Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 6 (1904)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR L'ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE DE LA MÉCANIQUE

Autor: Gouilly, Al.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7550

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SUR L'ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE

 \mathbf{DE}

LA MÉCANIQUE

Il est possible de concevoir que la Mécanique soit une conséquence d'un ou de plusieurs principes rationnels; mais ce n'est point ainsi que l'on peut la présenter à l'esprit des débutants. Il faudrait d'ailleurs la ramener de l'abstrait au concret pour la mettre à la portée des praticiens et les prémunir contre les erreurs d'application. Pour ces hommes, la science des figures que l'on combine, décompose, superpose et déplace sans déformations, la géométrie, se rattache aux sciences expérimentales surtout parce qu'elle donne la mesure des dimensions des choses et leurs positions relatives dans l'espace, la mesure de leurs déplacements et de leurs déformations. Ils conçoivent bien la nécessité de repères auxquels on attribue des dimensions fixes; mais il leur est impossible de concevoir que même la solidité, même le repos des corps sont indépendants de toutes déformations.

L'étude, la première étude tout au moins de la Mécanique doit être basée sur les notions premières de masse et de force que nous fournit l'observation, moyen d'acquérir incomplet si l'on veut, mais habituel. L'enseignement doit satisfaire complètement le besoin de causalité qui est au fond de toutes nos actions, et pour cela il doit rattacher les causes entre elles et à leurs effets par l'exposition des principes ou premiers jugements sur les causes. L'enseignement doit rejeter toute hypothèse usée ou inutile; mais il doit développer celles qui donnent une image de la nature. L'hypothèse a un caractère essentiellement transitoire, car elle n'est qu'une induction non vérifiée

expérimentalement; mais elle permet de grouper les faits et sert de guide au savant vers les lois de la nature ou inductions vérifiées expérimentalement; de plus l'imagination joue un rôle important dans la création des hypothèses, et il est bon d'utiliser toutes les facultés intellectuelles.

Cet article a pour but de montrer que l'on peut, dans l'enseignement élémentaire de la Mécanique, user d'un langage qui s'adapte aux conditions précédentes; que l'on peut éviter la considération de solides indéformables, que rejette l'esprit dès qu'il s'agit de définir soit le frottement, soit une réaction entre corps en contact; que l'on peut ne pas parler de solidification, alors qu'il est déjà difficile de comprendre les liaisons apparentes des machines; qu'il n'y a pas de systèmes de forces équivalents, puisque l'on ne peut imaginer une force sans son point matériel d'application. Il est vrai que les savants et les personnes qui ont réfléchi à ces choses n'ont aucun doute dans l'esprit; mais il n'en est pas de même pour les débutants qui transportent volontiers des forces dans le vide absolu.

I. — Mécanique du point matériel.

Le *point matériel*, c'est-à-dire la masse considérée indépendamment de toutes dimensions géométriques, est le concept mathématique à l'aide duquel on explique les premières propriétés relatives de la force et de la masse.

Il sert à exprimer simplement et nettement le principe de l'inertie, ou de l'inactivité de la matière sur elle-mème: un point matériel isolé est en repos ou en mouvement rectiligne et uniforme — le principe de l'égalité de la réaction à l'action, lequel est lié à un véritable principe, que l'on n'énonce pas comme tel, celui de l'activité de la matière, sur la matière environnante.

De l'ensemble de ces principes, il résulte que les mots force et matière sont inséparables, comme les choses qu'ils représentent dans l'univers; et l'on comprend toute la signification de la formule F = mJ, qui exprime la proportionnalité de la cause à l'effet, et où F est la force exercée par une masse envi-

ronnante sur un point matériel de masse m, lequel, considéré comme le *mobile* de la géométrie cinématique, prend un mouvement dont l'accélération est J.

D'après cela, pour représenter une force, on figure son point d'application, A, qui est un point matériel; à partir de ce point, pour figurer l'intensité, la direction et le sens de la force, on porte à une échelle donnée une longueur rectiligne A B convenablement orientée. On peut dire la force A B, et il faut la considérer comme inséparable de son point d'application.

