — Notions sommaires sur les distances, les dimensions, la constitution physique du soleil, des planètes et de leurs satellites. Comètes ; étoiles filantes ; bolides. — Etoiles ; constellations. Nébuleuses. Voie lactée.

Quatrième A — (2 heures normales).

Arithmétique. — Produit d'une somme ou d'une différence par un nombre. Produit de facteurs. Puissance.

Caractères de divisibilité par 2, 5, 9, 3.

Nombres premiers. Règles pratiques pour la décomposition d'un nombre en produit, de facteurs premiers, pour la recherche du P. G. C. D., du P. P. C. M.

Proportions. Exercices sur le système métrique, les fractions et les grandeurs directement et inversement proportionnelles. Règle pratique pour l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier ou décimal à moins d'une unité décimale d'un ordre donné.

Géométrie (Voir les Instructions). Usage de la règle, de l'équerre, du compas et du rapporteur.

Ligne droite et plan. Angles.

Triangles. Triangle isocèle. Cas d'égalité des triangles.

Perpendiculaire et obliques. Cas d'égalité des triangles rectangles.

Droites parallèles. Somme des angles d'un triangle, d'un polygone convexe. — Parallélogramme. Rectangle. Losange. Carré.

Cercle. Cordes et arcs. Tangente. — Positions relatives de deux cercles.

Mesure des angles.

Constructions élémentaires sur la droite et le cercle

Troisième A (3 heures normales).

Arithmétique. — Exercices sur le système métrique et les grandeurs directement et inversement proportionnelles.

Algèbre. — Nombres positifs et négatifs. Opérations. Applications concrètes. — Monômes ; polynômes. — Addition, soustraction, multiplication des monômes et des polynômes. Identité :

$$x^3 - a^3 = (x - a)\ (x^2 + ax + a^2)$$

Division des monômes. — Equations numériques du premier degré à une ou à deux inconnues ; inégalité du premier degré à une inconnue.

Géométrie. — Problèmes et interrogations sur le programme de la classe précédente.

Points qui partagent une droite dans un rapport donné. — Lignes proportionnelles.

Triangles semblables. Définitions du sinus, du cosinus, de la tangente et de la cotangente d'un angle.

Définition des figures homothétiques. Polygones semblables. Pantographe.

Relations métriques dans un triangle rectangle.

Propriétés des sécantes dans le cercle. — Constructions de la quatrième proportionnelle et de la moyenne proportionnelle.

Polygones réguliers : carré, hexagone et triangle équilatéral.

Mesure de la circonférence du cercle (énoncé).

Mesure des aires du rectangle, du parallélogramme, du triangle, du trapèze, des polygones, du cercle.

Rapport des aires de deux polygones semblables.

Seconde A, B (2 heures pendant le premier semestre).

Algèbre. — Exercices sur les équations du premier degré et la représentation des variations de la fonction $ax + b$.

Géométrie. — Du plan et de la droite dans l'espace.

Angle dièdre. Droites et plans parallèles. Droite et plan perpendiculaires.

Définitions des angles polyèdres, de la pyramide, du prisme.

Enoncé des règles relatives aux surfaces et aux volumes des prismes, pyramides, cylindres, cônes et sphères.

Première A, B (2 heures pendant le second semestre).

Algèbre. — Exercices sur les équations numériques du premier degré a une ou plusieurs inconnues, et du second degré à une inconnue; représentation des variations de x^2 et $\frac{1}{x}$.

Géométrie. — Mesure des angles. Figures planes semblables. Définition du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle compris entre 0 et 2 droits.

Relations métriques dans le triangle et dans le cercle. Mesure des aires planes.

Enoncé des règles relatives aux surfaces et aux volumes des prismes, pyramides, cylindres, cônes et sphères.

Classe de Philosophie
(2 heures pour les mathématiques; 1 demi-heure pour la cosmographie).

Mathématiques. — Rappel des principales règles relatives au calcul des nombres positifs ou négatifs; développements de $(a + b)^2$, $(a+b)^3$; idendité :

$$a^{n+1} - b^{n+1} = (a - b)\,(a^n + a^{n-1}\,b + \ldots\ldots + b^n).$$

Notions sur l'algèbre géométrique des Grecs : représentation d'un nombre par une ligne, d'un produit par la surface d'un rectangle; figures équivalentes aux identités :

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2\,ab + b^2, \quad \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = a\,b.$$

Carré construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle.

