Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: G. Humbert. — Cours d'Analyse, professé à l'Ecole polytechnique. Tome II : Complément du calcul intégral. Fonctions analytiques et elliptiques. Equations différentielles. 1 vol. gr. in-8° de 494 p. Prix: 16 fr., Gauthier-Villars, Paris, 1904.

Autor: Buhl, A.

de *limite,* par contre *le Calcul des limites* est le fondement nécessaire de l'analyse.

Et c'est merveille de voir comment les analystes sont arrivés à trouver les *valeurs vraies* d'expression qui se présentent sous les formes :

$$\frac{0}{0}\ ,\ \frac{\infty}{\infty}\ ,\ 0^0\ ,\ 0^\infty,\ \text{etc.}$$

C'est à ce genre de questions qu'est consacré ce petit volume élémentaire. Leur étude est présentée avec beaucoup de précision et soin, aussi cet exposé constitue-t-il une excellente introduction aux théories modernes, telles que celles qui sont développées dans les livres de M. Borel : « Fonctions entières » et « Séries à termes positifs ».

R. D'ADHÉMAR (Lille).

DE GALDEANO (Dr Zoel G.) — **Tratado de Análisis matemático.** Tomo segundo. — **Principios generales de la Teoría de las funciones.** (Nuova Encilopédia matemática; t. V). 1 vol. in-8° 352 p.), Zaragoza, Casañal, 1904.

Ce second volume termine le Traité d'Analyse mathématique de M. de Galdeano. Nous avons indiqué, à propos du tome Ier, consacré au Calcul différentiel, quel était l'esprit de cet excellent manuel et quel but s'était proposé l'auteur. Nous ne reviendrons pas sur ce point : qu'il nous suffise de dire que les qualités que nous avions signalées à propos de la première partie, nous les retrouvons au même degré dans la seconde : même clarté, même souci d'offrir sous une forme condensée et cependant facile, un exposé très complet de l'Analyse moderne.

Voici sommairement résumée la matière du présent volume qui est divisé en cinq livres : Dans le premier, l'auteur insiste sur les notions du nombre irrationnel et de limite, puis il donne les principes de la théorie des quantités complexes avec *n* unités principales. — Dans le second, après avoir passé en revue le problème des quadratures, la convergence uniforme et les séries entières, il s'occupe de la continuité et de la discontinuité (fonctions uniformément continues, fonctions discontinues, fonctions intégrales..., intégrales définies singulières de Cauchy..., etc.). Le livre IV renferme la théorie des séries dont les termes dépendent d'une variable imaginaire et l'étude de l'intégration des fonctions d'une variable complexe. — Le livre IV comprend deux chapitres, l'un relatif au développement en série des fonctions synectiques, l'autre relatif aux fonctions algébriques. Quant au livre V, le dernier, il est consacré à l'Analysis situs (surface de Riemann, variétés).

M. GODEFROY (Marseille).

G. HUMBERT. — **Cours d'Analyse,** professé à l'Ecole polytechnique. Tome II : Complément du calcul intégral. Fonctions analytiques et elliptiques. Equations différentielles. 1 vol. gr. in-8° de 494 p. Prix : 16 fr., Gauthier-Villars, Paris, 1904.

La première partie de cet ouvrage a été analysée l'année dernière dans l'*Enseignement mathématique* (T. VI, p. 325). L'esprit déjà signalé a été conservé dans la seconde partie qui donne toutefois l'impression d'une condensation trop grande de certaines théories. C'est ce que l'auteur paraît d'ailleurs reconnaître lui-même dans sa préface, mais il faut se hâter d'ajouter qu'il a voulu sans doute ne pas dépasser dans son second volume le cadre matériel du premier. Dans ces conditions les théories se serrent et s'étouffent un peu mutuellement au point de vue du géomètre, tandis qu'elles sont résumées et mises sous forme éminemment maniable pour le praticien.

Le volume en question commence par les intégrales multiples, leurs applications, leurs transformations, notamment celles usitées en Physique mathématique et l'on y rattache le calcul de nombreuses intégrales définies et notamment la théorie des fonctions eulériennes. Il faudrait peut-être insister un peu plus, non seulement ici mais dans de nombreux traités, sur le changement de valeur que subit une intégrale multiple quand on intervertit l'ordre des intégrations. On signale bien les cas, et ce sont certainement les plus simples, où l'interversion n'a pas d'influence, mais les cas contraires se présentent souvent, par exemple dans les solutions de Cauchy-Fourier des équations de la Physique : tantôt on peut intervertir, tantôt on ne le peut pas. Dans le chapitre des fonctions eulériennes, on insiste sur le rôle de la fonction Γ dans le calcul des probabilités et on termine par une belle démonstration de la transcendance du nombre e. Nous voici maintenant dans les fonctions analytiques, apparaissant, comme toujours, comme fonction d'une variable complexe, première notion d'où l'on déduit par la voie de Cauchy la développabilité en série entière. L'auteur a complété son cours oral en rappelant les résultats si importants sur le développement des fonctions méromorphes, résultats dûs à Mittag-Leffler et à Weierstrass. Quant à la théorie des résidus et à ses applications, c'est là qu'on a véritablement plaisir à lire M. Humbert. Ses travaux personnels, dont malheureusement il ne peut donner ici grande idée, l'ont fait passer maître dans ce magnifique domaine, Avec beaucoup d'élégance, il calcule de nombreuses intégrales simples et nous prépare ainsi à une théorie des fonctions elliptiques qui occupe à peine 72 pages, mais qui est pleine de valeur, de résultats précis et beaux. Il trouve le moyen d'étudier la cubique plane, le pendule, le théorème de Poncelet et encore d'autres résultats géométriques curieux concernant, par exemple, les arcs de lemniscate.

