

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 7 (1905)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE  
  
**Rubrik:** BIBLIOGRAPHIE

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## BIBLIOGRAPHIE

---

**Atti del Congresso internazionale di Scienze storiche** (Roma, 1-9 Aprile 1903) Vol. XII. Atti della Sezioni VIII: Storia delle Scienze fisiche, matematiche, naturali e mediche. — Un vol. in-8°, XXIV 330 p., ; prix: L. 10.— ; Tipografia d. R. Accademia dei Lincei, Revue, 1904.

*L'Enseignement mathématique* a publié un rapport très complet sur *les travaux mathématiques au Congrès des Sciences historiques, tenu à Rome en 1903*; il avait été rédigé par notre distingué collaborateur M. Ernest LEBON, Délégué par le ministre français de l'Instruction publique. Nous pouvons donc nous borner à signaler simplement par leur titre les mémoires mathématiques contenus dans le t. XII des Comptes rendus du Congrès. Nous relevons d'abord dans les rapports les titres suivants:

TANNERY: Propositions ayant pour but d'activer le progrès de l'Histoire des sciences.

BARDUZZI, GIACOSA, LORIA: In quale modo ed in quale misura la Storia della scienza possa costituire oggetto di un corso universitario.

LORIA: Un' impresa nazionale di universale interesse (publicazione delle opere di Ev. Torricelli).

Dans les communications :

CANTOR (Moritz): Hieronymus Cardanus, ein wissenschaftliches Lebensbild aus dem XVI. Jahrhundert.

DARVAI (M.): Vita di Giovanni Bolyai.

VACCA (Giov.): Sulla Storia della numerazione binaria.

LEBON (Ern.): Plan d'une bibliographie analytique des écrits contemporains sur l'histoire de l'Astronomie.

LAMPE (Em.): Das Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik; Rückblick u. Ausblick.

MÜLLER (Felix): Ueber mathematische Zeitschriften.

LORIA & ENESTRÖM: Ueber kulturhistorische und rein fachmässige Behandlung der Geschichte der Mathematik.

TANNERY (P.): Sur l'Histoire des mots *analyse* et *synthèse* en mathématiques.

VAILATI: La dimostrazione del principio della leva data da Archimede nel libro primo sull' equilibrio delle figure piane.

PITTARELLI: Intorno al libro « De perspectiva pingendi » di P. dei Franceschi.

v. BRAUNMÜHL: Beiträge zur Geschichte der Integralrechnung.

H. F.

Eugenio BELTRAMI. — **Opere Matematiche**, pubblicate per Cura della Facoltà di Scienze della R. Università di Roma. Tomo secondo. — 1 vol. gr. in-4°, 486 p. ; prix L. 25.— ; Ulr. Hoepli, Milan, 1904.

Le tome II des Œuvres de Beltrami contient les mémoires publiés par le savant géomètre de 1867 à 1873 dans divers périodiques, principalement

dans les *Memorie dell' Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*, dans le *Rendiconti del Reale Istituto Lombardo*, dans le *Giornale di Matematiche*, etc .... Ces mémoires, au nombre de dix-neuf, peuvent être répartis en trois catégories. Les uns, et ce sont les plus nombreux, ont pour objet la Géométrie des surfaces, où Beltrami a laissé tant de beaux travaux. On y trouve notamment quelques-unes des remarquables recherches sur les paramètres différentiels. D'autres mémoires traitent de la théorie des formes algébriques ; c'est d'abord le grand travail intitulé *Ricerche sulla Geometria della forma binarie cubiche*, puis un mémoire *sulle funzioni bilineari*. Mais on sait que Beltrami a également laissé d'importants travaux appartenant au domaine de la Physique mathématique. On trouvera réunis dans ce volume une série de belles recherches sur la cinématique des fluides et divers mémoires d'électrodynamique.

H. F.

C. BLOCK (zu Cöpenick). — **Lehr-und Uebungsbuch für den planimetrischen Unterricht** an höheren Schulen. I. Teil; Quarta, 1 vol. cart., 70 p., prix : M. 1.—; B. G. Teubner, Leipzig, 1904.

Le petit manuel, très soigné au point de vue typographique, l'est également pour ce qui est de la coordination et de l'exposition des matières qu'il renferme. Il comprend : I. Notions fondamentales (revision des notions étudiées dans la classe V); II. des angles et couples d'angles; III. le triangle; IV. le quadrilatère. Le texte, à la fois clair et concis et sans développements inutiles, est accompagné d'un grand nombre (691) d'exercices et de problèmes. La notation est uniforme et appliquée d'une manière logique; toutefois nous ne comprenons pas l'avantage qu'il y a decrire « *compl.  $\alpha$*  » et « *suppl.  $\beta$*  » à la place de «  $90^\circ - \alpha$  » et de  $180^\circ - \beta$  » (p. 6). Il est regrettable d'autre part que les récents manuels de Géométrie aient amené une certaine confusion dans la dénomination des divers groupes d'angles déterminés par deux parallèles et une transversale. Ainsi, M. Block désigne sous le nom de « *Stufenwinkel* » les angles généralement appelés « *Gegenwinkel* » (angles correspondants), tout en conservant ce terme dans une signification nouvelle. Quant au reste, ainsi que nous l'avons dit au début, ce petit manuel est très bien conçu et rendra de grands services dans les classes auxquelles il est destiné.

Ernest KALLER (Vienne).

E. CARVALLO. — **Leçons d'électricité**. 1 vol. XIV, 259 p., 203 fig., Prix 10 fr.; Librairie polytechnique Ch. Béranger, Paris, 1904.

Parmi toutes les branches de la Physique, l'Electricité est incontestablement la plus importante à l'heure actuelle au point de vue des applications. De là, pour les jeunes gens qui se destinent à la carrière d'électricien, résulte l'impérieuse nécessité de s'assimiler les éléments de la science qui les intéresse. La chose ne va pas sans quelque difficulté; une préparation mathématique préalable est assurément nécessaire; mais il ne s'agit pas de former des savants, et ce n'est pas à des savants qu'on s'adresse. Le but est de former des ingénieurs capables de comprendre et de résoudre les problèmes que la pratique leur posera; ils ne doivent être, ni de simples praticiens, ni des savants de laboratoire.

Or, dans la littérature pourtant si considérable de l'électricité, depuis quelques années, il serait bien difficile de signaler un ouvrage d'enseignement qui réponde véritablement au besoin que nous venons de signaler.

Plusieurs sont fort remarquables ; mais les uns doivent être regardés comme des livres de haute science, exigeant des connaissances antérieures dépassant de beaucoup la moyenne des lecteurs auxquels ils s'adressent ; d'autres se présentent comme de simples manuels, utiles assurément, mais insuffisants pour former des ingénieurs.

