

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1904)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: JUSTIFICATION DES PROCÉDÉS ET DE L'ORDONNANCE DES NOUVEAUX ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE 1
Autor: Méray, Charles
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-7554>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

JUSTIFICATION
DES PROCÉDÉS ET DE L'ORDONNANCE
DES
*NOUVEAUX ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE*¹
PAR L'AUTEUR

I. — Les Modernes ont créé ou renouvelé de fond en comble les parties supérieures et moyennes de la Géométrie, mais quelques modifications de forme et d'arrangement, des développements plus ou moins prolixes donnés à des questions secondaires, laissent toujours l'esprit de l'Antiquité dominer, avec une jalousie tenace, le fond des parties élémentaires, support logique de l'édifice entier, élément essentiel de la plus modeste éducation intellectuelle.

Unique dans l'histoire scientifique de l'humanité, puisque de véritables abîmes se sont ouverts entre l'Analyse de Diophanté, la Mécanique d'Archimède, l'Astronomie d'Hipparche, la Physique d'Aristote..., et ce que les mêmes sciences sont maintenant devenues, l'anomalie est étrange et cependant bien facile à expliquer. La Géométrie formait déjà une doctrine étendue, serrée avec solidité et une certaine harmonie, qu'à côté d'elle tout n'était encore que ténèbres ou empirisme, et cette prééminence exclusive a pu conserver une telle saillie pendant des siècles sans nombre. D'où une admiration universelle pour l'œuvre géométrique des Anciens, le plus prodigieux peut-être des efforts de l'esprit humain dans sa poursuite incessante de la vérité scientifique, d'où la place hors rang que les penseurs ont faite unanimement à sa certitude, à sa grandeur, que leurs écrits ont célébrée jusqu'à

¹ 2^{me} édition, Dijon, septembre 1903, chez Jobard, imprimeur-éditeur. Prix : 7 Fr.

en faire un lieu commun, puis, en conservant à tort à l'œuvre elle-même vouée à la caducité de toute chose humaine, cette admiration que ses auteurs seuls mériteront toujours, l'érection, en un dogme philosophique, de sa perfection achevée, de son intangibilité quasi-absolue.

II. — Malgré son crédit toujours solide, ce dogme est à mes yeux une pure superstition, et une preuve *a priori* m'en est précisément fournie par cette exception sans exemple, des éléments de la Géométrie s'éternisant encore dans leur sèche et raide immobilité, pendant que les autres connaissances scientifiques, les Arts industriels et le surplus, font dans toutes les directions, à l'envi, des progrès incessants dont la somme, actuellement sans mesure, les a rendus méconnaissables.

Que les mêmes Eléments aient fait plus que leur temps, ne méritant désormais qu'une place dans le musée des antiquités scientifiques, place de très grand honneur en vérité, c'est ce qui résulte avec évidence pour les esprits non-prévenus, et *a priori* encore, de la simple comparaison de leurs allures propres avec celles de la Géométrie moderne. Ici, des méthodes générales restant habituellement au cœur de la question, directes et lumineuses par conséquent, ou bien, par moments, des artifices d'une habileté et d'une rapidité saisissantes, un symbolisme ingénieux et pittoresque rapprochant à les identifier des faits séparés auparavant par des dissemblances extrêmes, des théorèmes amples et précis quoique laconiques apportant des solutions faciles, souvent intuitives, à mille problèmes inabordables pour les Anciens, un ensemble limpide et cohérent où chaque chose trouve immédiatement sa place, qu'un seul regard peut embrasser sans peine, le tout jetant l'esprit dans un enchantement sans fin par la facilité et l'élégance réunies à la hardiesse. Là (je parle maintenant des Eléments), des défauts si graves, si variés, si peu remarqués cependant, qu'un résumé ne peut suffire.

L'ensemble présente un rare désordre. Il met à part les propriétés des droites conçues dans un plan unique, et les sépare de celles des combinaisons de droites et de plans dans l'espace, par toute la Géométrie plane comprenant la théorie

du cercle et les futilités à la mode. Cependant les propriétés générales de la droite et du plan sont dans une telle pénétration réciproque, que la connaissance complète des unes est de toute nécessité pour celle des autres. Après un pêle-mêle initial sur les angles, sur l'égalité des triangles, sur les droites parallèles, perpendiculaires,..., sur le parallélogramme,..., il place, à part encore, un premier lot de propriétés du cercle qu'il abandonne promptement pour revenir aux figures rectilignes, puis reprendre le cercle, et ainsi de suite, par un autre pêle-mêle étendu sur les « lignes proportionnelles », la similitude des triangles et autres polygones plans, le théorème de Pythagore, un second lot de propriétés du cercle..., la mesure des aires planes, puis les polygones réguliers en hors d'œuvre assez long. Cependant la théorie d'une ligne *courbe* de l'importance du cercle, ne devrait pas être rompue en morceaux jetés à travers celle de la droite, ainsi désagrégée. Vient enfin l'étude des droites et des plans de l'espace : l'incohérence désordonnée du début s'y retrouve plus choquante encore, parce que le sujet est moins simple, et elle se soutient plus ou moins prononcée jusqu'au terme du tout. S'il n'y a rien sur la similitude des figures courbes, en revanche, il y en a une théorie pour les polygones plans, une autre pour les polyèdres, toutes deux séparées par un intervalle considérable,... Or une collection de propositions rangées et soudées à l'aventure, ne fait pas plus une science, qu'un ramassis d'hommes inconnus les uns aux autres, sans chefs ni discipline, ne fait une armée. L'une comme l'autre veut le rapprochement des éléments devant agir ensemble, la séparation de ceux dont les fonctions sont différentes, la subordination constante de l'accessoire au principal; l'ordre, en un mot, est nécessaire partout, ou bien on n'a plus qu'un chaos presque impossible à démêler et à manier.