Le principe de l'indépendance des effets simultanés des forces, équivaut à ceci: l'accélération du mouvement d'un point matériel est la résultante ou somme géométrique des accélérations que produiraient les forces appliquées à ce point matériel, si elles agissaient isolément. Cette accélération peut être attribuée à la résultante géométrique des forces appliquées au point matériel; mais il faut remarquer que cette résultante est d'une autre nature que les forces composantes, parce qu'elle n'émane pas, comme celles-ci, des masses environnantes; c'est une force de définition.

Ce dernier principe conduit à la composition des forces autour d'un point matériel, par le parallélogramme, le parallélipipède, le polygone des forces. Cette dernière expression remplace par abrévation cette autre: polygone des vecteurs équipollents aux forces, expression qui est juste.

La résultante de toutes les forces appliquées à un point matériel étant égale au produit de la masse du point par l'accélération de son mouvement, on a les trois équations du mouvement en exprimant, pour trois axes, que la projection de la résultante est égale au produit de la masse par la projection de l'accélération; on aura les trois équations de l'équilibre, s'il n'y a pas mouvement, en exprimant que la résultante est nulle, c'est-à-dire que la somme des projections des forces est nulle sur chacun de trois axes. Le reste de la mécanique du point matériel n'offre guère de difficultés de langage.

On dit qu'un point matériel est assujetti à des *liaisons*, quand on lui impose certaines conditions, telles que, par

exemple, d'être à une distance déterminée d'un point donné, de se déplacer sur une surface ou une ligne matérielles données. Pour écrire les équations du mouvement ou celles de l'équilibre, on rend le point libre en remplaçant les liaisons par des forces convenables. Il y a lieu de faire intervenir le frottement, comme résistance à une tendance au déplacement relatif au contact d'une surface rugueuse, comme proportionnel à la composante normale de la réaction de la surface, comme indépendant de la vitesse relative du déplacement, sauf au départ.

Il faut insister sur ce que les forces sont indestructibles en ce sens qu'une réaction ne détruit pas une action — il y a un autre sens qui est plus général et dont il ne peut être question ici — mais il peut arriver qu'un certain nombre des forces appliquées à un point matériel satisfassent aux équations de l'équilibre; elles ne contribuent pas à donner de l'accélération, et un point matériel est en mouvement rectiligne et uniforme si l'ensemble des forces satisfait aux équations de l'équilibre. De telles forces peuvent être dites équilibrées.

II. - Théorie des vecteurs.

Un vecteur est une grandeur géométrique consistant en un segment rectiligne de longueur donnée, porté sur une direction et dans un sens déterminés. On peut au besoin attribuer un point d'application à un vecteur, c'est-à-dire le porter à partir d'un point pris sur sa direction. La somme géométrique des vecteurs équipollents à ceux d'un système et menés par un même point de l'espace est la résultante générale de ce système; elle est la même pour tous les points de l'espace. La résultante des axes des moments des vecteurs d'un système pris par rapport à un point est le moment résultant du système par rapport à ce point; il varie généralement d'un point à un autre.

La théorie des vecteurs a surtout pour objet de déterminer des systèmes de vecteurs équivalents, c'est-à-dire ayant même résultante générale et même moment résultant par rapport à un point. Sous ce rapport, on peut transporter un ou plusieurs vecteurs d'un système sur leurs directions respectives; on peut remplacer des vecteurs dont les directions concourent par un vecteur unique qui est la somme géométrique de ces vecteurs transportés au point de concours; on peut, au contraire, décomposer un vecteur en d'autres dont il est la résultante géométrique et qui ont des directions concourantes avec celle du vecteur considéré; on peut ajouter ou supprimer des vecteurs qui deux à deux ont une même longueur, une même direction, mais sont de sens contraires (couples nuls); on peut remplacer un vecteur par un autre équipollent en joignant au système un couple dont le moment est celui du vecteur supprimé par rapport à un point de la nouvelle direction.

Les deux théorèmes suivants résultent de ce que le sens de la résultante et celui du moment résultant d'un système de vecteurs changent si l'on change le sens de tous les vecteurs de ce système, et de ce que le moment résultant d'un couple est le même pour tous les points de l'espace.