Le livre de M. Carvallo vient combler la lacune. Il a deux grands mérites, à notre avis ; le premier, c'est de présenter le tableau d'un enseignement *effectif*, car les *Leçons* dont il s'agit ont été professées et non pas seulement écrrites ; le second, c'est d'inaugurer une méthode nouvelle qui — nous citons les expressions mêmes de l'auteur — « cherche la clarté dans une exposition « bien ordonnée des lois expérimentales, et dans leur identification avec les « lois de la mécanique ».

Cette méthode est suivie d'un bout à l'autre de l'ouvrage avec une attention soutenue qui se révèle dès les premières pages. Le chapitre de début, intitulé « Le courant électrique », commence en effet par un paragraphe, *les Lois de la Mécanique*, auquel on se référera sans cesse ensuite. La préoccupation d'établir un rapprochement, une identification pour ainsi dire, entre le fonctionnement d'une installation électrique et celui d'une machine, est constamment visible.

Une analyse minutieuse apprendrait peu de chose au lecteur, et ne tarderait pas à présenter un caractère fastidieux. Il nous paraît préférable d'appeler l'attention sur un certain nombre d'observations pouvant avoir une certaine utilité.

La première a trait à l'ensemble du premier chapitre, dont nous venons de dire un mot. Il faut y voir une sorte d'introduction générale, et ne pas se laisser rebuter par quelques passages dont la concision pourrait laisser du doute dans l'esprit à une première lecture. Tout s'élucidera, tout s'éclairera ensuite. Et il faut bien reconnaître qu'en procédant autrement, l'auteur n'aurait pu jeter dès le début sur l'ensemble cette lumière philosophique qui l'éclaire, si je puis ainsi parler. Pour trop soigner les détails, il eût plus ou moins sacrifié l'ensemble.

Il est bon d'avertir aussi les lecteurs en possession de la Mécanique rationnelle, qui pourraient se sentir dès l'abord un peu dérangés de leurs habitudes classiques. Ils ne retrouveront pas ici le point matériel, on ne leur définira pas la masse comme un quotient ; mais ce qui fait le fond de la Mécanique reste solide et inattaquable. La forme seule est changée — heureusement changée à notre avis. C'est ici une Mécanique de bon sens, vraiment *rationnelle* celle-là, fondée sur l'expérience, sur l'observation des faits, et appelant le calcul à son aide quand elle en a besoin.

Les mathématiciens se sentiront particulièrement intéressés par la lecture du § 1<sup>er</sup> du Chapitre III, intitulé *vecteurs, cycles et flux*. On y trouve en quelques pages les éléments essentiels d'un calcul géométrique inspiré à la fois des idées de Hamilton et de Grassmann, et sous lequel certains chapitres de la Physique ne peuvent guère être soumis à l'analyse mathématique sans s'exposer à de grandes et inutiles complications.

J'ai, à ce sujet, retrouvé (p. 95) une notion que j'avais indiquée moi-même il y a quelques années, celle d'un cycle gauche. Je la croyais alors nouvelle, et je me trompais ; d'autres, avant et après moi, ont commis la même erreur. L'idée, intéressante au point de vue purement géométrique, d'attacher à toute courbe formée une grandeur et une orientation qui viennent se confondre avec l'aire si la courbe devient plane, me semble plus qu'utile dans

les théories physiques qu'étudie M. Carvallo ; il la présente en quelques lignes avec une simplicité et une clarté extrêmes.

En terminant, je me bornerai à reproduire les titres des cinq chapitres qui composent l'ouvrage : I Le courant électrique ; — II Distribution des courants et des forces électro-motrices ; — III Electromagnétisme ; — IV Induction électro-dynamique ; — V Electrostatique.

Je souhaiterais que ces rapides réflexions pussent amener des lecteurs à une œuvre originale, bien ordonnée, et qui m'a paru correspondre aux besoins d'un enseignement nouveau. Avec un peu d'attention et de persévérance, ils trouveront, je le crois, grand profit à cette méthode d'exposition, et il est souhaitable que l'auteur puisse faire école, que d'autres n'hésitent pas à suivre le sillon qu'il vient de tracer.

C.-A. LAISANT.

George Bruce HALSTED. — **Rational Geometry**, a Text-book for the Science of Space. — Un vol. in 12, VIII + 285 pages, 247 figures, John Wiley & Sons, New-York, 1904.

Les récents et si remarquables travaux de M. Hilbert sur les fondements de la géométrie, magistralement analysés par M. Poincaré dans ses articles de la Revue des Sciences et dans son Rapport sur le 3<sup>e</sup> concours du prix Lobatschefsky (1903), ne pouvaient manquer à bref délai d'éveiller l'attention des géomètres et d'exercer une influence profonde et décisive sur leurs ouvrages. On devait certainement s'attendre à voir publier des Traité didactiques dont les hardis et érudits auteurs, rompant résolument avec les habitudes et traditions de plus de vingt siècles, essaieraient d'harmoniser l'enseignement de la géométrie avec les idées nouvelles. Malgré que M. Hilbert eût pris déjà lui-même soin d'indiquer et de jaloner d'une manière précise la route à suivre, la tâche était loin d'être aisée. Elle devait attirer particulièrement M. George Bruce Halsted, le savant professeur de Kenyon College, un des plus ardents défenseurs de la géométrie générale aux Etats Unis, bien connu par ses nombreuses publications dans les Revues « *Science* » et « *American Mathematical Monthly* », et surtout par ses belles traductions anglaises de Saccheri, Bolyai et Lobatschefsky. La « *Rational geometry* » de M. Halsted, encouragée par M. Hilbert, marque une époque dans l'histoire des livres destinés à l'enseignement. Nous allons analyser en détail les chapitres de cet ouvrage.

Pour constituer une géométrie vraiment rationnelle, deux choses étaient indispensables : en premier lieu, établir une liste complète des axiomes en s'efforçant de n'en oublier aucun ; ensuite, supprimer totalement le rôle de l'intuition qui a occupé jusqu'ici une place telle en géométrie que nous faisons dans cette science presque à chaque instant usage de propositions intuitives sans nous en apercevoir le moins du monde. Dans ce but, les axiomes qui expriment les relations mutuelles pouvant exister entre les êtres géométriques, point, droite, plan, espace, ont été suivant la méthode de M. Hilbert, répartis en cinq groupes : Connexion ou association, ordre, congruence, axiome des parallèles ou d'Euclide, axiome d'Archimède ou de continuité.

