

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 7 (1905)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Kapitel: Sur la détermination des axes d'une hyperbole.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

MÉLANGES ET CORRESPONDANCE

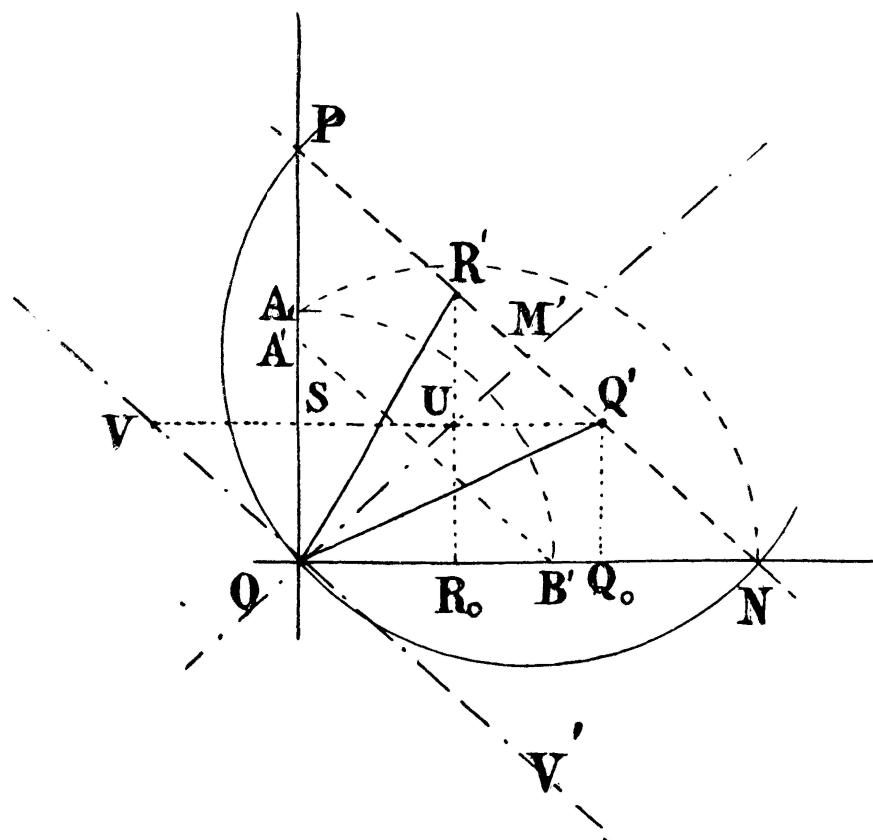
Sur la détermination des axes d'une hyperbole.

(A propos d'un article de M. Majcen).

La construction indiquée par M. MAJCEK (*l'Ens. Math.*, p. 221-225) pour la détermination des axes d'une hyperbole dont deux diamètres conjugués sont donnés, peut se légitimer aisément sans recourir aux propriétés des projections d'une hyperbole équilatérale.

Nous nous servirons des mêmes notations et nous reproduirons la fig. 2 pour y ajouter quelques lignes auxiliaires. Il est évident que les asymptotes de la courbe sont l'un la droite OM' et l'autre la droite VV' menée par O parallèlement à PN . Puisque les triangles POM' et $M'ON$ sont isosceles, on aura

$$\begin{aligned}\widehat{M'ON} &= \widehat{ONM'} = \widehat{NOV'}, \\ \widehat{POM'} &= \widehat{M'PO} = \widehat{POV},\end{aligned}$$



et les droites OP, ON, étant les bissectrices des angles formés par les asymptotes, seront les directions des axes.

