**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

**EN ITALIE** 

Autor: Loria, Gino

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-8421

## Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

## **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

## Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 29.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES EN ITALIE 1

Les traditions géométriques de l'Italie sont euclidiennes; dès que les ténèbres du moyen âge furent dissipées, des éditions, des traductions, des commentaires des Eléments d'Euclide commencèrent à paraître et elles se succédèrent sans cesse en portant les signatures de personnalités éminentes, telles que Tartaglia, Commandino, Viviani, Borelli, Grandi, Sacheri, Fagnano, Flauti. Cette brillante série est une preuve du culte sans bornes que l'Italie, pendant bien des siècles, paya au grand Alexandrin. Toutefois, lorsqu'elle devint enfin libre, et put jouir d'un bout à l'autre d'un gouvernement national, elle conservait encore dans son organisation scolaire des traces déplorables et évidentes de son séculaire servage. Dans l'ancien Piémont, par exemple, certainement à cause de l'influence française, on préférait la méthode demi-arithmétique de Legendre aux rigoureux procédés géométriques d'Euclide; tandis que dans les provinces qui venaient de secouer le joug autrichien se trouvaient répandus des manuels écrits uniquement dans un but commercial; ils étaient si peu satisfaisants que Cremona, devenu professeur dans un gymnase de la Lombardie, n'en voulut adopter aucun comme livre de texte et salua, comme signal d'une amélioration et point de départ de nouveaux progrès, la traduction d'un ouvrage, aujourd'hui presque oublié; je veux parler du *Traité de géométrie de* Амют. Chargé en 1867 par son Gouvernement de tracer les lignes générales d'une réforme de l'enseignement géométrique dans les écoles classiques italiennes, Cremona n'hésita pas un seul instant à proposer comme remède le retour pur et simple aux Elé-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Extrait d'une communication présentée au 3<sup>me</sup> Congrès international des mathématiciens à Heidelberg, le 9 août 1904.

ments d'Euclide. Si cette mesure, que le gouvernement s'empressa d'adopter, peut paraître aujourd'hui un peu trop draconienne, lorsqu'on tient compte du but qu'elle se proposait (et qu'elle atteignit en effet), c'est-à-dire d'extirper de nos écoles les mauvaises habitudes introduites par certains livres; elle doit être considérée comme un des actes du grand mathématicien qui le signalent à la reconnaissance éternelle de ses concitoyens. Il est juste d'ajouter que dans sa courageuse entreprise il eut comme alliés deux autres grands savants, Brioschi et Betti, dont l'excellente édition d'Euclide rendit non seulement possible, mais relativement aisée, la réforme proposée par Cremona.

Le retour à la source pure de la géométrie grecque, ayant comme résultat immédiat des préjudices matériels, provoqua une opposition vive, mais qui ne pouvait durer longtemps et par bonheur, finit bientôt par s'éteindre. Toutefois les grands mathématiciens qui introduisirent les Eléments d'Euclide dans les écoles italiennes ne niaient pas que ce livre, après vingt-deux siècles, n'eût pas besoin de retouches; aussi le Gouvernement italien ouvrit-il un concours pour un traité inédit de Géométrie élémentaire, et un peu plus tard adoucit la disposition que nous avons citée tout à l'heure, en se bornant à demander que l'enseignement classique fût fait d'après la méthode, mais non sur le texte même d'Euclide. Voilà une décision qu'on ne saurait trop louer; c'est elle, en effet, qui permit l'adoption dans nos écoles de bons traités, par exemple de ceux de Sannia et d'Ovidio et de Faifofer; c'est elle qui invita en quelque sorte les géomètres à chercher si les théories exposées par le grand maître se prêtaient à des améliorations didactiques et scientifiques, et donna l'essor à des recherches qui conduisirent à des résultats d'une importance considérable; tels sont ceux, ayant trait à la théorie de l'équivalence des polygones et des polyèdres, qui parvinrent à corriger un défaut existant dans les Eléments d'Euclide, que Legendre lui-même ne parvint pas à supprimer.

Ce régime de liberté toujours croissante, si conforme au

naturel du peuple italien, encouragea des savants de premier ordre, vivant en dehors des écoles moyennes, à porter leur attention du côté des éléments de la géométrie.