Dans le chapitre I, M. Halsted définit les êtres géométriques et expose les sept axiomes de connexion. De ces axiomes découlent naturellement les propositions habituelles.

Deux droites distinctes ne peuvent avoir deux points communs.

Deux droites distinctes ont un point commun ou n'en ont aucun.

Deux plans distincts ont en commun une droite ou n'ont aucun point commun.

Un plan et une droite qui n'y est pas située ont un point commun ou aucun.

Par une droite et un point, ou deux droites qui ont un point commun, on peut faire passer un plan et un seul.

Dans le chapitre II viennent, au nombre de quatre, les axiomes de l'ordre qui précisent l'arrangement des points caractérisé par le mot *entre*. Ces axiomes sont complétés par la définition du segment qui ne doit éveiller aucune idée de mesure : Deux points A et B de la droite A définissent le segment AB ou BA ; les points de la droite *situés entre* A et B sont les points du segment. De là la distinction entre les deux *rayons* d'une droite séparés par un point, entre les deux régions du plan séparées par une droite. — Points intérieurs et extérieurs à un polygone. — Notons pour mémoire l'axiome 4 ou axiome de Pasch. *Si A, B et C sont trois points non collinéaires et a une droite du plan ne passant par aucun d'eux, lorsque a renferme un point du segment AB, elle en a un autre sur BC ou sur AC.* Il est évident que si le plus petit rôle était laissé à l'intuition, on ne songerait pas à énoncer cette proposition dont on fait inconsciemment un si fréquent usage.

Le chapitre III développe les axiomes de congruence : segments, angles, triangles, et l'auteur y formule en ces termes précis le théorème général de congruence.

*Si ABC..., A'B'C'... sont deux figures congruentes, et que P désigne un point quelconque de la première, on peut toujours trouver de façon unique dans la deuxième un point P' tel que les figures ABC... P, A'B'C'... P' soient congruentes.*

Ce théorème exprime l'existence d'une certaine transformation unique et réversible qui nous est familière sous le nom de déplacement. La notion de déplacement est donc basée sur celle de congruence, ce qui est absolument logique.

Le chapitre suivant est consacré à l'axiome de la parallèle unique et aux propositions qui en sont la conséquence. La plupart sont classiques, nous n'y insistons pas ; mais il en est d'autres que nous avons eu jusqu'ici l'habitude de considérer comme intuitives et qui ne le sont pas. M. Halsted les démontre avec raison ; ce sont celles-ci : *Tout segment a un point milieu : tout angle a un rayon bissecteur.*

Chapitre V. — Circonference.

Chapitre VI. — Problèmes de Construction. Toutes les constructions déroulant des théorèmes basés sur les cinq groupes d'axiomes peuvent être graphiquement résolues par la règle et le transporteur de segments (Streckenüberträger de M. Hilbert) et ramenées à ces deux tracés fondamentaux : Tracer une droite ; prendre sur une droite donnée un segment donné.

Chapitre VII. — Egalités et inégalités entre côtés, angles et arcs.

Chapitre VIII. — Calcul des Segments. En se basant sur les axiomes des groupes I, II, IV et en mettant systématiquement de côté l'axiome d'Archimède dont on s'est passé dans ce qui précéde et dont on peut également se passer dans ce qui suit, on arrive à créer, indépendamment de toute préoccupation métrique, un calcul de segments où les opérations sont identiques

à celles des nombres. Sommes et produits de segments. Sommes d'arcs et d'angles.

Chapitre IX. — Proportions et similitudes. Deux triangles sont dits semblables quand leurs angles sont respectivement congruents. Il eût fallu dire là un mot de l'existence de tels triangles ; c'est une lacune bien facile à combler. La similitude conduit naturellement au théorème de Thalès et aux proportionnalités qui en découlent.

Chapitre X. — Équivalence dans le plan. La mesure des aires planes peut être obtenue sans le secours de l'axiome d'Archimède parce que deux polygones équivalents peuvent être considérés comme sommes algébriques de triangles élémentaires en même nombre et deux à deux congruents, quoique de dispositions différentes. *Par définition* l'aire d'un triangle égale le demi produit de la base par la hauteur ; deux polygones équivalents ont même aire et réciproquement. Théorème de Pythagore et carrés construits sur les côtés d'un triangle. Le chapitre se termine par une note historique courte, mais intéressante sur le nombre  $\pi$ .

Chapitre XI. — Géométrie du plan, différant peu de notre cinquième livre usuel.

Le chapitre XII est consacré aux polyèdres et volumes. M. Halsted commence à bon droit pas le théorème d'Euler ; il appelle *par définition* volume du tétraèdre le tiers du produit de la base par la hauteur, et prouve que le volume d'un tétraèdre égale la somme des volumes des tétraèdres en lesquels on le partage d'une façon quelconque. L'auteur examine quatre méthodes de division particulières, la division la plus générale peut être obtenue au moyen de ces dernières, et il en est de même pour un polyèdre.

Les chapitres XIII et XIV nous donnent l'étude de la sphère, du cylindre et du cône, avec le mesure de leurs surfaces et volumes. Pour le volume de la sphère, l'on fait usage de l'axiome de Cavalieri : *Si deux solides compris entre deux plans parallèles sont coupés par un plan quelconque parallèle aux deux premiers suivants des aires égales, ils ont même volume.*

Chapitre XV. Sphérique pure ou Géométrie à deux dimensions sur la sphère : Ce Chapitre ne pouvait manquer de trouver ici sa place. M. Halsted y précise d'abord ce que deviennent à la surface de la sphère les axiomes d'association, d'ordre et de congruence, il en déduit simplement et naturellement les propriétés élémentaires, trop négligées dans l'enseignement, des triangles sphériques.

Trois notes terminent l'ouvrage, et sont relatives ; l'une à un théorème de l'ordre, la deuxième au compas, et la troisième à la solution des problèmes.

Ainsi qu'on le voit par cette analyse, le livre de M. Halsted constitue une innovation et une tentative de vulgarisation des plus intéressantes. Pour lui donner plus de poids auprès des étudiants à qui il est destiné, l'éminent professeur de Kenyon College y a ajouté 700 exercices formant un choix excellent et varié. Nous souhaitons à cet ouvrage de notre distingué ami tout le succès qu'il mérite.

P. BARBARIN (Bordeaux).

R. MARCOLONGO. — **Teoria matematica dell' equilibrio dei corpi elastici.** nos 348-349 des *Manuali Hœpli*. — 1 vol. in 16°, prix L. 3.— ; Hœpli, Milan, 1904.