Les détails sont rabougris, souvent mesquins, sans haleine et sans portée chacun, donnant par leur monotone succession la sensation d'un piétinement sur place. La définition de la ligne droite et celle du plan laissent à peine apercevoir leur propriété capitale, source de toutes les autres, d'être indéfiniment réapplicables sur eux-mêmes. Le fameux « Postu-

latum d'Euclide » ne met en jeu qu'une perpendiculaire et une oblique à une même droite dans un même plan, et n'apprend ainsi presque rien ; il en serait autrement, et il n'en aurait pas coûté davantage, si son énoncé eût été étendu à deux droites faisant avec une troisième dans un même plan, des angles inégaux quelconques. Le troisième cas d'égalité des triangles est présenté complètement muet sur la construction d'un triangle dont les côtés sont donnés ; et de même, pour le troisième cas d'égalité des trièdres, pour le quatrième plus encore. Des développements assez étendus sur les angles d'une sécante avec deux droites parallèles laissent ignorer presque indéfiniment que deux angles quelconques, rectilignes ou dièdres, à côtés ou faces parallèles sont tout aussi bien égaux ou supplémentaires. La bissectrice de l'angle de deux droites est introduite comme divisant cet angle dans un certain rapport, après quoi il est prouvé que chacun de ses points est équidistant des côtés ; mais tout en reste là, et nulle part on ne trouve mention du lieu autrement important des points dont les distances orthogonales ou obliques, soit à deux droites dans un même plan, soit à deux plans, sont entre elles dans un rapport constant quelconque. Le lieu des points équidistants de deux autres est traité avec complaisance, mais on s'y arrête encore, et il faut un nouvel effort pour arriver à celui qui renferme le premier, où il s'agit des points dont les carrés des distances à deux points fixes demeurent dans une différence constante. Un théorème spécial établit l'égalité des arcs interceptés sur une circonférence par deux droites parallèles, mais il recule devant l'effort presque nul à faire pour pousser jusqu'à la symétrie de toute la courbe par rapport à un diamètre quelconque, dont cette égalité est le corollaire le plus mince. Une demi-douzaine de propositions ne donnent chacune, et en haletant, qu'un menu point de la relation générale entre un angle et les arcs interceptés par lui sur une circonférence. On trouve une toute petite propriété de la médiane d'un triangle, au lieu de la réduction si facile d'une expression linéaire par rapport aux carrés des distances d'un point indéterminé à des points fixes. Il y a un théorème sur la proportionnalité des seg-

ments découpés sur deux côtés d'un triangle par une parallèle au troisième, un autre pour celle des segments intercoupés sur deux droites d'un plan par deux paires de droites parallèles, un troisième pour des droites quelconques et des plans parallèles ; ce dernier cependant rend les deux autres inutiles. Un premier effort ne conduit qu'à la similitude dans les polygones plans, et il en faut un second pour arriver à celle des polyèdres, sans aller au delà. Bon nombre de théorèmes insignifiants, ou ne servant chacun qu'à soutenir le suivant, sont établis dans les mêmes formes solennnelles que les plus importants (quand ceux-ci ne sont pas oubliés) : inégalité des côtés opposés à des angles inégaux, d'abord dans un même triangle, ensuite dans deux triangles dont les autres côtés sont respectivement égaux ; inégalité, dans une circonférence, des distances au centre de deux cordes inégales, des arcs sous-tendus par elles,... La théorie des figures composées de droites dans un plan, celle des combinaisons de droites et de plans dans l'espace, sont surtout hachées ainsi en miettes sans suc ni saveur.