Le premier des géomètres, qui entrèrent dans cette voie, est notre regretté De Paolis, qui, par un excellent manuel, tout à fait original, non seulement rendit populaire dans nos écoles l'idée d'abattre l'ancienne séparation de la Géométrie en Géométrie plane et en Géométrie de l'espace, mais, par de nombreux exemples, prouva l'utilité théorique de cette innovation.

Non moins radicale est la réforme que proposa plus tard M. Veronese, en poursuivant le cours des idées qui caractérisent ses remarquables recherches de Géométrie à plusieurs dimensions; bornons-nous à signaler ses efforts couronnés de succès, pour déterminer le rôle de l'idée de mouvement dans les démonstrations géométriques et la conclusion à laquelle il parvint, qu'il est scientifiquement possible et utile, au point de vue pédagogique, de bannir tout à fait ce concept. L'importance de l'action de M. Veronese a été accrue par les nombreuses discussions soulevées par ses propositions.

Moins révolutionnaires ont été les derniers de ceux des savants italiens qui s'occupèrent de Géométrie élémentaire; en effet, MM. Enriques et Amaldi, en se rattachant de nouveau à la tradition euclidienne, se proposèrent, dans un livre récent, de refaire les Eléments d'Euclide, en les exposant sous une forme adaptée à l'état actuel de la science et aux besoins de nos écoles. La question des postulats fondamentaux de la Géométrie et la théorie de l'équivalence attirèrent leur attention d'une manière tout à fait spéciale, dans le but de satisfaire à la fois aux exigences de l'enseignement et à celles de la science d'aujourd'hui.

De nature bien différente est enfin l'essai d'introduire la logique mathématique dans l'enseignement élémentaire de la Géométrie et aussi de l'Algèbre; cet essai doit être cité, car il se base sur une méthode qui compte en Italie des adhérents nombreux et habiles; mais, ceux-là même qui considèrent favorablement le Calcul logique dans ses appli-

cations à l'analyse microscopique des idées fondamentales des mathématiques, ne croient pas en général qu'il soit destiné à nous fournir la solution définitive du problème de l'enseignement élémentaire.

Ayant eu l'occasion de citer des travaux didactiques ayant trait au calcul, il ne m'est pas permis de passer sous silence des maîtres tels que MM. Arzela, Capelli et Pincherle qui, par des ouvrages, qui eurent un grand succès, ont affranchi leur pays de la nécessité de recourir à l'étranger pour avoir des bons manuels d'arithmétique et d'algèbre.

Les élèves des savants que nous venons de nommer, dès qu'ils occupèrent une chaire dans l'enseignement moyen, se proposèrent, par des efforts qui les honorent, de mettre à l'épreuve ces nouveaux procédés didactiques; par cela ils réussirent à les rendre plus parfaits dans les détails et plus adaptés à l'intelligence des jeunes gens. En conséquence l'ancien type de nos écoles subit une modification radicale; car les jeunes professeurs, essayant avec un enthousiasme communicatif les méthodes nouvelles, ramenèrent de la vie et de la lumière dans les mornes salles où auparavant quelque vieux maître, tout en bâillant, exposait l'ancienne démonstration du théorème de Pythagore, en présence d'un auditoire sommeillant. Le grand public, en général enclin à se mésier des nouveautés, suit avec crainte ce changement, appuyé en cela par les maîtres de l'« ancien régime », qui considèrent tout ce mouvement par le même œil que certains anciens médecins jugent les nouveaux procédés curatifs; mais ceux qui ont foi dans le progrès indéfini du savoir ne peuvent que saluer avec joie ces changements que fait la méthode d'enseignement de la Géométrie, tout en procédant toujours sur la route indestructible frayée par Euclide.

La Société *Mathésis*, fondée il y a quelques années en vue de grouper ceux qui enseignent les sciences exactes dans les écoles moyennes, met en lumière d'une manière éclatante toute cette vie dont sont animés nos professeurs de mathématiques : son noble programme a été résumé en d'ex-

cellents termes par un de ses présidents en écrivant que son but est de tourner les progrès de la science à l'avantage de l'école. En attirant l'attention des savants sur des thèmes déterminés, en dirigeant les discussions relatives, en fixant des réunions partielles et des congrès généraux, Mathésis tient allumé ce feu sacré qui nous paraît nécessaire pour que les professeurs des écoles moyennes soient dignes de la haute fonction que la société leur a confié; si elle a soin de maintenir le contact continuel de ses sociétaires avec les membres du corps universitaire, elle contribuera à développer de plus en plus cet échange d'idées entre les professeurs de tous les degrés, qui nous semble indispensable, si l'on veut assurer cette continuité dans l'enseignement de la même branche du savoir, qui paraît nécessaire à tous ceux qui se rappellent que natura abhorret a saltus.