Ce n'est que depuis peu d'années que la théorie de l'équilibre des corps élastiques a commencé à se rendre pratiquement utile ; dans le passé, à

cause des méthodes mêmes qui la gouvernaient, elle était à peu près réduite à une spéulation théorique, à une succession de tentatives qui avaient pour but la recherche des valeurs de résistance de certains corps. Et cela devait certainement se prolonger jusqu'au moment dans lequel la mécanique analytique n'aurait trouvé une base rationnelle, quittant toute discussion oisive sur l'Ecole et le Cartésianisme, sur les théories atomistiques et celles péri-patéticiennes. Beaucoup de savants se consacrèrent à l'étude des doctrines physiques de l'élasticité pour les acheminer sur une voie qui pouvait les amener au progrès : mais nous devons arriver jusqu'à Poisson pour apercevoir une tendance capable de donner des résultats utiles. La définition des pressions comme résultantes des actions moléculaires exercées sur une partie des points matériels qui composent un système par les autres points matériels du même système donnée par ce savant à propos de la tension des membranes élastiques (*Mémoire sur les surfaces élastiques*, 1814) fut celle qui contribua surtout aux progrès de la théorie. Cette définition, développement d'une pensée de Laplace, permit à Navier d'énoncer pour la première fois les conditions de l'équilibre élastique des corps (*Académie des Sciences de Paris*, 1821) et à Cauchy d'étendre aux corps non isotropes les résultats obtenus par Navier, bien que, au sujet des pressions, ce savant ne laisse de manifester sa tendance à retenir équivalentes les idées de Poisson avec celles plus anciennes de Lagrange. Jusqu'à nos jours cette conviction fut maintenue par beaucoup de savants : Saint-Venant ne cessa jamais de la défendre et M. Boussinesq, son disciple fidèle, ne considère en mécanique que les résultantes des actions moléculaires et non les forces de liaison (*Leçons synthétiques de Mécanique générale*, Paris, 1889). De nos jours cette théorie a fait des progrès très grands, s'acheminant rapidement au perfectionnement des méthodes qu'on applique à l'étude de la résistance des corps : elle forme pour ce motif un cours des plus utiles pour les ingénieurs.

Mais telle qu'on la trouve dans les recherches classiques de Saint-Venant sur la flexion et la torsion des prismes, de Boussinesq et de Hertz sur la dureté des corps, ou dans celles plus récentes de Cerruti, Levi-Civita, Somigliana, Morera, etc., elle ne peut pas former un cours ordonné et utile : le besoin d'un traité résumant en même temps les recherches classiques et les travaux modernes se faisait vivement sentir ; il était surtout désirable que ce traité se rende particulièrement utile aux ingénieurs dont les connaissances mathématiques ne sont pas très étendues. La tâche bien difficile fut entreprise par M. Marcolongo, le savant professeur de l'Université de Messine, et le résultat fut ce livre d'une valeur scientifique et didactique très remarquable.

Celui qui jette ses regards sur les titres des chapitres peut tout de suite voir que l'auteur a tenu peu de compte du développement historique du sujet, et j'estime qu'en raison même du but de ce manuel il a bien fait de préférer l'ordre logique à l'ordre historique.

Les corps élastiques traités dans ce volume sont ceux à trois dimensions : et comme l'auteur désire que le lecteur puisse recouvrer le plus grand profit de la lecture du livre, il a consacré trois chapitres, les trois premiers, à des théories mathématiques qui, quoique de la plus grande importance en physique, ne sont pas assez développées dans les cours universitaires : ce sont les théories des fonctions harmoniques et polyharmoniques. Les lemmes de Gauss et de Green sont développés seulement dans ce qui peut intéresser le reste du volume, c'est-à-dire seulement jusqu'à la détermination

de la fonction de Green dans des cas simples et à la solution de la question des valeurs sur le contour pour le cercle, pour la sphère, pour un demi-plan et pour un demi-espace indéfini. La transformation de l'équation  $\Delta_2 u = 0$ , fait l'objet d'une étude très approfondie. Puis l'auteur passe rapidement en revue quelques-uns des principaux résultats obtenus par des géomètres et physiciens modernes, signalant particulièrement la question proposée et résolue par M. Painlevé<sup>1</sup> (déterminer trois fonctions  $x_1, y_1, z_1$ , de  $x, y, z$  et une fonction  $F$  de  $u, x, y, z$ , avec la condition que substituant  $x_1$ , etc. aux  $x, y$ , etc. dans  $u$ , qui vérifie  $\Delta_2 u = 0$ , la fonction  $F$  vérifie aussi l'équation  $\Delta_2 F = 0$  qui a conduit lord Kelvin à la propriété  $F = \frac{u_1}{r_1}$ ,  $r_1$  étant la distance d'un point de l'origine, et à la généralisation suggérée par M. Volterra d'un intéressant théorème de M. Levi-Civita, si  $u$  est une fonction des  $n$  variables  $x_1, \dots, x_n$  harmonique du degré  $m$ , et si l'on fait une inversion définie par les équations  $x'_i = x_i : r^2$ , la fonction  $u' = u : r^{2m-n}$  sera elle-même harmonique du degré  $m$  par rapport aux  $x'$  (*Atti R. Ist. Veneto*, 1897-98).

Le deuxième chapitre est consacré à la théorie de la *fonction potentielle* de Green<sup>2</sup>, et que Gauss<sup>3</sup> appelle tout simplement *potentiel*. Cette théorie, d'importance capitale dans toute la physique mathématique et qui doit son origine à Laplace, comme Legendre l'affirme dans le *t. X* des *Mémoires des savants étrangers*, est singulièrement négligée par le plus grand nombre des traités d'Analyse et dans les cours universitaires. Il en résulte que beaucoup d'ingénieurs ne connaissent rien d'une telle fonction, pas plus que des fonctions harmoniques, ce qui les empêche de tirer parti des théories modernes de la Physique. Des formules fondamentales, l'auteur passe rapidement et directement aux relations les plus remarquables, parmi lesquelles je veux rappeler celle donnée par M. Morera qui conduit directement à la célèbre formule de Poisson,

$$\Delta_2 V_i = \Delta_2 V_o = -4\pi k_0,$$

et au théorème classique de Dirichlet. Cela permet à l'auteur d'amener le lecteur par une voie plus simple que celle qui est suivie ordinairement, à l'étude de la fonction potentielle d'un ellipsoïde homogène par rapport à un point intérieur ou extérieur, obtenu par E. Beltrami (*Mémoires de l'Académie de Bologne*, I. 1880) et qui a donné lieu à de remarquables mémoires de MM. Pizetti et Morera (*Rend. Ac. d. Lincei*, 1894). La fonction potentielle d'une couche simple et d'une couche double donne aussi lieu à l'auteur de signaler les belles recherches de Poincaré et Liapounoff et des Italiens Lauricella et Morera.