Construction d'un rectangle ayant un côté donné et équivalent à un rectangle donné.

Construction d'un rectangle équivalent à un carré donné, connaissant la somme ou la différence de ses côtés ; expressions de ces côtés qui résultent de la construction.

Résolution algébrique de l'équation du second degré. Application au problème précédent ; comparaison des résultats.

Avantages de la notation moderne et en particulier de l'introduction des nombres positifs et négatifs.

Détermination, au moyen de deux nombres positifs ou négatifs, d'un point d'un plan; représentation inverse d'un système de deux nombres ou moyen d'un point d'un plan.

Extension de la notion de coordonnées; longitude et latitude d'un point d'une sphère.

Représentation graphique de la variation d'un phénomène qui dépend d'une seule variable ; courbes des températures, des pressions; application à la statistique. Notion de fonctions; représentation graphique de fonctions très simples :

$$y = a\,x, \quad y = a\,x + b, \quad y = x^2, \quad y = x^3, \quad y = \frac{1}{x}.$$

Construction d'une droite définie par une équation numérique du premier degré entre x, y; coefficient angulaire[1], ordonné à l'origine. Coefficient angulaire de la droite qui joint deux points.

Usage du papier quadrillé. Résolution de deux équations numériques du premier degré à deux inconnues par l'intersection de deux droites, des équations numériques de la forme :

$$x^2 + p\,x + q = 0, \quad x^3 + p\,x + q = 0$$

par l'intersection des courbes (une fois tracées), ayant pour équations :

$$y = x^2, \quad y = x^3$$

avec la droite dont l'équation est $y + p\,x + q = 0$.

Graphique des chemins de fer.

Courbes fournies par les appareils enregistreurs.

Construction de quelques courbes simples définies géométriquement; équations de ces courbes.

Notion de la tangente et de la dérivée. Exemples de tangentes obtenues géométriquement comme limites d'une sécante (cercle, parabole). Coefficient angulaire de la tangente : applications à quelques cas simples :

$$y = x^2, \quad y = x^3, \quad y = \frac{1}{x}.$$

Notions sur l'usage de la dérivée pour reconnaître le sens de la variation d'une fonction.

---

[1] Le coefficient angulaire sera défini comme étant le coefficient de x dans l'équation résolue par rapport à y, ou comme l'ordonnée du point d'abscisse égale à l'unité de la parallèle menée par l'origine.

Evaluation approximative de l'aire d'une courbe tracée sur du papier quadrillé en comptant les carrés contenus à l'intérieur de la courbe : limite de l'erreur fournie par le nombre des carrés que traverse la courbe; cette erreur peut être rendue très petite en employant un quadrillage très fin.

Aire du triangle obtenue comme la limite commune de deux sommes de rectangles dont l'une est inférieure, l'autre supérieure à l'aire cherchée. Aire de la parabole. Problème inverse de la recherche d'une dérivée. Aire d'un triangle, ou d'une parabole, obtenue par la recherche d'une fonction dont la dérivée par rapport à x est ax ou ax^2.

Application de la méthode infinitésimale à l'évaluation des volumes ou des surfaces des corps considérés en géométrie élémentaire.

Conseils généraux. — Le professeur n'oubliera pas que les élèves auxquels il s'adresse n'ont pas l'habitude des mathématiques; il évitera donc toute théorie abstraite; il ne mettra pas en avant les idées générales, mais cherchera à les faire ressortir sur des exemples particuliers développés avec la lenteur et le détail qu'il jugera nécessaires pour être bien suivi. Le programme précédent est destiné à le guider, mais ce n'est pas un programme strict. Le maître sera libre d'en développer plus ou moins certaines parties suivant l'aptitude de ses élèves, suivant l'intérêt qu'il aura su exciter en eux. Ces observations concernent en particulier les applications qui sont mentionnées à la fin du programme et qui, dans tous les cas, devront être traitées largement, sans trop s'attacher à la rigueur.

Il est recommandé au maître d'introduire dans son enseigement quelques notions historiques; ainsi il pourra parler de la méthode d'exhaustion chez les anciens (Euclide, Archimède) et donner quelques détails sur l'invention du calcul différentiel et intégral. Son but est de contribuer au développement philosophique de ses élèves en leur faisant acquérir des idées importantes.