Parmi les questions qu'on a discutées au sein de *Mathésis*, il y en a deux qui par leur importance méritent que nous en disions quelques mots.

La première a été soulevée par la publication du Traité de Géométrie de De Paolis et consiste dans la recherche des avantages que peut tirer l'enseignement si l'on détruit l'ancienne séparation élevée par Euclide entre la Géométrie du plan et celle de l'espace. Dès 1825 Gergonne observait « qu'il est raisonnablement permis de se demander si notre manière de diviser la Géométrie en Géométrie plane et Géométrie de l'espace, est aussi naturelle et aussi exactement conforme à l'espace, est aussi naturelle et aussi exactement conforme à l'essence des choses, que vingt siècles d'habitude ont pu nous le persuader; » c'est la même idée que soutint, une quinzaine d'années après, un obscur géomètre français, de Mahistre, dont M. Laisant a récemment opéré l'exhumation.

La 2° édition de l'ouvrage de de Mahistre parut dans la même année (1844) où fut publié le Lehrgebäude der niedern Geometrie de Carl Anton Bretschneider, dans lequel la fusion entrevue par Gergonne est effectuée; car au lieu de l'ancienne division de la géométrie, on trouve celle en géométrie de

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> L'Enseignement mathématique, T. III. 1901, p. 98 et suiv.

position, géométrie de la forme, géométrie de la mesure. Si nous ne nous trompons pas, Bretschneider en Allemagne, pas plus que Gergonne en France, ne trouva des imitateurs, quoique Schlöмисн ait franchement proclamé que « la prééminence de la planimétrie est une erreur, le ton devant ètre donné par la stéréométrie ». Quant à l'Italie, il est bien remarquable que dans les programmes officiels pour nos Instituts techniques, publiés en octobre 1871, on lit les lignes suivantes, dues sans doute à Вкюськи: « Se servir de l'espace à trois dimensions, même dans les questions de géométrie plane, est un des artifices d'investigation géométrique, que même les anciens ont connu, et qui contribue à donner bientôt aux élèves l'habitude de voir par les yeux de l'esprit les figures géométriques de l'espace idéal. » Et peu après Cremona ajoutait dans un ouvrage célèbre : « Les considérations stéréométriques donnent bien souvent le moyen de rendre facile et intuitif ce qui en géométrie plane serait compliqué et de démonstration difficile : d'ailleurs elles aiguisent l'intelligence et aident le développement de cette imagination géométrique qui est une qualité essentielle de l'ingénieur pour qu'il puisse concevoir les figures de l'espace même sans l'aide d'un dessin ou d'un modèle 1. » Presque au même instant où le grand maître italien écrivit ces lignes, un éminent géomètre français, M. Méray, en s'inspirant aux idées de Gergonne, effectuait la fusion des deux géométries par ses excellents *Nouveaux éléments*, publiés à Paris en 1873. Mais il semble qu'à ce moment-là ses idées ne furent guère goûtées par ses compatriotes, ni à l'étranger; en tout cas elles n'étaient pas connues par De Paolis lorsqu'il conçut le plan de ses Elementi di geometria Torino 1884). C'est par la publication de ce livre bientôt suivi par celle d'un traité analogue de MM. Lazzeni e Bassani) que commencèrent en Italie les longues discussions entre fusionnistes et séparatistes; et il est digne d'être noté que l'écho de ces débats, étant arrivé jusqu'à Dijon, par l'organe de celui qui a l'honneur de vous parler, M. Méray fut encouragé à reve-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Elementi di geometria projettiva (Torino, 1873). Avant-propos.

