Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1904)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UN THÉORÉME SUR LE TRIANGLE
Autor: Kariya, J.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7556

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

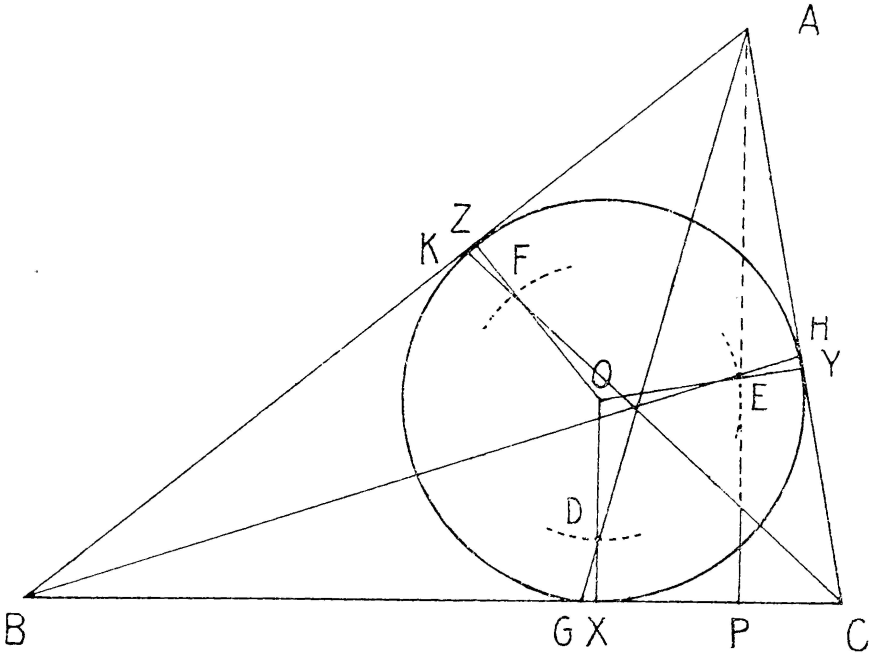
Download PDF: 25.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

UN THÉORÈME SUR LE TRIANGLE

Voici un théorème que je crois nouveau ; il comprend comme cas particulier des théorèmes déjà connus.

Théorème. — Inscrivons un cercle O dans un triangle donné ABC ; nommons respectivement X, Y, Z les points de contact avec les trois côtés BC, CA, AB. Si l'on prend sur



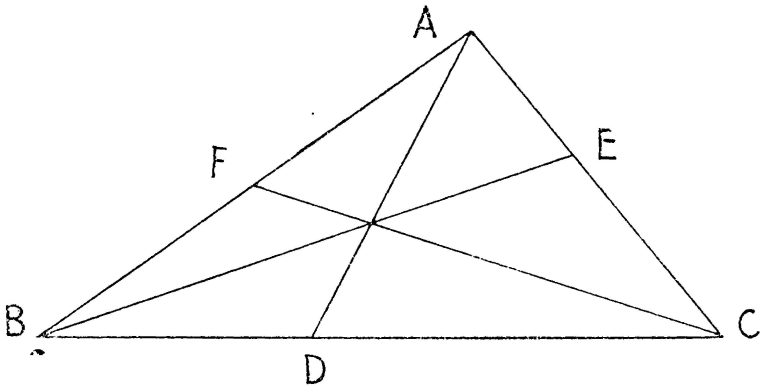
les droites OX, OY, OZ des points D, E, F également distants du point O, les trois droites AD, BE, CF concourent en un même point que je me permettrai d'appeler le « Point de Kariya. »

Démonstration. — Ni la géométrie analytique, ni la géométrie élémentaire ne me donnent d'une façon intéressante la démonstration de ce théorème. J'établis celle-ci de la manière suivante :

Si dans un triangle donné ABC, on a

$$BD.CE.AF = DC.EA.FB$$

les trois droites AD, BE, CF concourent en un même point.



Posons

$$\begin{array}{ll} BC = a & a + b + c = 2s \\ CA = b & OX = OY = OZ = r \\ AC = c & OD = OE = OF = k \\ & (k \text{ étant une longueur donnée}). \end{array}$$

On a évidemment :

$$\begin{aligned} BX &= BZ = s - b, \\ CX &= CY = s - c, \\ AY &= AZ = s - a. \end{aligned}$$

Si je prolonge les droites AD, BE, CF jusqu'aux points G, H, K où elles rencontrent les côtes BC, CA, AB, et si j'abaisse de chaque sommet la perpendiculaire sur le côté opposé, j'obtiens alors, en vertu des triangles semblables AGP et DGX

$$\frac{AP}{DX} = \frac{GP}{GX}, \quad \text{ou} \quad \frac{AP - DX}{DX} = \frac{GP - GX}{GX},$$

$$GX = \frac{GP - GX}{AP - DX} DX.$$

Mais

$$\begin{aligned} AP &= 2\Delta ABC : a \qquad DX = r - k \\ GP - GX &= s - c - b\cos C = b + c\cos B - s \\ GX &= \frac{r - k}{\frac{2\Delta}{a} - (r - k)} (b + c\cos B - s). \end{aligned}$$

On a de même

$$HY = \frac{r - k}{\frac{2\Delta}{b} - (r - k)} (s - c - a\cos C)$$

$$KZ = \frac{r - k}{\frac{2\Delta}{c} - (r - k)} (s - a - b\cos A).$$

Finalement on a

$$BG = BX - GX = (s - b) - \frac{r - k}{\frac{2\Delta}{a} - (r - k)} (b + c\cos B - s)$$

$$= (s - b) \frac{2\Delta}{2\Delta - a(r - k)} - \frac{ac(r - k)\cos B}{2\Delta - a(r - k)}$$

$$\left.\begin{aligned} BG = BX - GX &= \frac{2\Delta(s - b) - ac(r - k)\cos B}{2\Delta - a(r - k)}, \\ CH = CY + HY &= \frac{2\Delta(s - c) - ba(r - k)\cos C}{2\Delta - b(r - k)}, \\ AK = AZ - ZK &= \frac{2\Delta(s - a) - bc(r - k)\cos A}{2\Delta - c(r - k)}; \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} GC = CX + GX &= \frac{2\Delta(s - c) - ba(r - k)\cos C}{2\Delta - a(r - k)}, \\ AH = AY - HY &= \frac{2\Delta(s - a) - bc(r - k)\cos A}{2\Delta - b(r - k)}, \\ BZ = BK - KZ &= \frac{2\Delta(s - b) - ac(r - k)\cos B}{2\Delta - c(r - k)}. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

On a évidemment

$$BG.CH.AK = CG.AH.BK :$$

c'est-à-dire que les trois droites AD, BE, CK concourent en un même point.

Corollaire 1. — Prenons $k = \infty$. Dans ce cas, les droites sont perpendiculaires aux côtés opposés et on a le théorème :

Les trois perpendiculaires abaissées de chaque sommet d'un triangle sur les côtés opposés concourent en un même point.

Corollaire 2. — Prenons $k = r$. Les trois droites AX, BY, CZ concourent en un même point.

Corollaire 3. — Prenons $k = -r$. On mesure la longueur en sens opposé.

Les deux derniers cas particuliers fournissent des théorèmes que l'on trouve ordinairement dans la géométrie moderne.

J. Kariya (Tokio).