Le décousu, l'artificiel des moyens de démonstration sont mesurés d'avance par le désordre des matières et leur atténuation outrée, tant en mathématiques l'enchaînement des divisions du discours est l'empreinte exacte de celui des idées elles-mêmes. La théorie du parallélisme, celle de la perpendicularité et d'autres, multiplient leurs emprunts réciproques, en dépit de leur dissemblance extrême. Pour la perpendiculaire à mener par un point à une droite, il y a un raisonnement quand il est sur elle, un autre quand il ne s'y trouve pas, et de même, avec complications, quand il s'agit d'un plan. L'égalité de deux angles à côtés parallèles s'établit par des moyens tout différents, selon qu'ils sont ou non dans un même plan. Au mépris des analogies naturelles, la marche des idées dans la mesure des volumes polyédriques ne rappelle presque en rien ce qu'elle a été pour les aires planes polygonales,... C'est encore dans le développement des propriétés de la droite et du plan que ces défauts surabondent et font saillie ; mais ils ne sont rares, ni dans la théorie du cercle, ni ailleurs. Quelquefois, la maladresse est

flagrante. Le théorème « des trois perpendiculaires » a un énoncé tortueux, difficile à formuler et à saisir, alors que tout s'y réduit à la propriété d'une droite d'être réciproquement dans quelque plan perpendiculaire à une autre, quand celle-ci jouit de cette propriété relativement à la première. Toute la théorie de la similitude des polygones plans s'immisce à la mesure du volume de la pyramide, où suffirait la considération de quelques segments proportionnels. Dans celle du secteur sphérique, et cela au rebours du modèle donné par le secteur circulaire, l'attirail du triangle tournant (et des lignes brisées régulières) est préféré à la vision intuitive de tétraèdres infiniment petits rayonnant du centre de la sphère, et le procédé perd toute vertu quand la base n'est pas une zone,... On augmente la gène, de gaieté de cœur, en évitant le calcul comme une opération illicite, cela pour obéir à une esthétique de fantaisie.

Les vues fournies sur les faits géométriques sont toujours étroites, souvent artificielles ou imparfaites, impliquant parfois une véritable logomachie. Ce dernier cas est celui de la célèbre définition de la ligne droite par sa propriété de tracer le plus court chemin entre deux quelconques de ses points, puisque la comparaison scientifique des longueurs de deux chemins courbes exige la considération de certains polygones insérts variables, de leurs *côtés*, par suite, présuppose en conséquence la connaissance de la droite, c'est-à-dire de l'objet même à définir. (Où d'ailleurs puiserait-on l'assurance que ce plus court chemin n'est pas multiple, comme celui de deux points diamétralement opposés sur une sphère ?) La définition des parallèles (par leur situation simultanée dans un même plan, avec absence de point commun) est sans le moindre rapport avec leur construction théorique ou pratique; bien plus, elle déclare non parallèles deux droites qui se confondent. La proportionnalité si capitale des segments découpés sur deux droites quelconques par des plans parallèles, est introduite comme propriété du triangle ou du parallélogramme. La relation générale de perpendicularité est traitée comme un simple développement du thème fourni par deux droites faisant entre elles un angle d'une valeur

particulière. L'évaluation, faite toujours en angles droits, de la somme des angles d'un triangle, par exemple, ferait croire que les propriétés des droites perpendiculaires sont pour quelque chose dans sa constance. Jamais personne n'a conservé dans son souvenir l'idée de la perpendiculaire abaissée d'un point sur un plan, sous la forme étrange et compliquée que la construction classique lui donne. La définition habituelle de la similitude des polyèdres n'est plus celle donnée pour les polygones plans, et toutes deux doivent être changées pour les figures courbes. Celle de la tangente au cercle, par la possession d'un point unique en commun avec lui, n'est déjà plus applicable dans l'espace, et doit être refaite pour les autres lignes. La construction d'une moyenne proportionnelle, celle d'une moyenne et extrême raison (épave assez bizarre des programmes antiques), celle des racines d'une équation du deuxième degré, sont données séparément, comme choses absolument distinctes. L'intimité des rapports établis artificiellement entre les polygones réguliers et la mesure de la longueur du cercle, de son aire, des aires et volumes cylindriques, coniques, sphériques, laisse dans une obscurité fort épaisse toutes les notions similaires pour les autres figures courbes. Par la contemplation exclusive d'aires, de volumes, empruntés à des cylindres ou cônes de révolution, l'esprit est détourné de la conception la plus sommaire des propriétés générales des *surfaces* cylindriques, coniques et de révolution, si importantes partout. (Par exemple, les Eléments m'ayant laissé toujours ignorer l'existence de la seconde nappe du cône classique, je m'obstinais, quand j'ai entendu parler des sections coniques pour la première fois, à ne voir dans l'hyperbole qu'un accouplement de deux paraboles.)...

Une indication plus minutieuse des défauts des Eléments et de leurs lacunes, m'entraînerait beaucoup trop loin; je tiens cependant à signaler le contraste assurément étrange, de la réalité avec leur prétention très hautement affichée, encore acceptée, de tirer toutes choses avec la rigueur suprême, de trois ou quatre faits dont l'évidence serait congénitale pour tout individu de l'espèce humaine. Une telle nature dans cette

évidence est démentie *a priori* par ce simple fait que les figures géométriques, à commencer par le point, sont des êtres *sans matérialité*, dont la seule vision exige des efforts d'abstraction plus ou moins vigoureux et prolongés selon le sujet et l'objet. Elle ne résiste pas mieux à l'examen.

