Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: III. — GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE cylindre de révolution, de la sphère, et du parallélipipède par rapport à leurs axes de symétrie. — Aires et volumes des solides de la géométrie élémentaire.

Intégration des équations différentielles du premier ordre :

1° Dans le cas où les variables se séparent immédiatement ;

2° Dans le cas où l'équation est linéaire.

Intégration de l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants sans second membre; cas où le second membre est un polynôme ou une somme d'exponentielles de la forme $A\,e^{ax}$.

Résolution numérique des équations algébriques ou transcendantes. — Méthode d'approximation de Newton et méthode des parties proportionnelles établies par des considérations géométriques. — Extension de la méthode de Newton à la résolution numérique de deux équations simultanées qu'on remplacera par deux équations linéaires approchées.

Calcul approché d'une intégrale définie par la méthode des trapèzes.

II. — TRIGONOMÉTRIE

Fonctions circulaires. — Angles correspondant à une fonction circulaire.

Théorème des projections.

Relations entre les fonctions circulaires d'un même angle. — Formules relatives à l'addition, à la soustraction, à la multiplication et à la division des angles.

Divisions sexagésimale et centésimale de la circonférence. (On fera usage de tables trigonométriques centésimales à cinq décimales.)

Résolution des triangles rectilignes.

Résolution trigonométrique de l'équation binôme.

Formule fondamentale de la trigonométrie sphérique :

$$\text{Cos}\, a = \text{Cos}\, b \;\text{Cos}\, c + \text{Sin}\, b \;\text{Sin}\, c \;\text{Cos}\, A.$$

III. — GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

1° Géométrie plane.

Constructions d'expressions algébriques. — Homogénéité.

Coordonnées rectilignes. — Représentation d'une ligne par une équation. — Formules de transformation des coordonnées rectilignes. Ordre d'une courbe algébrique. Distance de deux points.

Ligne droite. — Equation de la ligne droite. Problèmes simples relatifs à sa détermination. — Formules donnant la distance d'un point à une droite et la tangente de l'angle de deux droites, en supposant les axes rectangulaires. Applications. — Notions succinctes sur les points à l'infini au moyen des coordonnées homogènes et sur les éléments imaginaires. — Relation homographique; relation involutive; rapport anharmonique de quatre nombres. Application au rapport anharmonique de quatre points en ligne droite et de quatre droites appartenant à un même faisceau linéaire.

Cercle.

Lieux géométriques.

Courbes dont l'équation est résolue ou résoluble par rapport à l'une des coordonnées. Tracé. — Equation de la tangente en un point; sous-tangente. — Normale; sous-normale. — Concavité; convexité; points d'inflexion. —

Asymptotes. — Application à des exemples simples et en particulier à des coniques et à des courbes dont l'équation est du second degré par rapport à l'une des coordonnées.

Courbes définies par l'expression des coordonnées d'un de leurs points en fonction d'un paramètre. — Tracé. — Exemples numériques. — Les courbes du second ordre et celles du troisième ordre à point double sont unicursales.

Courbes définies par une équation implicite. — Equation de la tangente et de la normale en un point. — Tangentes à l'origine dans le cas où l'origine est un point simple ou un point double. Recherche des asymptotes sur des exemples *numériques* de courbes du second et du troisième ordre.

Courbure. — Enveloppes. — Développées.

Intersection d'une courbe algébrique donnée, définie par une équation entière et homogène : $f(x, y, z,) = 0$, avec une droite arbitraire menée par un point quelconque donné sur cette courbe ; point simple ; tangente en ce point. Cas particulier où le point est rejeté à l'infini : asymptote définie comme tangente à la courbe en ce point.

Courbes du second ordre. — Division en trois genres d'après la nature des points à l'infini ; asymptotes. — Etablir les différentes formes réduites que peut prendre l'équation d'une conique en appliquant la méthode de décomposition en carrés à des exemples numériques ; figurations géométriques correspondantes. — Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une conique ; polaire d'un point. — Condition pour que deux droites soient conjuguées ; pôle d'une droite.