Si Q_0 est le pied de la perpendiculaire abaissée de Q' sur ON on aura

$$OQ_0 = R_0N, \quad OR_0 = Q_0N,$$

et, d'après la figure,

$$\overline{OB'}^2 = \overline{OA'}^2 = \overline{R_0N}^2 - \overline{OR_0}^2 = \overline{R_0N}^2 - \overline{Q_0N}^2.$$

Alors on peut observer :

a) Des relations

$$\frac{\overline{OA'}^2}{\overline{OB'}^2} = \frac{\overline{R_0R'}^2}{\overline{R_0N}^2} = \frac{\overline{Q_0Q'}^2}{\overline{Q_0N}^2} = \frac{\overline{R_0R'}^2 - \overline{Q_0Q'}^2}{\overline{R_0N}^2 - \overline{Q_0N}^2}$$

on déduit

$$\overline{OA'}^2 = \overline{R_0R'}^2 - \overline{Q_0Q'}^2,$$

et comme

$$\overline{OR'}^2 = \overline{OR_0}^2 + \overline{R'R_0}^2 = \overline{Q_0N}^2 + \overline{R'R_0}^2,$$

$$\overline{OQ'}^2 = \overline{OQ_0}^2 + \overline{Q'Q_0}^2 = \overline{R_0N}^2 + \overline{Q_0Q'}^2,$$

il vient

$$\overline{OB'}^2 - \overline{OA'}^2 = \overline{OQ'}^2 - \overline{OR'}^2,$$

et l'on peut conclure que OB' et OA' sont effectivement les demi-axes de l'hyperbole, car la droite A'B' est parallèle à l'un des asymptotes et la différence de leurs carrés est égale à la différence des carrés des demi-diamètres donnés.

b) Si Q' est un point réel de l'hyperbole et si U, V et S sont les points où la droite menée par Q' parallèlement à ON coupe les asymptotes et OP, on sait que OB' est le demi-axe si

$$\overline{OB'}^2 = Q'U \cdot Q'V.$$

Mais $US = SV$, et par suite

$$Q'U \cdot Q'V = \overline{Q'S}^2 - \overline{SU}^2,$$

et puisque la droite $R'R_0$ passe par U, on a

$$Q'U \cdot Q'V = \overline{R_0N}^2 - \overline{OR_0}^2,$$

ce qui justifie la construction.

c) On peut aussi appliquer la propriété que l'aire du triangle formé en joignant les extrémités de deux diamètres conjugués est constante. Si OB' est le demi-axis on a

$$\frac{\overline{OB'}^2}{\overline{ON}^2} = \frac{\text{aire } OA'B'}{\text{aire } OPN} = \frac{\text{aire } OQ'R'}{\text{aire } OPN} = \frac{OQ_0 \cdot R'R_0 - Q'Q_0 \cdot OR_0}{ON \cdot OP},$$

et par suite

$$\overline{OB'}^2 = \frac{ON}{OP} (OQ_0 \cdot R'R_0 - Q'Q_0 \cdot OR_0).$$

Mais

$$R'R_0 \frac{ON}{OP} = R_0 N = OQ_0,$$

$$Q'Q_0 \frac{ON}{OP} = Q_0 N = OR_0,$$

ce qui donne

$$\overline{OB'}^2 = \overline{OQ_0}^2 - \overline{OR_0}^2 = \overline{R_0 N}^2 - \overline{OR_0}^2,$$

résultat conforme à la construction examinée.

E. CANTONI, Viadana (Mantova).

A propos d'un théorème de M. Zervos sur les racines des équations algébriques.

Dans *L'Ens. mathém.* du 16 juillet 1904, (6^e année, p. 297-299), M. Zervos examine le théorème suivant :

Si dans un polynôme entier avec tous ses termes positifs, ordonné par rapport aux puissances décroissantes de x , le rapport d'un coefficient au précédent ne va pas en croissant, l'équation qu'on a en égalant le polynôme à zéro a nécessairement des racines imaginaires.

Or, il est facile de former des exemples qui ne vérifient pas ce théorème.

Soit, par exemple, l'équation

$$3x^2 + 2x + \frac{1}{12} = 0,$$

donnant

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{6},$$