Mais de même que l'auteur a justement estimé nécessaire de parler avant tout de la fonction potentielle, il était logique qu'il dût de même s'arrêter sur un autre point, également indispensable au développement de la théorie des corps élastiques, et c'est pour cela qu'il a voulu consacrer le troisième

<sup>1</sup> *Travaux et Mémoires de la Faculté des Sciences de Lille*, I. 1889.

<sup>2</sup> *An Essay on the application of mathematical Analysis to the theories of Electricity and Magnetism*. — Nottingham, 1820. — Réimprimé dans le *Journal de Crelle*, t. XLIV et XLVII.

<sup>3</sup> *Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstossungskräfte. Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre*, 1879.

chapitre à la mécanique des corps continus. Ce chapitre, avec le deuxième, sont les plus remarquables du livre pour le soin tout particulier avec lequel l'auteur expose dans l'ensemble et dans les détails les plus remarquables, des théories qui ordinairement demandent bien plus de connaissances mathématiques.

En parcourant ces trois premiers chapitres, le lecteur constatera combien l'auteur a su présenter d'une manière à la fois claire et simple des questions qui ne se prêtent guère à une exposition élémentaire. Ces trois chapitres suffiraient pour assurer le succès scientifique du traité.

Mais nous voici enfin au sujet du livre, à la théorie mathématique de l'équilibre élastique des corps isotropes (ch. IV) et anisotropes (ch. V) dont le principe fondamental, « *ut tensio sic vis* », complètement expérimental, fut donné par Hooke en 1660 et que Wertheim, Morin, Edlung, etc., assujettirent à de nombreuses expériences. J. O. Thomson, qui dans ces derniers temps s'en occupa aussi, suggéra d'introduire des termes du troisième degré dans les composantes de déformation. M. Marcolongo déduit les équations de l'équilibre des corps isotropes suivant les mémoires classiques de Navier, Lamé, Poisson, Cauchy, c'est-à-dire en fonction des deux constantes  $\lambda$  et  $\mu$  (*constantes de Lamé*). Tout récemment M. le professeur Cerruti a substitué deux nouvelles constantes  $\Omega$  et  $\omega$  définies par les relations

$$\Omega^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\gamma}, \quad \omega^2 = \frac{\mu}{\gamma},$$

qui ont un sens physique très important. — Quant aux corps anisotropes, la détermination des équations de leur équilibre peut se faire par un procédé dû à Cauchy et qui est une extension de celui de Navier, ne présupposant ni l'analyse des pressions, ni celle des déformations ; mais l'auteur préfère une méthode plus en relation avec l'expérience et commune à plusieurs théories physiques. D'après cette méthode les lois de l'élasticité sont déduites suivant un procédé indiqué par Green, c'est-à-dire de l'idée de potentiel d'élasticité et des principes de la thermodynamique. Ce chapitre contient un résumé de la théorie moléculaire du professeur Voigt qui suppose la matière formée d'un ensemble de corps très petits, c'est-à-dire discontinu. M. Marcolongo place à la fin du chapitre le théorème de réciprocité de M. Betti (*Théorie de l'élasticité*, chap. IV) dans la forme que lui a donnée M. Levy : « si un corps élastique est assujetti à deux systèmes de forces, le travail accompli par les forces du premier, lorsque les déplacements sont ceux qui appartiennent au deuxième, est égal au travail accompli par les forces du deuxième lorsque les déplacements sont ceux qui appartiennent au premier ». Ce théorème est l'un des plus importants dans la théorie de l'élasticité pour ses nombreuses applications et amène à une méthode remarquable pour intégrer les équations de l'équilibre des corps isotropes et qui prend le nom de ce savant.

Dans ses lignes générales est aussi considéré le problème de l'équilibre élastique quand les déplacements ou les pressions superficielles sont données : pour l'étude complète de la question, dans ce cas et dans beaucoup d'autres on peut voir la thèse de doctorat de M. le professeur Lauricella. M. Cerruti a aussi obtenu un théorème, mentionné à la page 236, et qui apporte de notables simplifications dans plusieurs cas particuliers. Ce théorème, tout à fait nouveau, qui fait dépendre tout problème d'équilibre, de la détermi-

nation de trois fonctions harmoniques, peut s'énoncer en disant que « les composantes de déplacement d'un corps élastique isotrope peuvent toujours s'exprimer à l'aide de trois fonctions harmoniques seulement ». — Le lecteur trouvera encore dans ce même chapitre un résumé très bien fait de certaines recherches modernes sur les équations de l'élasticité, dues à MM. Lauricella, E. et F. Goursat, J. Fredholm, Somigliana, Gebbia et à M. Marcolongo lui-même.

Nous voilà maintenant au problème très intéressant de Boussinesq et Cerruti (page 245) : déterminer la déformation d'un solide isotrope indéfini lorsqu'on donne sur le plan limite, 1<sup>o</sup> les déplacements ; 2<sup>o</sup> les forces ; 3<sup>o</sup> les déplacements normaux et les forces tangentielles, ou réciproquement. — Ce problème avait été résolu par MM. Lamé et Clapeyron au moyen des séries ; dans ces dernières années MM. Boussinesq et Cerruti ont présenté des nouvelles solutions par des formules plus simples et plus élégantes. L'auteur de ce traité indique encore deux autres méthodes de solution, dont l'une est de M. Somigliana qui en fit l'application à des questions nouvelles. Toutefois celles-ci pouvaient aussi se résoudre par des intégrations, comme l'a montré M. Marcolongo (*Rend. Ac. Lincei*, 1902).

Au chapitre VIII est traitée une autre question qui depuis Lamé a attiré l'attention des physiciens ; celle de la déformation d'une sphère isotrope. La première solution avait conduit Lamé à mettre en vue plusieurs propriétés des séries doubles qui trouvèrent ensuite de remarquables applications dans certains problèmes d'astronomie. Lord Kelvin, et peu après M. Chree ont considéré la question plus générale de la sphère assujettie à l'action de forces dérivables d'un potentiel qui satisfait à l'équation de Laplace, exprimant les composantes orthogonales du déplacement par des séries simples. La solution par des intégrales définies fut donnée pour la première fois en 1873 par M. Borchardt et après par MM. Somigliana et Cerruti, qui indiquèrent des méthodes particulières d'importantes applications. M. Marcolongo a lui aussi, indiqué d'élégantes solutions des problèmes composés, lorsque, sur la surface limite on donne une partie des déplacements et une des forces, ou les déplacements et les forces normales, et réciproquement. La méthode de résolution, simple et directe, que l'auteur expose dans ce traité, est celle que M. Almansi a indiqué dans son mémoire « *Sur la déformation de la sphère élastique* » (*Mém. Ac. de Turin*, XLVII, 1897) ; mais il signale aussi en peu de mots la solution donnée par M. Lauricella et celle plus récente donnée par M. Tedone. — Les nombreuses indications bibliographiques données dans ce chapitre comme aussi dans les autres, sont un guide très utile à ceux qui désirent recourir aux sources des théories ou approfondir davantage les questions traitées.