La second moitié du volume est consacrée aux équations différentielles. On entre en matière fort heureusement par la considération de types simples d'équations intégrales et non par la considération des théorèmes généraux d'existence. L'éminent esprit géométrique de M. Humbert apparaît bien dans ces premières considérations où les interprétations géométriques abondent (solutions singulières, propriétés géométriques des intégrales des équations élémentaires précisément intégrables comme, l'a montré Sophus Lie, à cause des groupes de transformations qu'elles admettent). Voici donc les équations à variables séparées, homogènes, linéaires, de Bernoulli, de Riccati, de Lagrange, de Clairaut, puis les artifices d'intégration, le facteur intégrant et les applications très élégantes aux trajectoires, aux lignes asymptotiques et aux lignes de courbnre des surfaces, particulièrement des quadriques, enfin la célèbre équation d'Euler qui a joué un rôle fondamental dans la genèse et la théorie des fonctions elliptiques.

La réductibilité aux formes intégrables des équations d'ordre quelconque entraîne l'étude de la courbe élastique, la démonstration du fait que les coniques sont les seules courbes dont les lignes diamétrales admettent (aux points où elles coupent la courbe) des tangentes passant par un point fixe, l'étude de la courbe où le rayon de courbure est proportionnel au rayon vecteur, de la courbe de poursuite et enfin celle des lignes géodésiques.

C'est là un problème difficile dont M. Humbert indique cependant les grandes lignes pour des applications particulières (cylindres, surfaces de révolution, ellipsoïde).

Les théorèmes généraux de Cauchy sur l'existence des intégrales sont exposés maintenant à propos des systèmes d'équations différentielles. Cette exposition est encore facile à saisir géométriquement. Quant aux équations linéaires leur étude élémentaire bien connue est suivie de l'étude de l'intégrale faite sur l'équation même en dehors de la possibilité de l'intégration explicite (Fuchs, Poincaré. Painlevé, etc...). Nous savons suivre ainsi l'intégrale générale dans le plan et reconnaître, par exemple, si elle y est méromorphe, holomorphe, rationnelle. Signalons en outre quelques pages relatives à l'équation de Lamé.

Les équations aux dérivées partielles sont traitées avec rapidité. Leurs solutions sont immédiatement présentées comme des surfaces pouvant passer par une courbe gauche arbitraire et admettre, dans le cas du second ordre, un plan tangent variant le long de cette courbe, de façon également arbitraire. L'idée de *caractéristique,* prise par son côté le plus élémentaire, est habilement introduite. Les équations aux différentielles totales et les équations $f(x, y, z, p, q) = o$ sont traitées sobrement, mais suffisamment. Enfin l'ouvrage est terminé de la façon la plus utile par une belle collection de problèmes résolus, problèmes relatifs aux fonctions analytiques et elliptiques et destinés sans doute à éclairer les théories correspondantes comme, par exemple, ceux que M. Painlevé a traités dans le *Recueil d'exercices* de Tisserand.

A. Buhl (Montpellier).

R. Schüssler. — **Orthogonale Axonometrie.** Ein Lehrbuch zum Selbststudium. Mit 29 Figurentafeln in besonderem Hefte. — 1 vol. relié, in-8°, VIII-170 p., prix : 7 Mk. ; B. G. Teubner, Leipzig.

En rédigeant ce traité d'axonométrie, l'auteur s'est proposé de mettre en relief la valeur théorique d'une méthode de projection qui, dans la pratique, a déjà de nombreuses applications à la représentation des objets. Il rappelle dans la préface le noms de Skuhersky, Staudigl, Pelz, Weiler, etc., qui ont tout particulièrement contribué au développement de cette branche de la Géométrie. Les travaux de Pelz ont fait de l'axonométrie une méthode de projection dans laquelle on peut effectuer toutes les constructions géométriques, comme dans le cas de deux plans orthogonaux. Les principes essentiels de cette méthode sont exposés dans ce volume sous une forme très simple, facilement abordable même à ceux qui n'ont pas encore fait de la géométrie descriptive.

L'ouvrage comprend quinze chapitres. Dans les trois premiers l'auteur étudie la représentation axonométrique du point, de la droite et du plan. Puis, dans le chapitre suivant il examine les applications à la construction des ombres, et, dans le chapitre V, les problèmes essentiels concernant le prisme et la pyramide : leur représentation, section plane, intersection avec une droite, pénétration, ombres.

Les problèmes relatifs aux droites et plans perpendiculaires font l'objet d'une étude approfondie, ainsi que les divers problèmes métriques usuels. Viennent ensuite les propriétés et constructions en concernant le cercle et les sections coniques. Elles donnent lieu à d'intéressantes remarques qui seront lues avec profit par tous ceux qui enseignent la Planimétrie, la Stéréométrie, la Géométrie descriptive et même la Géométrie analytique.