J'ai relevé tout à l'heure le cercle vicieux qui se ferme dans une définition de la ligne droite, dont la faveur immémoriale n'est pas encore épuisée; je poserai maintenant quelques questions. La possibilité de trouver dans un même plan deux droites ne se rencontrant pas, crève-t-elle les yeux novices, *d'emblée*? Non certes, puisque les plans et les droites que nous pouvons réaliser avec une certaine précision ne s'étendent pas au delà de quelques décimètres, et qu'ainsi leurs moindres prolongements échappent absolument à nos sens. En est-il autrement pour l'impossibilité de mener dans ce même plan, par un point donné, plus d'une droite n'en rencontrant pas une autre? Non encore, pour la même cause. Ces observations enlèvent donc aux principes classiques de la théorie des parallèles, bien plus que leur évidence soi disant immédiate: elles réduisent leur affirmation à une suggestion acceptable *jusqu'à preuve du contraire*; elle ramène la foi en eux, réclamée aveugle de l'élève, à une croyance ne méritant au fond que d'être nourrie *provisoirement*, ne pouvant être érigée légitimement en certitude qu'après l'attente de quelque démenti demeurée indéfiniment infructueuse. Pour les principes de la théorie des perpendiculaires, l'impossibilité de se concréter dans des objets matériels ne se présente plus, mais leur évidence n'en est pas moins illusoire, en tant qu'*innée*. Ils sont effectivement empruntés à certaines circonstances du mouvement de rotation: possibilité pour un plan de se déplacer, avec fixité cependant de tous les points d'*une droite* lui appartenant (non de toute autre ligne), possibilité d'arriver ainsi à une nouvelle position où il est *réappliqué* autrement sur lui-même, *existence* d'un point commun à l'axe de rotation et à la droite menée par les positions initiale et finale d'un point de ce plan,... Or les *mots* seulement de ces affirmations (en somme assez compliquées) ne seraient pas même intelligibles pour qui n'aurait jamais replié une feuille de

papier sur elle-même, qui n'aurait pas été mille fois l'agent ou le spectateur d'autres rotations vulgaires plaçant comme celle-ci sous ses yeux, sous sa main, leurs axes rectilignes, des plans tournant jusqu'à auto-réapplication... (Ces emprunts forcés aux phénomènes de l'*espace*, mettent en pleine lumière le caractère factice de la dislocation séculaire de la Géométrie en deux parties, dont l'une roulerait exclusivement sur les figures d'un seul plan. L'intervention de faits *cinématiques*, montre encore la courte vue de l'école qui proscrit leur considération en Géométrie pure).

Quant à la rigueur prêtée absolue à la trame du raisonnement proprement dit, elle tombe en défaut dans les circonstances innombrables où il faut compléter ses mailles par des appels, habituellement implicites, à l'évidence procurée par l'exploration *oculaire* de la figure en jeu. Effectivement, les yeux du *corps*, non ceux de l'esprit, sont encore nos seuls garants qu'un côté d'un triangle est sûrement rencontré par une droite menée du sommet et à l'intérieur de l'angle opposé, que la parallèle à ce côté, issue du sommet opposé, est intérieure à l'angle extérieur correspondant, qu'une parallèle à un côté d'un triangle rencontre les deux autres, soit intérieurement tous deux, soit extérieurement..., que, sur une circonférence, les arcs découpés par un angle à sommet extérieur sont limités, l'un aux points des côtés qui sont les plus rapprochés du sommet, l'autre aux points les plus éloignés,... On peut tenir chacun de ces faits pour menu, mais leur importance globale n'est pas négligeable; elle donne au contraire de la gravité à l'isolement où ils sont laissés, au silence absolu qui est gardé sur eux. « Les axiomes expérimentaux grouillent de toutes parts, et c'est par une sorte d'hypocrisie voulue qu'on les dissimule au lieu de les mettre franchement où évidence », a écrit M. Laisant ici même (n° du 15 Mars 1901, p. 105).

III. — Un tel milieu séquestre l'esprit dans une captivité déprimante chez une peuplade de Pygmées barbares, si bien que la moindre théorie moderne est pour lui une libération, bien mieux la révélation d'un monde encore inconnu, où l'air ne manque plus, où la lumière abonde ainsi que les merveilles.

J'ai eu cette impression dès l'âge de 16 ans, auditeur au Lycée S^t-Louis de quelques conférences préparatoires au Concours général, en passant du terre à terre sans fin des triangles égaux ou semblables, des angles inscrits..., à quelques notions sur le rapport harmonique, les pôles et polaires dans le cercle. La sensation s'est précisée saisissante, quand presque aussitôt j'ai pu dévorer la *Géométrie supérieure*, et 52 ans bientôt ne l'ont pas émoussée. Il y a donc bien longtemps que je vois les Eléments impropres désormais, même funestes, comme base de la première éducation mathématique.