nir sur ses anciennes méthodes et à les perfectionner: un brillant succès, constaté par des documents officiels, a couronné ces nouveaux efforts! — On s'est plu à me peindre comme un fusionniste ardent; c'est une exagération; aimant en général toute nouveauté, j'ai considéré avec une vive sympathie l'apparition d'une méthode nouvelle pour considérer l'ensemble des vérités géométriques. D'ailleurs, lorsqu'un procédé a été imaginé par des penseurs distingués de nationalités et d'époques différentes, et lorsqu'il s'est montré capable d'applications très vastes et très variées 1, il me semble qu'il ne mérite pas d'être relégué parmi des produits artificiels destinés à mourir, même si ses résultats n'autorisaient pas encore à trancher la question en sa faveur. Cela étant, il est naturel que j'exprime le vœu que la question de la fusion de la planimétrie et de la stéréométrie soit étudiée d'une manière large et complète, en essayant de la résoudre en se servant tout aussi bien de considérations théoriques et des résultats des expériences qu'on a déjà fait 2 et qu'on est en train de faire.

L'autre des questions traitées au sein de l'Association Mathesis, auxquelles je sis allusion un peu plus haut, est la recherche des moyens pour augmenter le prosit de l'enseignement des éléments des mathématiques. Or, cet enseignement donne-t-il en général des résultats moindres que les autres enseignements parallèles, scientifiques ou littéraires? Je ne saurais l'affirmer. Toutesois je trouve belle et digne de considération la question que je viens de signaler, car le maître doit s'efforcer d'accroître l'efficacité de son enseignement, quel que soit le degré qu'il a déjà atteint. On ne peut s'attendre à obtenir une solution définitive et complète de la question énoncée; les observations générales qui suivent ne sont destinées qu'à l'éclaircir un peu. Je vais commencer par une remarque saite par Hermite, presque à

On peut par exemple l'appliquer aussi dans l'enseignement de la géométrie analytique, comme l'a prouvé Bior depuis 1802.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Il est bon de remarquer que les derniers programmes italiens ont été rédigés de manière qu'ils peuvent servir aux fusionnistes aussi bien qu'aux séparatistes.

la veille de sa mort; voilà comment s'exprimait ce grand maître:

« BACON DE VERULAM a dit que l'admiration est le principe du savoir; sa pensée qui est juste en général, l'est surtout à l'égard de notre science, et je m'en autoriserai pour exprimer le désir qu'on fasse pour les étudiants, la part la plus large aux choses simples et belles qu'à l'extrême rigueur, aujourd'hui en honneur, mais bien peu attrayante, souvent même fatigante sans grand profit pour le commençant qui n'en peut comprendre l'intérêt. »

Une idée tout à fait analogue à celle de Bacon était émise par un philosophe italien, Bovio, en disant que « le but de l'enseignement moyen est celui d'apprendre, non la science, mais l'amour de la science ». Or les mathématiques peuvent se considérer sous un double aspect; c'est-à-dire on peut les admirer comme un modèle le plus parfait d'édifice scientifique, d'une solidité si parfaite que, même le siècle de la critique, n'a su en secouer les bases; ou bien comme fournissant des moyens de recherches si sûrs et puissants que toutes les autres sciences y eurent recours dès qu'elles abandonnèrent leur état d'enfance. Or si c'est une prérogative de quelques esprits d'élite d'aimer dès leur jeunesse les sciences exactes pour leurs qualités théoriques, toute personne intelligente ne peut rester froide en présence des belles applications, dont elles sont susceptibles; en conséquence il ne sera pas assez recommandé aux professeurs de mathématiques de traduire, sous une forme concrète, les questions théoriques 2 et d'insérer au milieu de l'exposition des doctrines le plus souvent qu'ils peuvent des applications pratiques, variées et intéressantes. C'est d'ailleurs une idée que j'ai trouvée déjà appliqué dans un excellent traité de géométrie, publié en Allemagne : je parle de celui de MM. Henrici et Treutlein, où, comme application de la trigonométrie, on

<sup>1</sup> Archiv d. Math. und Phys., 3º Reihe, I. Bd.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Par exemple le problème « trouver la hauteur d'une pyramide triangulaire en connaissant les angles faits avec le plan ABC de la base par les arêtes latérales VA, VB, VC » peut s'énoncer : « calculer la hauteur d'un aérostat V en connaissant ses angles d'élévation lorsqu'on l'observe depuis trois points ABC dont les distances éventuelles sont connues ». Et la question de « trouver l'intersection d'une surface avec un cône circulaire » est identique au fond avec celle de « déterminer l'ombre portée par un disque sur une surface donnée ».

trouve des éléments de la triangulation du Grand-Duché de Baden!