Cosmographie. — Système de Copernic. — Le Soleil. Ses dimensions, sa distance à la Terre. Constitution physique, rotation, taches.
Notions sommaires sur les planètes. — La Terre. Forme et dimensions. Rotation, pôles, équateur, méridiens, parallèles. Longitude. Latitude.

La Lune. Mouvement. Constitution physique.

Comètes. Etoiles filantes. Bolides. — Etoiles. Nébuleuses. Voie lactée.

Les programmes ci-dessus seront obligatoires :

A partir de l'*année scolaire* 1905-1906, pour les classes de **Cinquième B** et **Quatrième A** (1er cycle), ainsi que pour la classe de **Seconde A, B, C, D** (2e cycle);

A partir de l'*année scolaire* 1906-1907, pour les classes de **Quatrième B** et **Troisième A** (1er cycle), ainsi que pour la classe de **Première A, B, C, D** (2e cycle);

A partir de l'*année scolaire* 1907-1908, pour la classe de **Troisième** (1e cycle), ainsi que pour les classes de **Philosophie** et de **Mathématiques** (2e cycle).

Cours universitaires.

Semestre d'hiver 1905-1906.

(Suite.)

Cambridge; *University.* — *Michaelmas term,* 1905. — A. R. Forsyth : Partial differential equations, 3 hours. — G. H. Darwin : Theory of potential and attractions, 3. — Sir R. S. Ball : Planetary theory, 3. — J. Larmor :

Electricity and magnetism, 3. — J. J. THOMSON : Properties of matter, 3 ; Electricity and matter, 2. — B. HOPKINSON : Applied mathematics, 2 ; Electricity, 2. — E. W. HOBSON : Vibrations and sound, 3. — H. F. BAKER : Introduction to theory of functions, 3 ; Solid geometry, 3. — H. W. RICHMOND : Analytic geometry, 3. — E. T. WHITTAKER : Theory of optical instruments, 3. — A. N. WHITEHEAD : Principles of mathematics. — A. BERRY : Elliptic functions, Bessel functions and Fourier series, 3. — MONRO : Hydrodynamics and sound, 3. — J. H. GRACE : Invariants and geometric applications, 3. — BARNES : Gamma functions, 3.

Lent term, 1906. — A. R. FORSYTH : Partial differential equations, II, 3. — G. H. DARWIN : Dynamical astronomy (elementary), 3. — Sir R. S. BALL : An elementary course on quaternions, 3. — J. LARMOR : Electrodynamics with optical applications, 3. — J. J. THOMSON : Electricity and magnetism, 3 ; Discharge of electricity through gases, 2. — B. HOPKINSON : Applied mathematics, II, 2 ; Electricity, II, 2. — E. W. HOBSON : Harmonic analysis, 3. — H. F. BAKER : Theory of Functions, 3 ; Analysis, 3. — E. T. WHITTAKER : The differential equations of applied mathematics, 3. — H. W. RICHMOND : Analytical geometry, 3. — R. A. HERMAN : Hydrodynamics, two courses, each three hours. — A. N. WHITEHEAD : Symbolic logic and its applications to mathematics. — A BERRY : Elliptic functions, 3, — C. T. BENNETT : Line geometry, 3. — E. W. BARNES : Linear differential equations, 3.

Easter term, 1906. — A. R. FORSYTH : Partial differential equations, III, 3. — J. LARMOR : Theory of gases and thermodynamics, 2. — J. J. THOMSON : Electricity and magnetism, 3. — E. W. HOBSON : Theory of the continuum, 3. — H. F. BAKER : Theory of functions, 3 ; Analysis, 3. — W. L. MOLLISON : Theory of potential and electrostatics, 3. — A. N. WHITEHEAD : Non-euclidean geometry, 3. — A. BERRY : Transformation of elliptic functions, 3. — HARDY : Integral functions.

Long vacation, 1906. — RICHMOND : Geometry, 3. — COATES : Electricity and magnetism. — LEATHEM : Physical optics. – YOUNG : Theory of invariants.