Leur dogmatisme, d'une subtilité précieuse, d'une gaucherie achevée, manquant toujours de souffle, égare la jeunesse en lui présentant un long assaut de Scolastique comme l'idéal de la science. Leur horreur affectée du calcul voudrait râver cet idéal à l'art frivole d'un bateleur tout fier de marcher autrement que sur ses pieds. Aux études théoriques ultérieures, ils fournissent une préparation mauvaise, puisqu'il y faut changer leur méthode générale, rectifier quantité de leurs aperçus. Aux applications pratiques, ils sont appropriés aussi mal au moins, car ils se perdent dans un lacis de sentiers tortueux suyant les réalités avec une sorte de terreur. Ne ferment-ils pas les yeux de l'élève pendant des années sur l'espace, théâtre cependant fatal des mille phénomènes géométriques qui les frappent chaque jour? Ne lui refusent-ils pas aussi longtemps l'explication théorique de la structure des objets qu'il doit s'exercer à dessiner? Et ce peu mis aux prix de longs et pénibles efforts, de cet ennui proverbial, de ces découragements qui ferment l'accès des mathématiques à tant d'intelligences!

IV. — Quelles sont les causes de cette physionomie spéciale des Eléments? L'une impersonnelle a été l'exiguïté de la somme des connaissances scientifiques acquises aux âges où leurs créateurs ont vécu. Bien loin d'être imputable à ces ouvriers de la première heure, elle mesure au contraire la puissance des efforts intellectuels qu'ils ont pu fournir pour tirer leur œuvre, pièce à pièce, du néant. Ignorant presque tout en dehors d'elle, absolument privés des méthodes analytiques qui, bien plus tard, en pliant tout aux procédés uniformes du

calcul bientôt perfectionné, devaient en combler les lacunes, en centupler l'étendue, ébaucher la synthèse de toutes les sciences, leur était-il aisé de faire des rapprochements, de saisir les analogies pour marcher à leur lumière, de simplifier et de polir leur ouvrage, d'aller plus loin, de monter plus haut? Vivant en outre dans des milieux sociaux où les sciences appliquées, la grande industrie qu'elles éclairent, n'ont pas existé, où il n'y avait en conséquence, ni population scolaire, ni corps enseignant, ces savants ont été rares, ils n'ont connu comme aiguillon, ni l'émulation ardente excitée par des rivaux, ni les besoins pressants d'une jeunesse avide d'instruction, en couches profondes et variées; éloignés, presque inconnus les uns des autres, chacun d'eux a travaillé plutôt pour soi, excité par sa propre curiosité, avec des préoccupations purement spéculatives, pouvant difficilement connaître les idées des autres, les utiliser, les développer.

Une autre cause est toute différente. Les savants antiques paraissent avoir été grisés par la vue de tout ce que l'art de raisonner peut faire sortir d'un seul fait géométrique, fût-il des plus simples, par la comparaison de ces torrents d'idées enchaînées, avec les gouttes isolées que les autres sources donnaient de leur temps, si rares, si petites, si mal formées; et ils ont conçu l'illusion, qu'en Géométrie tout pouvait sortir de rien ou presque rien, par la seule vertu du syllogisme; ils ont caressé ce rêve, ils l'ont nourri en oubliant pour lui presque tout le reste, comme les alchimistes la pierre philosophale, comme les joueurs un quine à la loterie. De là, ce choix de pointes d'aiguilles aiguisées à outrance pour y empiler les théorèmes, ce nom de « Postulatum » donné à la moins atténuée, comme un regret, une excuse, de n'avoir pu encore suspendre tout au vide, comme un espoir d'y réussir plus tard. D'une telle monomanie proviennent l'émaïcation des détails, leurs formes rachitiques, leur assemblage en porte-à-faux donnant un labyrinthe inextricable. Les Anciens sont pardonnables d'avoir commis cette faute, car si la chaleur de la course les a entraînés au delà du but, les premiers ils l'ont discerné, et ils y avaient bien passé, en produisant dans la Géométrie un modèle pour toutes les

sciences mathématiques. Les Modernes ne le sont pas, eux dont l'adoration s'attache précisément aux défauts mêmes de l'œuvre, au lieu de les effacer en admiration autrement sage pour le génie des ouvriers, eux en possession, si ancienne maintenant, de tous les outils qui ont manqué aux créateurs.