Si un système de vecteurs a une résultante nulle, son moment résultant est le mème pour tous les points de l'espace, comme celui d'un couple; et si ce moment résultant est nul pour un point, il est nul pour tout autre. En effet, au système proposé (l) adjoignons un système de vecteurs (-l) équipollents, mais de sens contraires à ceux du précédent et appliqués en un point pris arbitrairement. La somme géométrique des axes des moments de l'ensemble des couples ainsi formés (l,-l) est constant par rapport à un point quelconque de l'espace. Or la résultante des moments de (-l) est toujours nulle puisque la somme géométrique de ces vecteurs concourants est nul, comme l'est celle des vecteurs (l); il s'en suit que le moment résultant de (l) est égal à celui de (l,-l) et est constant pour tous les points de l'espace.

Si deux systèmes de vecteurs (l) et (l') ont mème résultante et mème moment résultant par rapport à un point Λ de l'espace, ils ont même moment résultant par rapport à tout autre point. En effet, changeons le sens de tous les vecteurs

de l'un des systèmes, l'ensemble (l,-l') a une résultante nulle et une résultante de moments nulle par rapport au point A, et par conséquent le moment résultant est nul par rapport à un point quelconque..... C'est ce qui caractérise l'équivalence et peut être traduit analytiquement par l'énoncé suivant:

Si les sommes de projections de deux systèmes de vecteurs sont respectivement égales sur trois axes auxquels on les rapporte, ainsi que les sommes (algébriques) de leurs moments autour de ces axes, ils ont mêmes sommes de projections sur un axe quelconque et mêmes sommes (algébriques) de moments autour de celui-ci.

Ainsi peut se résumer l'enseignement habituel sur les vecteurs. A cette théorie se rattachent le centre des distances proportionnelles, le centre de gravité des lignes, des aires, des volumes, grandeurs géométriques; on peut y rattacher aussi la théorie des polygones funiculaires, dont les ingénieurs se servent pour trouver la résultante générale et le moment résultant d'un système de vecteurs, pour effectuer graphiquement certaines intégrations.

Ce résumé était nécessaire pour faire ressortir l'utilité de la considération des vecteurs. D'abord ils permettent la séparation complète des opérations relatives à la mesure et des raisonnements sur les faits mécaniques. Dans le paragraphe III, un exemple très simple, mais suffisamment démonstratif, fait apparaître nettement ce rôle des vecteurs; il n'y est pas question de solidification, de transport de forces, de destruction de forces, de systèmes de forces équivalents. Le langage gagne en précision, à notre avis, et même paraît simplifié; en l'employant, on est moins exposé aux erreurs d'application qu'avec la forme en usage.

Dans l'ignorance où nous sommes de la constitution intime des corps et des lois des forces mutuelles, les vecteurs servent à définir des forces de raison, conformes aux hypothèses sur la nature des corps et telles que l'on réaliserait un grand progrès dans la connaissance de ceux-ci, s'il était toujours possible de vérifier que les forces naturelles et les forces de défini-

tion ont des sommes de projections égales sur chacun des trois axes et des sommes de moments égales par rapport à chacun de ces axes. Ce point est trop spécial pour être ici l'objet de quelques développements.

III. — Mécanique des systèmes de points matériels.

D'après les principes énoncés au paragraphe I et pour une première étude sur les systèmes matériels, on considérera ceux-ci comme des ensembles de points matériels exerçant les uns sur les autres des forces répulsives ou attractives, deux à deux égales et contraires sur une même direction, l'action d'un point matériel sur un autre correspondant à une réaction égale et opposée de celui-ci. Les forces mutuelles d'un système sont dites forces intérieures. Un système peut être isolé, c'est-à-dire soumis à la seule activité interne; ou, au contraire, il peut être sollicité par des masses extérieures. Celles-ci exercent sur les points du système considéré des forces que l'on nomme forces extérieures en raison de leur origine. Ainsi sur chaque point s'exercent des forces intérieures provenant des masses du système et des forces extérieures provenant des masses extérieures; la résultante de ces forces sur ce point détermine à chaque époque l'accélération de son mouvement ou son état d'équilibre.

Un système est en équilibre si tous ses points matériels sont en équilibre et réciproquement. Dans ce cas, pour chaque point la résultante est nulle; la somme des projections des forces agissant sur chaque point est nulle sur trois axes. Si le système se compose de n points matériels, 3 n équations sont nécessaires et suffisantes pour écrire que le système est en équilibre.

