Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1904)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE DE LA MÉCANIQUE
Autor: Gouilly, Al.
Kapitel: § II. — Hypothèses à rejeter.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7560

avec une précision suffisante en disant une *pression*, un *poids* pour désigner la résultante des vecteurs qui représentent les éléments d'une pression ou d'un poids. Le mot *vecteur-force* représente bien un vecteur équipollent à une force et de même direction.

§ II. — Hypothèses à rejeter.

Les hypothèses de démonstration en cours sont à rejeter : 1° Parce qu'elles sont inutiles pour les hommes qui ont réfléchi à la mécanique et que toutefois elles peuvent être des causes d'erreurs; car on multiplie les chances de se tromper en faisant des raisonnements inutiles, comme on les multiplie en compliquant inutilement les calculs; 2° elles n'ont aucune réalité et sont accompagnées de restrictions et de correctifs que les débutants peuvent ne pas saisir ou qu'ils peuvent oublier et qui sont cependant indispensablement le fond de la mécanique; 3° elles donnent lieu à des énoncés qui, appliqués avec une certaine logique, conduisent (les débutants toujours) à des conséquences qu'il faut rejeter.

L'hypothèse du solide indéformable est à rejeter. D'abord elle est inutile pour obtenir les conditions générales de l'équilibre; en outre, dans cette hypothèse, les phénomènes les plus simples de la mécanique n'offrent aucun sens.

Ainsi la pression réciproque de deux solides indéformables devrait être toujours appliquée au même point de la surface de contact, car l'invariabilité supprime toute influence du monde extérieur, comme toute mécanique d'ailleurs. Où serait ce point? Or supposons deux solides indéformables A et B en contact par une surface plane C; soit F une force unique appliquée au solide A, normalement à C, et tendant à l'appuyer sur le solide B. Le vecteur résultant des pressions élémentaires de B sur A doit avoir la direction et le sens contraire de F pour que A soit en équilibre. Ce vecteur doit donc rencontrer la surface C au même point que la direction de F. Si on déplace la force F, on déplace en même temps ce point; mais il ne devrait pas se déplacer en raison de l'invariabilité. Il y a donc contradiction, et l'idée de pression entre deux solides indéformables est imprécise.

Cette hypothèse est incompatible avec toute explication du frottement; soit qu'on le considère comme une usure ayant pour conséquence un dégagement de chaleur, soit que l'on s'en tienne à la définition abstraite, où le frottement est considéré comme produisant une force opposée à la direction du mouvement relatif d'un solide par rapport à un autre, force variable depuis zéro jusqu'à la valeur qu'elle prend quand le mouvement se produit. Comment expliquer cette variabilité avec l'hypothèse de l'indéformabilité de la matière.

Enfin, si on peut très souvent négliger les déformations d'un système, on ne peut jamais supposer qu'il n'y en a pas. Ainsi un point matériel pesant glissant sans frottement sur un fil tendu horizontalement ne peut trouver sa position d'équilibre qu'au milieu du fil; on peut dire que l'on négligera l'allongement de celui-ci, mais on ne peut le supposer inextensible, car ce serait dire que le point matériel pesant peut être en équilibre en un point quelconque du fil, ce qui n'est pas.

L'hypothèse de la solidification est à rejeter. D'abord elle est inutile puisque les conditions générales de l'équilibre s'appliquent aussi bien à tous les systèmes matériels. De plus, elle n'est pas compréhensible. En quoi peut bien consister la solidification? Les points matériels sont à des distances invariables, dit-on ; mais avant de synthétiser et de représenter des liaisons par des équations entre les coordonnées de points matériels, n'est-il pas nécessaire de se rendre compte du fait matériel et de définir les forces de liaison?

On s'est surtout servi de la solidification pour appliquer au parallélipipède fluide les conditions de l'équilibre déduites de considérations sur l'invariabilité. Or, on peut obtenir les équations de l'équilibre des fluides en écrivant que les forces exercées par les masses à distance finies sur les points matériels contenus dans le parallélipipède et les pressions, rapportées aux faces du parallélipipède, satisfont aux équations de l'équilibre.