V. — Les Anciens ont multiplié, quintessencé leurs syllogismes avec excès, comme talonnés par l'espoir qu'un jour viendrait où la sûreté, la précision de ce mécanisme, remplacerait universellement l'aléatoire, le précaire des autres moyens dont nous disposons pour atteindre la vérité. Cet abus, où certaines écoles de philosophie proprement dites sont tombées jusqu'au délire, sont devenus moins criants, et il est peu utile que je m'attarde à rappeler le caractère absolument chimérique de l'espoir en question. Un syllogisme ne fait que donner la vision d'un certain fait, par celle de quelque *autre* lié à lui et *auparavant aperçu*. Un nouveau syllogisme peut procurer la vision de ce fait préalable, mais aux frais d'un troisième laissé sans appui de ce genre,....., et ainsi de suite, indéfiniment, si loin qu'on pousse en arrière ce pointage de prémisses. Mais on ne peut marcher toujours, et quand on s'arrête épuisé, la main ne tient encore qu'un fait indémontré, sans existence en logique pure, dont ce caractère se maintient tel, jusqu'au moment où l'on aura pu et préféré lui substituer un remplaçant de même valeur. Ces faits indémontrés sont les *axiomes* ou *postulats* des mathématiques, cela selon la facilité plus ou moins grande de leur vision empirique, les *hypothèses*, presque toujours plus douteuses, des sciences où l'observation, l'expérimentation, dominent, et leur présence est fatale ainsi dans tous les compartiments de nos connaissances. Réussirait-on par impossible à en affranchir toutes les sciences, que planerait encore au-dessus d'elles celui de l'*existence de lois pour tous les phénomènes*, dont la croyance inspire le moindre des actes de notre intelligence, dont la répudiation paralyserait immédiatement la faculté de connaître. Par nature, on doit ne jamais l'oublier, ils ne sont pas moins certains que les théorèmes, la seule différence avec eux gisant dans le *sens* des liens par lesquels nous les rattachons les uns aux autres, dans la dissemblance des moyens

qui nous ont procuré le savoir des premiers et des derniers.

L'abus dont je viens de parler a pu avoir une part dans la division outrée des Eléments en théorèmes minuscules, entassés sur des axiomes trop exigus pour donner aisance et grâce à tout l'échafaudage. Mais une part autrement large dérive bien plus sûrement d'un préjugé connexe, très spécieux et toujours debout, qui a tracé le plan du labyrinthe, que je voudrais ruiner une bonne fois : il consiste dans la pensée que, sans violer une règle quasi-sacrée, sans s'exposer à l'erreur (car où serait la faute autrement?), on ne peut choisir ces faits indémontrés, primordiaux, que parmi les axiomes réputés *évidents*, à l'exclusion des postulats trop sujets à caution.

Or, je nie l'existence de faits assez privilégiés pour posséder une évidence *immédiate*, innée chez un individu quelconque. La marche, par exemple, est devenue pour nous un acte si facile, que sa répétition remplit littéralement la vie, sans que nous en conservions seulement conscience, qu'on pourrait croire inné aussi le pouvoir de l'accomplir. L'adresse nécessaire ne vient pourtant qu'au bout du long apprentissage semé de bien des chutes, que la première enfance recommence sans cesse sous nos yeux. De même, la moindre de nos connaissances est le fruit d'efforts, latents pendant l'enfance, plus tard, très souvent même, et bientôt oubliés, mais dont la réalité, dont la longueur et les tâtonnements au début, n'en sont pas moins certains : il a fallu *apercevoir* des détails, les *revoir* sous d'autres faces, et les *comprendre*, c'est-à-dire en faire des rapprochements, saisir des liens entre eux ; il a fallu aussi commettre des erreurs, les rectifier ensuite,... Rendez seulement ces efforts conscients et méthodiques, donnez-leur un objectif déterminé, décuplez, centuplez leur intensité, et vous aurez ceux d'un élève se livrant à l'étude, d'un savant de profession s'acharnant à la conquête de l'inconnu ; *mais leur nature intime sera toujours la même*. Ce qu'il y a d'inné chez l'enfant, ce n'est pas un savoir *quelconque*, plus que le pouvoir de marcher, c'est l'aptitude à *connaître plus tard* comme à faire des pas.

Un fait est évident, quand sa certitude est complète et que la réitération de sa vision s'opère sans le moindre effort désormais. Cette qualité toutefois n'existe jamais *a priori*; elle vient après une *incubation préalable* dont la difficulté et la durée dépendent du rapport existant à son moment entre la nature propre du fait et l'aptitude du sujet à l'apercevoir, aptitude naturelle ou acquise, peu importe. Cela est d'autant plus vrai, que l'*abstraction* se mêle fatallement à tous nos actes intellectuels, et que ses résultats ne sont jamais instantanés. Pour qui a fait tant soit peu de Géométrie, il est évident par exemple, qu'un plan mobile peut être déplacé indéfiniment en demeurant appliqué sur un plan fixe; mais *au paravant* il faut que la notion du mouvement, celle de la coïncidence géométrique, celle enfin du plan illimité, aient été acquises, c'est-à-dire que l'*abstraction* ait fonctionné, et ceci exige quelque dépense d'efforts et de temps. Analysons encore l'évidence du fait mathématique où elle est considérée comme ayant le plus d'éclat, dont le doute rendrait impossible au journalier le règlement de ses salaires, savoir l'indépendance de la valeur d'une somme relativement à l'ordre de ses parties. Pour arriver à en être pénétré, il a fallu dégager l'*idée de nombre*, de la nature variable à l'infini, des objets pouvant nous la procurer; il a fallu *observer* des totalisations différentes de groupes d'objets; il a fallu *apercevoir* l'identité numérique de ces totaux diversement formés, la poser en *loi générale* par un effort d'*induction*, éprouver enfin par des expériences *variées* l'exactitude de cette loi inductive. Maintenant sans doute, le processus est prodigieusement abrégé par la vue, dès la première enfance, des mille faits vulgaires qui mettent la loi en action, par l'existence d'un *enseignement méthodique* où elle est énoncée *catégoriquement*, par la foi de l'élève dans les paroles du maître, mais il n'est pas absolument anéanti. Je me rappelle très distinctement une époque de ma vie, où j'admirais qu'on retrouvât toujours le même total en écrivant autrement des nombres à additionner, où, la plume à la main, j'ai fait des *expériences* pour revoir et revoir encore cette invariabilité surprenante du résultat. *A ce moment, elle n'avait donc pas pour moi une évidence aussi complète qu'au-*