Un autre problème d'élasticité d'une grande importance par ses applications pratiques, mais qui présente de remarquables difficultés, est celui de la déformation d'une pièce cylindrique. Le cas général avec l'hypothèse que le cylindre est sollicité par des forces distribuées arbitrairement sur les deux bases, n'a pas encore été résolu. L'attention des savants s'est limitée à la considération de certains cas particuliers, dont l'un porte le nom de *problème de Saint-Venant*. La solution indiquée par M. Marcolongo dans son traité est modelée sur celle donnée par Clebsch (*Theorie der Elasticität fester Körper*, 1862), mais simplifiée et adaptée à ceux qui ont en vue les applications pratiques. La question de la déformation des plaques cylindriques, que l'auteur appelle *le problème complémentaire de celui de Saint-*

*Venant* et qui avait été proposé et résolu par Clebsch, forme l'objet du dixième chapitre. Enfin le dernier chapitre est entièrement consacré aux problèmes de M. le professeur Voigt. Ces problèmes sont une généralisation de celui de Saint-Venant ; ils permettent d'assigner des méthodes générales à la détermination des constantes élastiques des cristaux et ont des applications très importantes dans l'étude des phénomènes prézoélectriques d'un cylindre cristallin.

Dans ce compte rendu, je me suis efforcé à mettre en évidence l'importance des questions abordées par M. Marcolongo et l'excellente coordination didactique avec laquelle elles ont été étudiées. Je suis certain que son ouvrage sera accueilli avec beaucoup de faveur par les mathématiciens et les ingénieurs.

CR. ALASIA (Tempio, Sard.)

J. TROPFKE. — **Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung.** Erster Band, 8°, VIII-332 p., 1902 ; Mk. 8.—. Zweiter Band, VIII-496 p., 1903 ; Mk. 12.— ; Veit & Co., Leipzig.

Le Tome Premier de cet Ouvrage comprend deux parties : le *Calcul* et l'*Algèbre* ; le Tome II en comprend douze : *Géométrie*, *Logarithmes*, *Trigonométrie plane*, *Sphérique* et *Trigonométrie sphérique*, *Séries*, *Intérêts composés*, *Analyse combinatoire* et *calcul des probabilités*, *Fractions continues*, *Stéréométrie*, *Géométrie analytique*, *Sections coniques*, *Maxima et Minima*. Sur ces quatorze parties les six premières embrassent 612 pages, tandis que les huit dernières n'occupent que 160 pages. Comme on le voit, ces différentes parties n'ont pas été traitées de la même manière, tout au moins au point de vue quantitatif. Nous reconnaissons qu'il est juste que la plus grande place soit accordée au *Calcul*, à l'*Algèbre* (étude des équations), à la *Planimétrie* (c'est ainsi que devrait être intitulée la 3<sup>me</sup> partie, et non pas « Géométrie ») et à la *Trigonométrie*, mais nous n'en estimons pas moins que la plupart des autres parties sont trop restreintes par rapport aux premières. Quant à l'ordre adopté par l'auteur, il soulèvera également des critiques de la part de bien des lecteurs. On comprend que les *Logarithmes* précèdent la *Trigonométrie* ; mais on ne s'explique pas pourquoi les *Séries*, les *Intérêts composés*, l'*Analyse combinatoire* et les *Fractions* ont été intercalés entre la *Trigonométrie sphérique* et la *Stéréométrie*.

Quant à la façon dont sont traitées ces différentes parties, notamment les six premières, nous ne pouvons exprimer que des éloges ; pour tous ceux qui voudront glisser quelques notes historiques, ça et là, dans leur enseignement, cet Ouvrage constitue une mine très précieuse ; ils s'orienteront très facilement dans les différents chapitres. L'auteur a d'ailleurs eu soin d'ajouter une table alphabétique et une analytique ; toutefois celle-ci pourrait être encore plus riche ; on y omet, entre autres, l'indication des démonstrations à induction complète.

Le mode d'exposition adopté par l'auteur devait inévitablement donner lieu à des répétitions ; mais, il eût été possible d'en diminuer le nombre et, par ce fait, l'étendue du volume. Ainsi, on retrouve dans la section C (le développement de la notion de nombre) de la deuxième Partie les chapitres « le nombre un », « le nombre zéro », « le nombre fractionnaire », qui figurent déjà dans la première Partie, section A (les noms de nombres, les chiffres) et dans la section D (les fractions). Il eût donc suffi de faire entrer les nombres négatifs, irrationnels et complexes dans la section C de la deuxième

Partie, et de réunir dans la première Partie (le Calcul) tout ce qui concerne le zéro, le nombre un et les nombres fractionnaires. En outre l'auteur reprend à la p. 180 (T. I), sous une forme plus réduite il est vrai, le développement de l'Algèbre depuis Diophante aux Cossistes de l'Occident en passant par les Hindous, tandis que cette question a déjà été examinée p. 423 à 130, puis de nouveau p. 446-451 ; aux pages 246 et 247 revient, sous la même forme, l'*al-djibr walmukâbala* déjà mentionné p. 152, etc.

Nous avons enfin à critiquer la façon dont sont rappelées les notes biographiques des mathématiciens ; nous nous bornerons à indiquer quelques exemples : pour L. EULER on retrouve 22 fois la note (1707 Basel-1783, Petersburg, Berlin, Petersburg), rédigée de sept manières différentes ; pour LAMBERT on a 12 fois la note : (1728-1777, Oberbaurat u. Akademiker in Berlin), mais on ne voit nulle part où il est né, et ce n'est que dans II, p. 133, que figure la mention des prénoms « Joh. Heinrich » ; pour DIOPHANTE on lit 21 fois : (dritttes bis viertes Jahrh. n. Chr.), même deux fois de suite p. 158 et 159 ; pour GRAMMATEUS on apprend seulement p. 190 qu'en réalité il s'appela Heinrich Schreiber et qu'il était d'Erfurt, bien qu'il ait déjà été cité 18 fois. On voit, par ces exemples, qu'une meilleure disposition dans les notes eût permis de diminuer sérieusement l'étendue du volume. L'auteur aurait pu se borner à donner *une seule fois* les renseignements biographiques, éventuellement un peu plus complets, et d'indiquer ceux-ci dans la table alphabétique en accompagnant par exemple le numéro de la page d'un astérisque.