Ce système d'équations peut être remplacé par un autre équivalent, composé de 3n-6 des équations entre les forces intérieures et les forces extérieures et de 6 équations indépendantes des forces intérieures, satisfaites par les forces extérieures seules, c'est-à-dire provenant du monde extérieur. Ces dernières sont dites équations générales de l'équilibre. Leur établissement est intuitif. Elles se composent de trois équations de projection sur trois axes auxquels on rapporte le système et de trois équations de moments autour de ceux-ci. Les trois premières, qui s'écrivent directement, pourraient être obtenues successivement en additionnant membre à membre les équations de projection sur le même axe relatives à tous les points du système. Les forces intérieures ne s'expriment pas dans le résultat, parce que deux à deux leurs projections sont égales et de signes contraires. Ce serait une grosse faute de dire que les forces intérieures se détruisent.

Les trois équations relatives aux moments, que l'on écrit directement, pourraient être obtenues par un calcul tout aussi simple. On peut écrire que la résultante des forces appliquées en un point matériel est nulle, en écrivant que les sommes de leurs moments autour de trois axes sont nulles séparément. Si donc on additionne membre à membre les équations ainsi obtenues pour tous les points du système et relatives à un même axe, les forces intérieures ne s'expriment pas dans le résultat, parce que deux à deux leurs moments sont égaux et de signes contraires par rapport à un même axe. En opérant ainsi pour chaque axe, on a les trois équations de moments annoncées.

Il y a donc six équations générales de l'équilibre d'un système matériel entre les forces extérieures. On dit : pour qu'un système matériel soit en équilibre, il est nécessaire que la somme des projections des forces extérieures soit nulle sur chacun de trois axes et que la somme des moments de ces mêmes forces soit nulle autour de chacun de ces axes. On voit qu'elles sont insuffisantes, indépendamment de toute considération sur la solidité, puisqu'elles ne sont qu'au nombre de six quel que soit le nombre des points matériels du système.

Dans certains cas, en faisant un choix convenable des axes, certaines de ces équations générales sont identiquement satisfaites. Dans les cas où les forces sont situées dans un plan, par exemple, on prend deux des axes dans le plan et l'on n'a qu'à écrire que les projections des *forces extérieures* sont nulles sur chacun d'eux et que la somme de

leurs moments est nulle par rapport au point de rencontre de ces axes.

Voici un exemple de l'application de ces équations et de l'utilité des vecteurs, que l'on rencontre dans l'étude de nombre de machines, telles que le levier, la poulie et d'autres; il donne la solution de cette question: Quelles conditions doivent remplir, sur un système matériel en équilibre, trois seules forces $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$ provenant de masses extérieures et appliquées en trois points A, B, C du système? 1º Ces trois forces doivent être dans un même plan; on vérifie que la force A_α, par exemple, est dans le plan ABC en prenant les moments par rapport à l'axe BC. Ce moment doit être nul puisque le système est en équilibre et que les forces $B\beta$, C_{γ} rencontrent l'axe; donc la direction de la force Az rencontre BC. 2° Les directions de ces forces concourent; on vérifie que la direction de A_{α} passe par le point de concours des directions de B β et C γ en prenant les moments par rapport à ce point de concours. — Le point de concours peut être à l'infini, alors les trois directions des forces sont parallèles; passons. — 3° Des vecteurs équipollents aux forces portés bout à bout doivent former un triangle; on le vérifie en constatant que la somme des projections des forces sur deux axes pris dans le plan est nulle pour chacun. — De ces conditions on déduit dans chaque cas une figure géométrique résolvant les questions relatives à trois forces extérieures appliquées seules à un solide.

Plus généralement on peut donner une forme géométrique aux conditions générales de l'équilibre. Il suffit de considérer un système de vecteurs de mèmes longueurs, directions et sens respectifs que les forces extérieures appliquées au système. La traduction géométrique des équations générales de l'équilibre conduit à ceci: Pour qu'un système matériel soit en équilibre, il est nécessaire (mais non suffisant) que les vecteurs substitués aux forces extérieures appliquées au système aient une résultante générale nulle et un moment résultant nul par rapport à un point quelconque de l'espace. — De cet énoncé dérivent les constructions que

ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE DE LA MÉCANIQUE 21 les ingénieurs utilisent sous le nom de polygones funicu-

laires.

Dans l'exemple précédent la construction revient à considérer que l'un quelconque des vecteurs est égal et directement opposé à la résultante des deux autres. Cela exige en effet que les vecteurs soient dans un même plan, que leurs directions concourent et que les vecteurs équipollents forment un triangle.