L'hypothèse de l'équivalence de systèmes de forces doit être rejetée. D'abord elle est inutile ; on établit et on applique les équations de l'équilibre sans se servir de considérations d'équivalence. Cette prétendue équivalence des forces est établie d'ailleurs en traitant celles-ci comme des vecteurs. Or, le point d'application entre dans la définition d'une force et on ne saurait concevoir qu'une force, appliquée en un point matériel, soit équivalente à une force appliquée en un autre point matériel. On ne peut donc transporter une force, parce que c'est la séparer du point matériel sur lequel elle agit. Si donc on remplaçait un système de forces par un autre, il ne saurait y avoir équivalence mécanique, l'effet d'un système serait nécessairement différent de celui de l'autre.

Une poutre horizontale A B, réduite à sa dimension de longueur, repose en A et B sur des appuis sans frottement ou dont le frottement est rendu négligeable par l'emploi de rouleaux. Elle supporte un poids P concentré en son milieu. D'après le langage ordinaire P peut être décomposé en deux forces parallèles à P, égales chacune à $\frac{P}{2}$, et appliquées l'une en A et l'autre en B respectivement. Le système des deux forces $\frac{P}{2}$ est dit équivalent à la force P. Il est évident qu'un homme habitué à se servir de la mécanique ne tirera pas de conclusions fausses de cette équivalence parce qu'il saura réformer à temps un faux jugement. Il en est ainsi parce qu'il a étudié les forces élastiques développées en une poutre par les charges qu'elle supporte ; il sait qu'elles sont nulles dans le cas où P est remplacé par les forces $\frac{P}{2}$ appliquées en A et B. Mais le débutant prendra avec son sens le mot équivalent appliqué aux forces. Faut-il attendre, pour qu'il ait une idée juste, qu'il ait étudié l'élasticité ou la résistance des matériaux ? Pour les esprits non prévenus les mots ont une valeur, désirée du moins ; par paresse ou par l'effet d'une foi naïve, ils conçoivent des idées fausses avec des mots imprécis ; c'est ce qu'il faut éviter.

Si la poutre porte le poids P uniformément réparti sur sa longueur l, les forces élastiques développées dans la section faite au milieu de la poutre sont proportionnelles à $\frac{Pl}{8}$; si le poids P est concentré au milieu les forces élastiques sont proportionnelles à $\frac{Pl}{4}$. Il pourrait donc arriver qu'une poutre résistant à un poids P uniformément réparti, se brisât sous cette même charge concentrée en son milieu.

Cet exemple fait valoir cette vérité que les forces de définition, par lesquelles nous remplaçons les forces réelles, ne sont pas déplaçables, et que, dans une application à la mécanique, la considération de l'équivalence des vecteurs n'a d'utilité que pour ceux qui entrent dans un système d'équations bien défini. La force unitaire sur la poutre portant un poids P uniformément réparti est $\frac{P}{l}$. Sur un élément de la longueur dx la charge est $\frac{P}{l}\,dx$. Le vecteur P, au milieu de la poutre, est le résultant des vecteurs $\frac{P}{l}\,dx$, mais il n'est utile de considérer cette équivalence géométrique que si l'on considère l'équilibre de toute la poutre.

§ III. — **Application à deux exemples.**

Ce paragraphe est destiné à montrer sur deux exemples très simples que les énoncés à réformer, parce qu'ils sont incomplets ou erronés, conduisent à des conséquences sans valeur, que l'on évite par l'emploi d'énoncés corrects.

A des variantes près, sans importance, on énonce les conditions de l'équilibre de la manière suivante : Pour qu'un système de forces, appliquées à un solide indéformable, soit en équilibre, il faut et il suffit 1° qu'en projetant ces forces sur trois axes rectangulaires passant par le même point, la somme algébrique des projections soit nulle pour chacun des axes ; 2° que la somme algébrique des moments de ces forces par rapport aux trois axes soit nulle pour chacun d'eux.

Les différences essentielles entre cet énoncé et celui du § 1 p. 224 sont tellement visibles qu'il est inutile d'y insister.

Une des conséquences que l'on déduit de l'énoncé précédent est celle-ci : Pour qu'un corps solide (indéformable) qui a un point fixe soit en équilibre, il faut et il suffit que