Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 7 (1905)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: R. de Montessus de Ballore. — Les fractions continues algébriques. 1 vol. de 85 p. (Thèse de Doctorat), in-4°, Hermann, Paris.

Autor: d'Adhémar, R.

mécaniques, physiques et astronomiques, puis dans les sciences techniques. Il envisage la géométrie descriptive non seulement au point de vue de la représentation des objets à l'aide des méthodes de projection, mais il fait entrer aussi les représentations graphiques basées sur la notion des coordonnées et les calculs graphiques.

La seconde partie du volume (p. 98 à 182) est consacrée à la *photogrammétrie* et à ses applications. C'est là une branche nouvelle qui n'a guère pénétré dans l'enseignement. Tous ceux qui s'y intéressent trouveront dans ce volume un excellent aperçu des principes fondamentaux et leur application aux méthodes récentes pour les relevés photogrammétriques.

ERNEST LEBON. — **Géométrie descriptive et Géométrie cotée.** Conforme au programme du 31 mai 1902 pour l'enseignement secondaire. Classes de mathématiques A et B. 1 vol. in-8°, 175 p. Prix : 3 fr. 50; Delalain frères, Paris, 1905.

Ce Volume est la suite de celui qui a été publié en 1903 pour les *Classes de Première C et D*, et dont nous avons parlé (mars 1904, p. 158-159). L'Auteur s'est astreint à suivre l'ordre des programmes en traitant les questions qui y sont énoncées et en ajoutant quelques problèmes qui s'en déduisent immédiatement; tels sont certains problèmes sur les angles et les constructions sur les ombres.

Les questions relatives à la Topographie ont été amplement développées; on y trouve la description des instruments employés, puis les méthodes usitées pour le levé des plans et le nivellement. Nous signalerons en outre les chapitres sur la représentation des surfaces topographiques par les courbes de niveau et par les hachures, ainsi que les paragraphes consacrés aux signes et teintes conventionnels et accompagnés de belles gravures dans le texte et d'une planche en chromolithographie. Cet ouvrage est rédigé avec le soin méticuleux qui caractérise les publications de M. Lebon, notamment son *Traité de Géométrie descriptive* et son *Histoire abrégée de l'Astronomie*.

H. F.

R. DE MONTESSUS DE BALLORE. — **Les fractions continues algébriques**. 1 vol. de 85 p. (Thèse de Doctorat), in-4°, Hermann, Paris.

La représentation des fonctions par les fractions continues pose trois problèmes très difficiles : déterminer les *réduites*, — trouver la zone de *convergence* de la suite des réduites, — enfin prouver que la suite *représente bien* la fonction.

I. Le premier problème se présente ainsi :

Soit $$f(z) = \sum_0^\infty s_n z^n.$$

A cette fonction analytique correspond un double tableau de polynomes de degrés n et p, U_p^n, V_n^p, définis par cette condition :

$$f(z) - \frac{U_p^n}{V_n^p} = \sigma_1 z^{n+p+1} + \sigma_2 z^{n+p+2} + \ldots$$

Si l'on prend une *suite quelconque* :

$$\frac{U^{n_1}_{p_1}}{V^{p_1}_{n_1}}, \quad \frac{U^{n_2}_{p_2}}{V^{p_2}_{n_2}}, \quad \ldots$$

et si l'on a : $p_1 + n_1 < p_2 + n_2 < p_3 + n_3 < \ldots$, cette suite est une suite de réduites convenables. Ce théorème a fait l'objet de la *Thèse* de M. Padé.

M. de Montessus, avec un réel talent d'algébriste, d'après quelques indications dûes à feu Laguerre, donne le développement de la fonction $f(z)$ définie par l'équation différentielle :

$$(a z + b)(c z + d) f' = (p z + q) f + \Pi$$

a, b, c, d, p, q sont des constantes; Π est un polynome en z.

Il semble que ce soit-là un développement très général.

II. L'auteur étudie, d'une manière générale, avec grand soin, la convergence pour des suites constituées par une *ligne horizontale* du tableau à double entrée (I^re^ partie, chap. I^er^), pour des suites constituées par une *colonne verticale* (I^re^ partie, chap. II^me^).

Dans certains cas ces dernières sont préférables.

La II^me^ partie contient l'étude générale de la convergence lorsque les polynomes U, V sont liés par des lois de récurrence données, ce qui amène à étudier une *série* compliquée. Il est très remarquable que le rapport d'un terme au précédent, dans cette série, ait pour *limite la racine de moindre module* d'une équation algébrique (que l'on peut former). Ce résultat est fondé sur les théorèmes connus relatifs aux singularités des fonctions analytiques.

M. de Montessus obtient ainsi *certaines courbes* dans le plan de la variable complexe z, telles que les fractions continues *ne convergent certainement pas en tous les points* de ces courbes.

C'est un résultat extrêmement important et M. de Montessus a certes bien mérité les éloges de MM. Appell, Poincaré, Goursat, membres du Jury.

III. Ce premier mémoire en annonce d'autres.

Il reste à prouver que *la divergence est certaine* sur ces arcs de courbe dont nous venons de parler. Il faudrait ensuite montrer que, dans les *aires de convergence,* la suite représente la fonction $f(z)$. Tout ceci paraît bien amorcé dans une *Note* présentée à l'Académie des Sciences aussitôt après la soutenance de la Thèse (29 mai 1905).

En tous cas, il est certain que M. de Montessus a déjà apporté une importante contribution à l'étude des fractions continues.

R. d'ADHÉMAR (Lille).

SALV. PINCHERLE. — **Lezioni di Analisi algebrica.** Fasc. primo. 1 vol., 143 p. Prix : L. 4.; Zanichelli, Bologna.

M. le prof. Pincherle, bien connu pour ses travaux sur le calcul fonctionnel, publie actuellement ses leçons de l'Université de Bologne.

Signalons son exposition très lumineuse de la définition des *irrationnelles,* son chapitre sur la correspondance des *nombres* et des *grandeurs*, sa théorie détaillée des *limites*.

Dans le dernier chapitre de ce fascicule est établi avec soin le théorème