Centres ; diamètres ; directions conjuguées ; diamètres conjugués. — Directions principales et axes de symétrie en supposant les coordonnées rectangulaires. — Recherche des formes réduites ; calcul des coefficients des formes réduites dans le cas où les coordonnées sont rectangulaires.

Foyers d'une courbe du second ordre. — Directrices. — Excentricité. — Paramètre. — Recherche des foyers et des directrices sur les équations réduites en coordonnées rectangulaires.

Equation trinôme : $y^2 = 2px + qx^2$, commune aux trois courbes du second ordre.

Etude des courbes du second ordre sur les équations réduites. — Intersection avec une droite ; condition de contact ; problèmes simples relatifs aux tangentes. — Propriétés focales et tracés qui en résultent ; tangente et normale. — Questions relatives à l'ellipse et à l'hyperbole ; diamètres ; cordes supplémentaires ; diamètres conjugués ; théorèmes d'Apollonius. — Tracés spéciaux pour l'ellipse considérée comme projection orthogonale du cercle. — Propriétés spéciales de l'hyperbole relativement aux asymptotes. — Propriétés spéciales de la parabole relativement aux diamètres, à la sous-tangente et à la sous-normale.

Homothétie.

Rapport anharmonique de quatre points ou de quatre tangentes sur une conique. — Divisions homographiques et divisions en involution sur une conique.

Deux coniques ont, en général, quatre points communs réels ou imaginaires à distance finie ou infinie. — Notions succinctes sur les coniques appartenant au faisceau linéaire ponctuel défini par deux coniques données ; les coniques de ce faisceau découpent sur une droite quelconque deux divisions en involution.

Coordonnées polaires. — Leur transformation en coordonnées rectilignes. Equation de la ligne droite.

Construction des courbes; tangentes. — Asymptotes. — Applications (on se bornera au cas ou l'équation est résolue par rapport au rayon vecteur). — Cas des coniques.

2. *Géométrie dans l'espace.*

Coordonnées rectilignes. — Représentation d'une surface par une équation; représentation d'une ligne par deux équations simultanées. — Formule qui donne le cosinus de l'angle de deux directions en supposant les coordonnées rectangulaires. — Formules de transformation des coordonnées rectilignes; formules d'Euler. — Ordre d'une surface algébrique. — Distance de deux points.

Ligne droite et plan. — Equation du plan; équations de la droite. — Problèmes simples relatifs à leur détermination et à leurs intersections.

Formules donnant le cosinus de l'angle de deux droites ou de deux plans, la distance d'un point à un plan, d'un point à une droite et la plus courte distance de deux droites, en supposant les axes rectangulaires. — Applications. — Notions succinctes sur les points à l'infini à l'aide des coordonnées homogènes et sur les éléments imaginaires. — Rapport anharmonique de quatre plans appartenant à un même faisceau linéaire.

Sphère. (Coordonnées rectangulaires).

Courbes gauches. — Tangente. — Plan osculateur. — Courbure. — Applications à l'hélice circulaire.

Surfaces en général. — Plan tangent; normale. — Marche à suivre pour trouver l'équation d'une surface définie géométriquement. Application aux cylindres, aux cônes et aux surfaces de révolution.

Surfaces du second ordre. — Intersection d'une surface du second ordre donnée avec une droite arbitraire menée par un point quelconque donné sur cette surface; point simple; plan tangent en ce point; son intersection avec la surface. — Cas où le point est à l'infini; plan asymptote défini comme plan tangent en ce point. — Classification des surfaces du second ordre d'après la nature des points à l'infini.

Conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une surface du second ordre possède un ou plusieurs points doubles à distance finie ou infinie.