Si les conditions de l'équilibre ne sont jamais suffisantes, au sens rigoureux de ce terme, quelle est leur utilité dans la résolution des questions de la Mécanique? Soit un système matériel en équilibre sous l'action de forces exercées par des masses en contact et de forces exercées par des masses qui agissent à distance, suivant l'hypothèse courante; ces forces satisfont aux conditions générales de l'équilibre. — Un tel système est analogue à un pont surchargé; celui-ci est soumis aux réactions de ses points d'appui, actions de masses en contact, et à l'attraction de la terre, action à distance. — Si l'on modifie les forces s'exerçant à distance ou si l'on ajoute des contacts, le système se déforme; les anciennes réactions sont modifiées ; c'est ce qu'indiquent les expériences personnelles et journalières de chacun. Il y a donc une relation entre la forme du système et les forces extérieures qui le sollicitent; on est conduit à faire l'hypothèse que les forces mutuelles d'un système sont fonction des coordonnées de ses points, c'est-à-dire de leurs distances mutuelles. L'établissement des relations entre les déformations et les forces extérieures est le fait de l'élasticité; mais il y a un très grand nombre de questions qu'il est possible de résoudre, avec une approximation suffisante, par les seules conditions générales de l'équilibre. Le caractère général de ces questions, il est bon de le dire formellement, ne consiste pas dans la solidité apparente plus ou moins grande des systèmes matériels, mais dans la possibilité qu'ils peuvent avoir de se déformer librement sous l'action des forces extérieures.

Avant d'aller plus loin, il faut définir ce que l'on entend

par réaction d'un système sur un autre, d'un corps solide sur un autre, pour fixer les idées. M. Rouché donne le nom de réaction simple à toute réaction dont la ligne d'action, c'est-à dire la direction, est déterminée. Ainsi la réaction d'un appui poli sur lequel un corps solide repose par un de ses points est une réaction simple ; la réaction qui fixe géométriquement un point matériel d'un système plan en l'obligeant à se tenir sur deux lignes matérielles polies dans le plan, c'est-à-dire de se trouver en un point commun à ces lignes, équivaut à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un point matériel d'un averbane que la partir de la fixite de se métrique d'un point matériel d'un averbane que la partir de la fixite géométrique d'un point matériel d'un averbane que la partir de la fixite géométrique d'un point matériel d'un averbane que la partir de la fixite géométrique d'un point matériel d'un averbane que la partir de la fixite géométrique d'un point matériel d'un averbane que la partir de la fixite géométrique d'un point matériel d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un point matériel d'un système plan en l'obligeant à se tenir sur deux lignes matérielles polies dans le plan, c'est-à-dire de se trouver en un point commun à ces lignes, équivaut à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un point matériel d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un point matériel d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un point matériel d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un point matériel d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un système plan en l'obligeant à deux réactions simples ; la fixité géométrique d'un système plan en l'obligeant à deux réactions de la fixe d métrique d'un point matériel d'un système quelconque dans l'espace, ou l'obligation imposée à ce point de se tenir sur trois surfaces polies, c'est-à-dire en un point qui leur est commun, équivaut à trois réactions simples. Cette définition est d'une clarté parfaite; toute son utilité apparaît si l'on fait attention aux moyens techniques de produire des liaisons : appuis réalisés par des couteaux, par des coussinets et des tourillons, par des contacts de surfaces ; assemblages fixes ; articulations réalisées par des boulons ; distances maintenues par des tiges ou par des liens flexibles. — Le frottement peut être considéré par point d'appui comme une réaction simple dans le plan et une double dans l'espace.

Maintenant on peut poser la règle suivante: tant que le nombre des réactions simples pour un système matériel plan ne dépasse pas trois, et pour un système matériel quelconque ne dépasse pas cinq, on peut en général appliquer par approximation les conditions générales de l'équilibre, c'est-à-dire qu'on ne tient pas compte des déformations; pour cela il faut qu'elles soient suffisamment petites pour n'avoir pas d'importance dans la question; ce qui est réalisé dans une balance dont le fléau est convenablement construit; ce qui n'a pas lieu pour une lunette astronomique dont les flexions altèrent les indications. Dans ce dernier cas, l'étude du système doit être complétée par celle de ses déformations. D'autre part, la solidité peut souvent être suffisante pour