Le nom de M. Treutlein, que je viens de prononcer, me donne l'occasion de déclarer que je me range aussi de son côté lorsqu'il recommande l'indroduction d'un élément historique dans l'exposé des théories mathématiques: « Les matières de la géométrie, a remarqué Blaise Pascal, sont si sérieuses d'elles-mêmes, qu'il est avantageux qu'il s'offre quelque occasion pour les rendre un peu divertissantes »; or c'est l'élément historique qui fournit peut-être le moyen meilleur pour interrompre la marche un peu lourde des déductions mathématiques.

Permettez-moi, Messieurs, que j'ajoute enfin une proposition concernant particulièrement la Géométrie. Dans l'enseignement universitaire les cours de Géométrie descriptive et de Géométrie projective sont accompagnés d'exercices méthodiques de dessin, dans lesquels les étudiants effectuent les constructions et appliquent les théories exposées par le professeur; c'est un moyen précieux permettant de familiariser les élèves avec les méthodes dont les sources se trouvent dans les œuvres immortelles de Monge et de Poncelet. Or pourquoi ce système ne pourrait-il pas s'étendre aux écoles moyennes? Deux heures d'exercices graphiques chaque semaine suffiraient aux élèves pour s'emparer de l'essence même des procédés propres de la Géométrie et par un commerce continuel avec les cercles et les triangles, ils apprendront à aimer ce qu'auparavant ils ne faisaient que redouter: qu'il me soit permis de fixer sur cette idée l'attention des savants qui me font l'honneur de m'écouter.

Comme c'est bien naturel, on a beaucoup parlé, au sein de l'Association Mathésis, de programmes d'enseignement, en s'occupant des écoles classiques (Gymnasien) aussi bien que des Ecoles et des Instituts techniques (niedere und obere Realschulen). C'est à propos de ces dernières que la différence des idées s'est manifestée plus vivement et n'est pas encore finie; c'est une chose qu'on pouvait prévoir et qu'il n'est pas difficile de s'expliquer; car l'enseignement technique n'a pas un type déterminé et fixe dans tous les pays; en Italie il y

a des personnes qui croient bon de le forger sur le modèle des lateinlosen Schulen de l'Allemagne ou de l'enseignement moderne de la France, tandis que d'autres soutiennent l'opinion qu'il faut lui donner un caractère franchement professionnel, telle que l'aurait une école des arts et métiers. Je ne sais pas si c'est la cause ou l'effet de cette diversité d'opinions qui fit que nos instituts techniques ont effectué un voyage d'aller et retour du ministère de l'Instruction à celui de l'Agriculture et Commerce; en tout cas il me semble que ces écoles sont aujourd'hui formées par des éléments hétérogènes luttant sourdement entre eux et entre lesquels il naîtra tôt ou tard une scission définitive. Comme professeur universitaire, je m'intéresse particulièrement au programme de la section physico-mathématique, car c'est elle seule qui mène aux écoles supérieures. Or ce programme a subi beaucoup de changements et je crois qu'il en subira encore, car le but même qu'il se propose n'est pas bien déterminé: pour les mathématiques il doit s'élever au-dessus des théories tout à fait élémentaires, mais il ne doit pas atteindre les mathématiques supérieures; il doit donc comprendre les mathématiques complémentaires. Or quelles sont les théories que l'on doit embrasser sous ce nom? Personne ne pourrait à présent le dire, ni le saura dire jamais. Par conséquent, suivant mon sentiment, il n'y a qu'une manière de rédiger le programme de mathématiques pour les sections physico-mathématiques des Instituts techniques: c'est de faire une liste assez nombreuse de thèmes entre lesquels le professeur pourra choisir suivant ses idées et ses goûts personnels, ou bien suivant les traditions de l'établissement auquel il appartient et suivant les aptitudes des élèves. Cette idée n'est pas nouvelle dans le fond, car elle constitue la moëlle du Lehrplan publié il y a trois ans pour les Oberrealschulen de l'Allemagne ; c'est une idée profonde et extrêmement libérale qui fait honneur aux savants qui en ont pris l'initiative et il est à souhaiter qu'elle soit appliquée d'une manière encore plus générale.....

GINO LORIA (Génes).