Oxford ; *University*. — Lecture List for Hilary Term, 1906 (à partir du 22 janvier). Mathematics. — W. ESSON : Comparison of analytic and synthetic methods in the theory of conics, 2 ; Synthetic geometry of cubics, 1. — E. B. ELLIOT : Elements of elliptic functions, 2 ; Theory of numbers, 1. — H. H. TURNER : Elementary mathematical astronomy, 2. — H C. PLUMMER : Practical work, observatory. — A. E. H. LOVE : Theory of the potential, 2 ; Elements of the differential and integral calculus, 2. — J. W. RUSSELL : Algebra of quantics, 2. — P. J. KIRKBY : Higher algebra, 1. — A. L. DIXON : Calculus of finite differences, 1. — J. E. CAMPBELL : Differential geometry, 2. — C. H. SAMPSON : Higher solid geometry (continued), 2. — C. H. THOMPSON : Dynamics of a particle, 3. — H. T. GERRANS : Hydrodynamics, 2. — C. E. HASELFOOT : Geometrical optics, 2 — A. L. PEDDER : Trigonometry, 1. — C. LEUDESDORF : Geometry (maxima and minima, inversion, &c.), 2. — A. E. JOLIFFE : Analytical geometry (continued), 2. — R. F. McNEILE : Integral calculus, 2. — E. H. HAYES : Elementary mechanics. 3.

Paris ; *Collège de France* (cours du 1er semestre 1904-1905). — Mécanique analytique et mécanique céleste ; M. HADAMARD, suppléant : Equations aux dérivées partielles de la mécanique des milieux continus (2 leçons par semaine). — Mathématiques ; M. HUMBERT, suppléant : Transformation des fonctions elliptiques et abéliennes (2 leçons par semaine). — Physique générale et mathématique; M. Brillouin : Théories moléculaires de la matière et particulièrement la théorie dynamique des gaz, en tenant compte des échanges d'énergie entre l'éther et la matière (1 leçon). Principales méthodes mathématiques de la physique générale appliquées à l'Elasticité et à l'Acoustique (1 leçon).

BIBLIOGRAPHIE

Annuaire pour l'An 1906 publié par le bureau des Longitudes, avec Notices scientifiques. — 1 vol. in-16 de près de 900 p. avec figures ; prix : 1 fr. 50 (franco, 1 fr. 85) ; Gauthier-Villars, Paris.

La librairie Gauthier-Villars vient de publier, comme chaque année, l'*Annuaire du Bureau des Longitudes,* pour 1906. — On sait que ce petit volume compact fournit une foule de renseignements indispensables à l'ingénieur et à l'homme de Science. Cette année nous signalons tout spécialement la Notice de M. G. Bigourdan : *Les éclipses de Soleil. Instructions sommaires sur les observations que l'on peut faire pendant ces éclipses,*

René Baire. — **Leçons sur les fonctions discontinues,** professées au Collège de France et rédigées par A. Denjoy. — 1 vol. gr. in-8° de VIII-126 pages ; prix : 3 fr. 50 ; Gauthier-Villars, Paris.

Les fonctions discontinues sont-elles d'une nature totalement différente des fonctions continues ? Des considérations physiques extrêmement simples ont montré depuis longtemps qu'il n'en était rien. On peut chauffer une barre de façon tout à fait arbitraire et dans ces conditions la température peut être initialement une fonction discontinue de l'abscisse mais, dès que la barre sera abandonnée à elle-même, la température tendra à s'uniformiser d'un point à l'autre et sera une fonction continue de l'abscisse pour tout instant postérieur à l'instant initial. Remontons maintenant dans le temps en inversant les lois de la conductibilité thermique et nous concevons la possibilité de considérer la fonction discontinue primitive comme limite de fonctions continues. C'est là le premier point dont, s'occupe M. R. Baire mais dans un esprit très différent de ce qui précède. C'est au point de vue analytique seul qu'il considère le discontinu comme limite du continu. D'ailleurs les fonctions analogues à celle à laquelle nous venons de faire allusion ne rentrent que comme cas particulier dans celles considérées par l'auteur lesquelles peuvent exister lorsque la variable est dans un ensemble beaucoup plus général que celui des points d'un segment. A ce dernier point de vue, M. Baire a dû ajouter notablement à la théorie des ensembles ; on lui doit non seulement de beaux résultats mais de nombreuses définitions. Particulièrement intéressante est la considération des nombres *transfinis,*