D'autre part, la solidité peut souvent être suffisante pour que l'on considère approximativement un corps comme géométriquement identique à lui-même dans toutes ses positions dans l'espace; mais pour que l'on puisse étudier, avec

une exactitude suffisante, son état mécanique externe à l'aide des équations générales de l'équilibre, il faut qu'il puisse se déformer librement. Dès qu'un système matériel quelconque a deux ou plusieurs points géométriquement fixes, il n'est plus à libre déformation puisque les distances de ces points sont invariables; les réactions et les autres forces extérieures doivent satisfaire aux équations de l'équilibre, mais celles-ci ne sont pas en nombre suffisant pour que l'on puisse commencer l'étude, même approximativement, sans le secours de l'élasticité.

En effet, soit un système matériel plan, et pour fixer les idées un arc ayant une extrémité articulée, ce qui équivaut à deux réactions simples, et l'autre extrémité A appuyée sur une ligne matérielle polie dans son plan, ce qui équivaut à une condition simple. Il est soumis à trois conditions simples et peut se déformer librement sous l'action des forces extérieures auxquelles on le soumet, car le point A se déplace librement sur son appui. Tant que les déformations sont négligeables, et pourvu que l'arc ne casse pas, on pourra approximativement calculer les réactions par les trois équations générales de l'équilibre relatives aux forces situées dans un plan. Or, l'arc étant chargé, pour ramener le point A à la position primitive qu'il occupait avant l'action des charges, des forces extérieures, il faut le soumettre à une réaction convenable, qui a une grandeur comparable à celles des autres forces extérieures, alors même que le déplacement est faible. Cette réaction tient sa place dans les conditions de l'équilibre et modifie le rôle des autres forces extérieures; de plus, les réactions dans ce cas sont au nombre de quatre et l'on n'a que trois équations générales de l'équilibre. On ne peut donc les déterminer pour des forces extérieures données sans emprunter une équation de plus à la théorie de l'élasticité. Au lieu de supposer que le point A est libre d'abord de glisser sur une ligne et est ramené ensuite à sa position première, on peut supposer que l'arc est articulé en A comme à l'autre extrémité, et les mêmes conclusions s'imposent.

Les machines simples, considérées comme des systèmes matériels dans le plan, n'ont de mouvement possible (au dé-

part) qu'une rotation autour d'un point géométrique. On dit qu'elles ont un point fixe. Elles sont constituées par des masses relativement considérables, leurs déformations sont excessivement faibles et sans importance pour l'usage auquel elles sont destinées. On résoudra par les conditions générales de l'équilibre les questions concernant les forces extérieures qui y sont appliquées.

La marche à suivre pour étudier l'équilibre d'un système matériel consiste à appliquer les conditions générales à toutes les forces extérieures appliquées à l'ensemble, y compris les réactions des appuis ou des liaisons de cet ensemble; puis à étudier l'équilibre de parties détachées, auxquelles, pour tenir compte de leurs liaisons avec le reste, on applique des forces de réaction convenables, qui, forces intérieures dans l'ensemble du système, deviennent forces extérieures sur les parties détachées.

Ce qui vient d'être dit pour l'équilibre s'applique au mouvement, et les questions où les déformations sont libres et négligeables peuvent être traitées sans le secours de l'élasticité.

Lorsque l'expérience professionnelle fait connaître les idées singulières, en dehors de toute hypothèse reçue, en dehors de toute évidence, qui naissent dans l'esprit des débutants à propos des questions les plus simples, la conviction s'impose qu'il faut employer un langage en rapport avec l'application. Il ne faut pas, dans l'intention vaine d'éviter des idées fausses et de rapprocher les débutants de la vérité, être obligé d'accompagner des énoncés abstraits de considérations dites pratiques et qui semblent être des hors-d'œuvres, tandis qu'elles sont le fond de la Mécanique. Un enseignement modeste et basé sur la réalité, conduit plus simplement, plus sûrement, plus rapidement au but. La grosse difficulté signalée est relative à l'établissement des conditions générales de l'équilibre. Elle n'existe véritablement pas ; ces conditions se déduisent intuitivement de celles de l'équilibre du point matériel.

> Al. Gouilly (Neuilly s. Seine), Ingénieur des Arts et Manufactures.