jour d'hui, où ces expériences ne m'apporteraient que de l'ennui.

J'avancerai pareillement que la certitude d'un fait donné, son évidence à plus forte raison, puisqu'elle n'en est que le renforcement suprême, s'acquierent par un mécanisme comportant presque toujours l'intervention de moyens *indirects*. Mis en présence du fait en question, l'esprit conçoit *soudain* pour lui, par une voie qui nous échappe, une nature *présumable*, *après quoi* ce jugement *provisoire* est soumis à toutes sortes de vérifications, pour devenir un arrêt définitif si celles-ci le confirment. Sinon, une autre conception remplace la première sur la sellette, et ainsi de suite, jusqu'à disparition du doute. Cette procédure peut être peu visible ; mais pour bien l'apercevoir, il suffit encore d'agrandir son théâtre, d'analyser la genèse d'une découverte scientifique. Là, il est clair que l'imagination est le premier acteur entrant en scène. Elle seule *propose* au savant des interprétations variées, plus ou moins contradictoires, pour les phénomènes sondés par ses investigations. Il en *essaie ensuite* les valeurs relatives, en les appliquant aux mêmes faits, à toutes sortes d'autres, par l'observation, l'expérimentation ou le calcul, et ces tâtonnements de l'imagination, le nombre des démentis ultérieurs qui sont nécessaires à leur redressement, nous sont racontés par tous les chapitres de l'histoire des sciences. Kepler par exemple, n'a pu *voir* une orbite de planète, puisqu'aucune n'est tracée dans le ciel ; il a *imaginé* la possibilité d'une ellipse, il l'a soumise au contrôle de mille faits d'observation, et il a fallu à cette possibilité 22 ans, dit-on, pour devenir une certitude chez lui.

Le terme de la voie où nous marchons est l'affirmation que la certitude d'un fait n'est pas pour lui un apanage *individuel*, mais qu'elle est liée indissolublement à celle de mille autres voisins ou éloignés ; je dis en d'autres mots, que, pour une théorie entière, elle est une propriété *collective*, ne pouvant se concentrer sur une des propositions qui la composent. Telle, dans une voûte, une pierre tomberait si elle était isolée, qui se soutient au contraire par la vertu globale de toutes. J'imagine que la solidité

de la Géométrie serait médiocre, si celle de ses seuls axiomes était son unique caution, si, mille et mille fois, elle n'avait été éprouvée, ne pouvait l'être de nouveau, par l'accord constant de ses déductions avec les faits observables. Tout au moins, cette solidité n'est pas plus grande pour l'homme instruit l'ayant étudiée méthodiquement, que pour l'ouvrier l'appliquant par la règle et le compas, sans savoir lier par le raisonnement les théorèmes aux axiomes, sans pouvoir seulement distinguer les uns des autres. Je ne la vois pas moindre en Mécanique rationnelle où, bien loin d'avoir une visibilité immédiate, les propositions placées à la base de tout l'échafaudage sont d'origine *toute moderne*, et n'ont d'autre légimité que l'exactitude constante de celles de leurs déductions qui se prêtent au contrôle de l'expérience. Bien plus, et c'est assez plaisant, l'Analyse elle-même a vécu jusqu'à nos jours d'énormes postulats, au rebours des allures prudes et précieuses de la Géométrie. Maintenant, par exemple, on démontre très aisément, que, certaines conditions précises étant remplies, une équation différentielle possède des intégrales. Les Bernoulli, Euler..., n'auraient pu le faire, il n'y songeaient même pas, et cependant ils ne doutaient du fait pas plus que nous-mêmes, *leurs calculs ayant toujours réussi*.

Je me résume, je conclus, en disant que tout axiome a été postulat, que tout postulat peut à la rigueur devenir axiome, que le choix des faits à démontrer ou à prendre pour premières prémisses dans l'édification d'une théorie, est indifférent à sa *certitude*, que le seul précepte à suivre est de donner le plus de clarté et de brièveté à cette théorie, le plus de facilité à son assimilation, à son extension, à ses applications. La règle tenue pour quasi-sacrée n'est qu'un égarement de l'instinct du raisonnement, son culte, un pur dilettantisme, son autorité, une tyrannie à abattre pour guérir les maux qu'elle fait encore.