On comprend aisément que dans un Ouvrage tel que celui-ci où sont accumulés tant de renseignements historiques, il devait se glisser inévitablement quelques erreurs. Outre celles qui ont déjà été signalées par M. G. Eneström et que le lecteur trouvera dans *Bibliotheca mathematica* 1903, p. 213-218, et 1904, p. 404-412, j'ai relevé encore les suivantes :

TOME I, p. 8 : « le symbole pour le zéro est d'origine hindou-arabe » ; il y a lieu de supprimer « arabe ».

P. 35 : Ici l'auteur parle d'un Manuel de calcul de Mohammed ibn Mousâ Alehwarizmi et cite au bas de la page dans la note 119 une traduction anglaise : The algebra of Mohammed ben Musa, ed. F. Rosen, etc. ; cette note n'appartient pas à cette place.

P. 41, etc. : « Pergæ » n'est pas correct : en grec ce nom de lieu s'écrit  $\pi\epsilon\rho\gamma\eta$ , en lat. Perga ou Perge ; dans l'Ouvrage de Cantor on trouve également la forme incorrecte.

P. 81 : « La dénomination de Fraction (*Bruch*) remonte au *numerus ruptus* de Leonard » ; les Arabes possédaient déjà le terme *kesr* = fraction, et c'est à eux que l'a emprunté Leonard.

P. 163 : Gerhard de Cremona a utilisé, déjà avant Leonard, le terme de *communicans* pour commensurable, et pour irrationnel le mot *surdus* (ce dernier point a déjà été cité par Eneström l. c. p. 216).

P. 187 : Nous ne nous expliquons pas la note biographique sur Gerhard de Cremona « 1114 Andalousie — 1187 Tolède » ; d'après une source ancienne et non contestée Gerhard est de Cremona en Italie.

P. 209 : Nous ne comprenons pas pourquoi l'auteur donne pour l'extraction de la racine cubique d'après Héron la formule incorrecte  $\sqrt[3]{A} = q + \frac{b\sqrt[3]{a}}{A + b\sqrt[3]{a}}$  (avec 6 au lieu de  $b$ ) donnée par Curtze (Zeits. f. Math. u. Phys. Bd. 42, p. 119) au lieu de donner la formule correcte de Wertheim (ibid Bd. 44, p. 2).

P. 212 : Gemma Frisius n'est pas le premier qui, dans l'extraction de la racine carrée, forme l'expression  $(2a + b)b$  en écrivant le quotient  $b$  à la droite du diviseur et en multipliant le nombre obtenu par ce quotient ; c'est ce que fit déjà un Arabe de l'Occident, Abû Zakarîjâ al Hassâr, probablement au XII<sup>e</sup> siècle (v. Biblioth. Mathem. 1901, p. 22 et 23).

P. 213 : « Avant Stifel, on ne trouve pas de racines portant sur des sommes algébriques » ; on en rencontre cependant déjà dans l'Algèbre intitulée Al-Fakhri et due à Al-Karchî (v. l'édition publiée par F. Wöpcke, Paris, 1853, p. 54 et 55).

P. 215 : Il faut lire *ghana mûla* au lieu de *varga ghana*.

*Ibid.* : « *Gubâr* = Calculer » n'est pas correct ; *gubâr* signifie « poussière » et *hisâbl-gubâr* veut dire « calcul sur le tableau à poussière ».

P. 255 : La mention d'après laquelle des auteurs arabes racontent que l'astronome Hipparche aurait écrit un mémoire sur les équations du second degré, est vague, sinon incorrecte : d'abord dans les écrits arabes il n'est pas question d'équations quadratiques, mais d'un « Livre sur l'Algèbre » ; en second lieu, on donne des interprétations très variées pour le nom d'Hipparche dans Ibn al-Qiftî et dans le Fihrist, on peut aussi bien lire « Ibn Lahjâ » que « Hipparche » ; enfin, en troisième lieu, l'article consacré à Hipparche dans le Fihrist est entièrement gâté, en ce qu'il a été fondu en *un seul* avec un article sur Diophante (v. Bibl. Mathem. 1903, p. 298 et 299, Abhandlgn. z. Gesch. d. mathem. Wissenschaften, VI, p. 54 et 55).

P. 268 et 269 : En parlant de la marche suivie par Viète dans la résolution des équations  $x + y = a$  et  $xy = b$ , l'auteur aurait dû rappeler qu'elle avait déjà été suivie par Diophante, d'autant plus qu'il en est précisément question à la page 248.

P. 282 : L'auteur dit que l'on n'est pas parvenu à reconstruire le procédé de Gijât ad-dîn al-Kâschî pour la détermination des racines numériques approchées d'une équation du 3<sup>e</sup> degré ; il est cependant fort probable que ce procédé ait été reconstitué dans le mémoire de J.-P. Gram, Essai sur la restitution du calcul de Léonard de Pise sur l'équation  $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$  (dans Owersigt over det K. D. Videnskab. Selskabs, 1893, p. 18-28).

P. 296 : Après avoir mentionné 37 fois le nom de « Diophante » l'auteur ne devrait plus écrire « nous devons à *un* mathématicien grec Diophante, etc.

P. 304 : « ou  $p$  est soumis à la condition d'être un nombre impair » n'est pas correct.

P. 305 : La remarque que « dans trois nombres de Pythagore l'un est divisible par 3, l'autre par 4 et le 3<sup>e</sup> par 5 », n'est pas correcte ; par ex. 5, 12, 13 !

*Ibid.* : Il y a lieu de préciser le théorème d'après lequel « il n'y a pas de triangle rectangle dont l'aire soit exprimée par un nombre carré parfait » ; il s'agit naturellement d'un triangle rectangle de Pythagore ou à côtés rationnels ».

TOME II. P. 43 : En parlant de la résolution de la trisection de l'angle par Jordanus Nemorarius, l'auteur aurait dû dire qu'elle est empruntée presque textuellement au Liber trium fratrum de Geometria, cité immédiatement au-dessus.

P. 44 : Si d'autre part (I, p. 50 etc.) Jost Bürgi est mentionné comme suisse, l'auteur aurait pu le faire ici pour J. Steiner ; on apprend seulement que « le grand géomètre allemand » était à Berlin, mais on ne lit pas où il est né, ni où il est mort.

P. 53 : Les cinq espèces de pentagones que l'auteur indique ici d'après R. Wolf ne sont nullement les seuls ; il manque par exemple le pentagone ayant trois couples de côtés qui se croisent ; à ce point de vue le mémoire cité de Wolf est incomplet.