Etablir les différentes formes réduites que peut prendre l'équation d'une surface du second degré en appliquant la méthode de décomposition en carrés à des exemples numériques; formes géométriques des surfaces correspondantes. — Condition pour que deux points soient conjugués par rapport à une surface du second ordre; plan polaire d'un point. — Condition pour que deux plans soient conjugués; pôle d'un plan. — Droites conjuguées. — Centres; plans diamétraux; directions conjuguées; diamètres, diamètres conjugués. (Toutes les discussions relatives à la distribution des plans asymptotes, des centres, des plans diamétraux et des diamètres seront faites sur les formes réduites.)

Démontrer que dans toute surface du second ordre il existe au moins trois directions conjuguées rectangulaires (en coordonnées rectangulaires); calcul des coefficients des carrés des variables lorsqu'on prend des axes parallèles à ces directions; calcul des autres coefficients des formes réduites par la translation de ces axes.

Homothétie.

Etude des surfaces du second ordre sur les équations réduites. — Condition de contact d'un plan avec la surface; problèmes simples relatifs aux plans tangents. — Normale. — Propriétés des diamètres conjugués; théorèmes d'Apollonius pour l'ellipsoïde et les hyperboloïdes. — Sections circulaires. — Génératrices rectilignes. — Les surfaces du second ordre sont unicursales.

Variation de la courbure des sections normales en un point simple d'une surface (on supposera le point à l'origine et la surface tangente au plan xoy). — Indicatrice. — Courbure d'une section plane quelconque au même point. — Théorème de Meusnier. — Surfaces convexes, surfaces à courbures opposées en un point.

IV. — MÉCANIQUE

CINÉMATIQUE DU POINT. — Mouvement rectiligne d'un point. — Relativité du mouvement. — Vitesse, accélération. — Mouvement uniforme, uniformément varié, vibratoire simple.

Mouvement curviligne. — Vitesse. — Hodographe. — Vecteur accélération.

Accélérations tangentielle et centripète. — Diagrammes des espaces, des vitesses, des accélérations tangentielles.

Mouvement rapporté à des axes de coordonnées rectangulaires ou obliques et à des coordonnées semi-polaires.

Cinématique d'un système invariable. — Translation. — Rotation autour d'un axe fixe. — Mouvement hélicoïdal.

Changement du système de comparaison. — Composition des vitesses; composition des accélérations bornée au cas où le mouvement du système de comparaison est un mouvement de translation.

DYNAMIQUE.

I. *Point matériel libre.* — Principe de l'inertie. — Définition de la force et de la masse[1]. — Relation entre la masse et le poids. — Invariabilité de la masse. — Unités fondamentales. — Unités dérivées. — Mouvement d'un point sous l'action d'une force constante en grandeur et en direction ou sous l'action d'une force issue d'un centre fixe : 1° proportionnelle à la distance; 2° en raison inverse du carré de la distance.

Composition des forces appliquées à un point matériel[2].

Travail d'une force, travail de la résultante de plusieurs forces, travail d'une force pour un déplacement résultant. — Théorème de la force vive. — Surfaces de niveau. — Champs et lignes de force. — Energie cinétique et énergie potentielle d'un point placé dans un champ de force.

II. *Point matériel non libre.* — Mouvement d'un point pesant sur un plan incliné avec et sans frottement, la vitesse initiale étant dirigée suivant une ligne de plus grande pente. — Pression totale sur le plan; réaction du plan. — Petites oscillations d'un pendule simple sans frottement, isochronisme.

Homogénéité. — Dimensions d'une vitesse, d'une accélération, d'une force, d'un travail, d'une quantité de mouvement, d'une force vive.

---

[1] On admettra qu'une force appliquée à un point matériel est égale géométriquement au produit de la masse du point par l'accélération qu'elle lui imprime.

[2] On admettra que si plusieurs forces agissent sur un point, l'accélération qu'elles lui impriment est la somme géométrique des accélérations que chacune d'elles lui imprimerait si elle agissait seule.