

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 7 (1905)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Buchbesprechung:** G. Combebiac. — Calcul des Triquaternions, nouvelle analyse géométrique. Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. 1 vol. in-4° 122 pag. Gauthier-Villars, Paris.

**Autor:** Alasia, Prof. C.

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

irrégularités. Le volume se termine par l'étude des tableaux graphiques et de leurs anamorphoses, c'est-à-dire des transformées de certains tableaux en d'autres dont les lignes élémentaires sont d'un tracé plus avantageux ou plus commode. A certains abaques formés de courbes on peut ainsi en substituer d'autres formés de droites.

D'excellents exercices ont été choisis par M. Chomé et l'Ouvrage complet peut conduire, avec une peine relativement minime, à une connaissance approfondie des sujets traités ; utile aux praticiens il ne le sera pas moins aux élèves faisant des études théoriques, car le côté pratique leur rappellera sans cesse que la géométrie descriptive n'est pas uniquement un jeu de patience.

A. BUHL (Montpellier).

G. COMBEBIAC. — **Calcul des Triquaternions, nouvelle analyse géométrique.**

Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris. 1 vol. in-4° 122 pag. Gauthier-Villars, Paris.

L'auteur s'est proposé d'établir un système d'analyse ou calcul géométrique se passant de tout système de référence, condition qui n'est pas réalisée dans le calcul des Quaternions, car l'emploi de celui-ci nécessite l'adoption d'une origine. Le calcul développé dans le Mémoire de M. Combebiac met en jeu trois catégories de « *quantités* » qui se différencient par les êtres géométriques qu'elles représentent et par les propriétés qu'elles affectent dans le calcul lui-même.

Les quantités formant l'une des catégories sont simplement les *nombres* de l'analyse ordinaire, positifs, négatifs et imaginaires, et les opérations auxquelles elles sont soumises ne donnent lieu à aucune règle spéciale ; les quantités d'une autre catégorie représentent les *plans* (pourvus de coefficients numériques) ; enfin les quantités d'une autre catégorie représentent, sous la dénomination d'*éléments linéaires*, des êtres géométriques qui comprennent les *points* (affectés de coefficients numériques ou masses) et les *droites* (affectées également de coefficients numériques ou longueurs). Un *triquaternion* est la somme de trois quantités appartenant respectivement à ces trois catégories, cette somme étant d'ailleurs irréductible : on pose donc,  $r$  étant un triquaternion quelconque,

$$r = w + l + p = Gr + Lr + Pr,$$

$Gr$ ,  $Lr$ ,  $Pr$  désignant respectivement la partie numérique  $w$  (ou *scalaire*), la partie linéaire (c'est-à-dire l'*élément linéaire*)  $l$  et la partie planaire  $p$  du triquaternion.

Les opérations fondamentales du calcul sont l'*addition* et la *multiplication*.

Les quantités appartenant à des catégories différentes ne se combinent pas par l'addition. Les règles de cette opération sont les mêmes que dans l'analyse numérique. Son interprétation géométrique est d'ailleurs simple. La somme de points (pourvus de masses) a pour résultat un point situé au centre de gravité du système et pourvu d'une somme égale à la totalité des masses ; il en résulte que la différence de deux points de masses égales à l'unité est le vecteur allant du premier au second. L'addition des droites (dirigées et pourvues d'une longueur) correspond à la composition des forces ; le résultat est généralement un *complexe linéaire* et peut se décomposer en une droite et un vecteur, décomposition qui représente l'équivalence entre un système de forces non-courantes et l'ensemble formé par une force (résultante du système) et un couple. On voit qu'un vecteur équi-

vaut indifféremment à un couple (droite rejetée à l'infini) ou à un point (rejeté à l'infini), et c'est cette circonstance qui engendre la combinaison par addition des points et des droites pour constituer les quantités appelées par l'auteur *éléments linéaires*. Enfin, deux plans (pourvu de coefficients numériques) s'additionnent pour en donner un troisième qui passe par l'intersection des deux premiers et dont la direction et le coefficient sont obtenus au moyen de l'addition géométrique de deux vecteurs respectivement perpendiculaires aux deux plans et dont les longueurs sont données par les coefficients.

Les règles de la multiplication sont les mêmes que dans l'Analyse numérique en ce qui concerne la multiplication des scalaires entre eux et avec les quantités des deux autres catégories; la multiplication d'une de ces dernières par un scalaire a simplement pour effet de multiplier par ce scalaire son coefficient numérique (masse, longueur). La multiplication de deux quantités appartenant aux deux dernières catégories jouit de la même propriété que la multiplication numérique par rapport à l'addition, mais elle n'est généralement pas commutative, c'est-à-dire qu'on ne peut pas intervertir l'ordre des facteurs. Le produit est un triquaternion composé de ses trois parties, et les règles à appliquer dans le calcul, en plus des règles habituelles, sont exprimées par les formules suivantes, qui constituent proprement les règles du calcul,

$$\begin{aligned} G(l'') &= G(l'l), & L(l'') &= L - (l''l), & P(l'') &= P(l'l), \\ G(lp) &= 0, & L(lp) &= L(pl), & P(lp) &= -P(pl), \\ G(pp') &= G(p'p), & L(pp') &= -L(p'p), & P(pp') &= 0, \end{aligned}$$

( $l$  et  $l'$  désignent des éléments linéaires;  $p$  et  $p'$  des plans).

Les interprétations géométriques auxquelles donne lieu la multiplication des quaternions sont simples et correspondent aux éléments les plus usuels des figures; nous citerons les suivantes :

$G(dd')$ , cosinus de l'angle de deux droites;

$G(pp')$  » » plans;

$L(mm')$ , vecteur de  $m'$  vers  $m$ ;

$L(md)$ , vecteur perpendiculaire au plan contenant le point  $m$  et la droite  $d$ ;

$L(mp)$ , perpendiculaire menée par  $m$  au plan  $p$ ;

$L(pp')$ , droite d'intersection des plans  $p$  et  $p'$ ;

( $m$  et  $m'$  représentent des points; tous les coefficients numériques ou *tenseurs* sont supposés égaux à l'unité).

On conçoit que les propriétés géométriques trouvent dans une telle Analyse une expression et des moyens d'investigation incomparablement plus simples et plus directs que dans les procédés de la géométrie analytique. L'étude du mouvement d'un solide, la théorie des complexes linéaires, enfin celle des surfaces du second ordre fournissent à l'auteur l'occasion de développements élégants où se manifestent toute la souplesse et l'efficacité du nouveau calcul.

Ajoutons que le calcul des triquaternions se rattache, par sa genèse et par le mode d'exposition adopté, à la théorie des groupes de transformations et à celle des systèmes numériques complexes.

L'auteur mérite les plus vifs compliments pour son ingénieuse analyse et pour la méthode d'exposition.

Prof. C. ALASIA (Tempio).