P. 59 : « D'après Proclus c'est à Thalès qu'il faut attribuer la découverte qu'un cercle est partagé en deux parties égales par tout diamètre ; » ce passage de Proclus ne devrait plus être cité, car il est évident qu'une vérité aussi élémentaire était connue déjà longtemps avant la culture grecque.

P. 71 : « Pour ce qui est de deux droites auxiliaires qui fournissent les deux triangles égaux dans la démonstration du théorème de Pythagore, des auteurs arabes ont montré plus tard qu'elles sont perpendiculaires entre elles » ; mais cela n'est pas démontré à l'endroit cité (Anaritius edid. Curtze, p. 78 et suiv.).

P. 73 : Il y aurait lieu de mentionner ici que la démonstration arabe du théorème de Pythagore d'après Anaritius est due à Tâbit b. Qorra.

P. 114 : Après proportion III il faut lire : « le rapport du rayon au demi-côté, etc. ».

P. 191 : A côté des traductions arabes et hébraïques de la Sphérique de Menelaüs, il y a lieu de citer aussi des traductions latines.

P. 210 : Ici l'auteur parle d'un « ouvrage de Sphérique » de Maurolykus ; il aurait dû ajouter que c'est la sphérique de Menelaüs.

P. 211 : D'après nos connaissances actuelles, on ne trouve chez lui (Abû'l-Wafa) aucune table (des sécantes et des cosécantes) pas plus que chez les autres auteurs arabes ; cela n'est pas juste d'après les recherches récentes de C. A. Nallino (Edition d'Al-Battâni, Milan, 1903, T. I, p. 182), car dans les tables de Ahmed b. Abdallah al-Habasch il y a une table des cosécantes.

P. 214 : Il n'est pas juste de dire : « Pour le sinus de l'angle complémentaire les Hindous possédaient le terme Kotijyâ ; on cherche en vain un pareil terme chez les Arabes et les mathématiciens du Moyen âge jusqu'au 16<sup>me</sup> siècle. » Cette erreur repose sur ce que l'auteur semble ignorer d'une part la signification du mot Kotijyâ, d'autre part la terminologie mathématique arabe. Ce terme est un mot composé hindou et signifie « sinus de la fin (de l'arc) » ou « sinus du complément (de l'arc pour 90°) » ; ceci a été traduit par les Arabes d'une manière tout à fait correcte, par « watar (corde) at-tamâm » (Al-Battâni), ou djaib (sinus) at-tamâm » (Nassir addin) = corde ou sinus de la fin ou du complément (de l'arc) ; et à son tour vient la traduction exacte, au moyen âge, en « sinus complementi ». Il n'y a pas de meilleure preuve du passage de la Trigonométrie des Hindous aux Arabes, puis de ceux-ci à l'Occident, que la parfaite coïncidence dans leur signification des trois termes :

Kotijyâ = djaib at-tamâm = sinus complementi (= cosinus).

P. 234 : On a cru jusqu'ici que le principe des sinus dans le cas d'un triangle plan remonte seulement à Nassîr-ad-dîn ; mais, d'après C. A. Nallino, dans son édition du Battâni, on voit que ce théorème est signalé comme connu déjà dans la Chronologie de Birûnî (mort en 1048). (Trad. angl. de Sachau, p. 166), il est probable que Al-Battâni le possédait déjà (v. Bibl. math., 1904, p. 81 et 82).

P. 253 : Il n'est pas aussi évident, comme l'auteur le croit, que la méthode numérique dans la résolution des problèmes de la sphérique soit due aux Babyloniens.

P. 326 : L'affirmation suivant laquelle Omar Alkhayyâmî aurait connu les

puissances supérieures de  $a + b$  ne peut pas être acceptée en toute certitude.

*P. 369-404*: Ces pages sont consacrées à la Stéréométrie ; l'auteur a encore pu tenir compte de la récente édition de la *Metrica* de Heron (Edid. Schöne, Leipzig, 1903), tout au moins pour les annotations ; mais il a omis de citer différents points de cet intéressant ouvrage, par ex. les jolies applications entièrement exactes, au sabot cylindrique (p. 131) et à la détermination du volume commun à deux cylindres dont les axes sont perpendiculaires (p. 133) ; toutes deux ont été empruntées par Héron à un écrit d'Archimède intitulé *Ephodicon*, mais qui a été perdu.

*P. 447*: Il y a lieu de mentionner qu'il existe aussi des écrits arabes sur les propriétés optiques des foyers des coniques ; par ex. ceux de Ibn al-Haitam (mort en 1039).

C'est par ces notes que nous terminerons notre compte rendu de cet ouvrage qui rendra de grands services à tous ceux qui, reculant devant le prix élevé des trois volumes de l'*Œuvre* de Cantor, désirent avoir sous la main un ouvrage sur le développement historique des mathématiques élémentaires ; d'une consultation très facile, l'ouvrage de M. Tropfke offre d'une manière générale d'excellents renseignements.

H. SUTER (Zurich).

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Sommaire des principaux périodiques :

**Acta Mathematica**, Journal rédigé par G. MITTAG-LEFFLER. T. xxix. Beijer, Stockholm.

Fasc. 1. — G. HESSENBERG : Ueber einen geometrischen Calcül (Verknüpfungs-Calcül). — L. HANNI : Ueber die Beziehungen zwischen der Darstellung eines eindeutigen Zweiges einer monog. Function durch H. Mittag-Leffler, der Methode der Mittelwerte des H. Borel und der Transformation des H. Lindelöf. — A. GULLSTRAND : Zur Kenntniss der Kreispunkte.

Fasc. 2. — MITTAG-LEFFLER : Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène (cinquième note). — E. LINDELÖF : Remarques sur un théorème fondamental de la théorie des ensembles. — A. WIMAN : Ueber den Fundamentalsatz in der Theorie der Funktionen  $E(x)$ . — J. MALINQUIST : Etude d'une fonction entière.

**Annals of the mathematics**, published under the Auspices of Harvard University, second series, Cambridge. Mass.

Vol. 5, no 4. July 1904. — B.-O. PEIRCE : Some Elementary Theorems Concerning the Steady Flow of Electricity in Solid Conductors. — R.-E. ALARCIIDE : On a Linear Transformation, and some Systems of Hypocycloids. — G.-D. BIRKHOFF and H.-S. VANDIVER : On the Integral Divisors of  $A^n - B^n$ . — KENNELY : Two Elementary Constructions in complex Trigonometry. — S.-A. COREY : Note on Stirling's Formula. — G.-A. MILLER : Note on Sylow's Theorem. — P. SAUREL : The Condition for a Plait Point.