VI. — Ces diverses réflexions m'ont amené à essayer la réfection des Eléments, en faisant table rase de toute tradition contraire; d'où le volume que j'ai publié en 1874, puis recomencé en 1901-02-03, à la première apparition d'une faveur

très longtemps attendue. Je ne parlerai naturellement que de ce dernier travail.

Certains axiomes (ou postulats, mais je n'écrirai plus ce mot marquant une distinction qui m'échappe) visaient un peu les figures courbes, en particulier dans la définition classique de la ligne droite. Je les ai tous abandonnés pour d'autres concernant exclusivement la droite, le plan, et leurs premières combinaisons, à cause de la possibilité de le faire et de la dissemblance existant entre les figures des deux sortes, dissemblance aussi profonde que celle si marquée en Algèbre, entre les expressions du premier degré et toutes les autres. La théorie de la droite et du plan peut être faite autonome; au contraire, celle des figures courbes exige *au moins* *pas l'immixtion* de ces concepts primordiaux; en outre, elle ne saurait se passer d'un procédé spécial, la *Méthode des limites*, dont le rôle est extraordinairement effacé quand des droites et des plans sont seuls en question. Pour ces mêmes motifs, pour rendre l'unité à chaque théorie, je les ai soigneusement séparées, j'ai commencé par la droite et le plan, et j'ai épuisé le sujet avant de prononcer le nom des figures courbes.

Si cette ordonnance est naturelle, si notamment elle permet de faire la monographie du cercle d'une seule traite, comme premier modèle donné pour les cas moins simples, elle la repousse fort loin, alors que les applications graphiques comportent très promptement des tracés de cercles. L'inconvénient n'est qu'apparent, car pendant longtemps ces tracés ne mettent la circonference en jeu que par ses propriétés tout à fait élémentaires, qui sont presqu'évidentes (symétrie, etc.), en sorte que le maniement courant du compas est explicable en peu de mots.

VII. — Les pénétrations réciproques des propriétés de la droite et du plan sont si multipliées, si profondes, ai-je dit déjà, que l'intelligence des unes est imparfaite tant que les autres ne sont pas connues également; et, pour moi, malgré sa date immémoriale, leur séparation est aussi factice, aussi fâcheuse, qu'elle le serait pour les monomes et les polynomes, chacune de ces deux notions impliquant l'autre forcément. Sur ce

point, d'ailleurs, les répugnances classiques ont dû capituler, car leur théorie des perpendiculaires commence par détourner précisément les yeux, du plan unique où elles prétendent les emprisonner. Pour la pratique, c'est encore plus regrettable, car pendant un temps fort long, il faut refouler jusqu'à l'oubli les notions spatiales que cependant la nature nous impose à tout instant par tous nos sens, et la jeunesse est condamnée à dessiner des objets dont elle ne peut analyser la structure.

J'ai donc mis fin à cette séparation, en opérant radicalement et sans hésitation ce qu'une grande école italienne préconise hautement aujourd'hui sous le nom de «fusion» des deux Géométries; (il se pourrait même que j'eusse inauguré la «fusion» *par le fait*, car, en mettant à part le livre de Mahistre, où les détails du plan et de l'espace sont bien moins fusionnés que rapprochés, je croirais mon édition de 1874 antérieure à la naissance du mouvement italien). Dans le domaine des figures courbes, le principe de la «fusion» est tout aussi rationnel, et ceci est bien montré pour le cercle, par l'importance de son axe, de ses relations avec la sphère, dans les questions de Cinématique et d'Astronomie, qui vivent littéralement de lui. Mais, en dehors de la droite et du plan où il n'y a que des avantages à l'adopter, il est sage aussi que sa rigueur fasse des concessions à l'importance de certaines courbes planes et à l'étendue de leurs propriétés dans leur plan, dont l'étude pour chaque ligne se trouve mieux d'une exposition séparée.

La définition de la droite et celle du plan se confondent avec l'énonciation de propriétés générales que l'abstraction leur prête, qu'ensuite le raisonnement peut développer librement et sans contradictions ultérieures. En cela, j'ai commencé à m'écartier de la sécheresse classique: j'ai mis au premier rang la propriété presque exclusive à ces figures, de pouvoir, les unes sur les autres, s'appliquer indéfiniment et *glisser*, c'est-à-dire rester en application imperturbable pendant des déplacements illimités et extrêmement variés, l'*auto-identité* de chacune en tous ses points. Si l'on y résiste, si l'on considère que le fond de la Géométrie consiste à tout

ramener en dernière analyse, à des superpositions réalisées par *application mutuelle*, on verra en effet que tout y sort en majeure partie de cette identité existant de mille manières, d'une droite avec elle-même ou toute autre, d'un plan tout aussi bien, de cette quasi-identité analogue entre une droite et un plan; par là, s'explique en même temps la prééminence incomparable des rôles joués partout par ces deux concepts en telle pénétration réciproque. Je n'ai pas craint d'en exposer les premières conséquences moins laca-niquement que de coutume.

A ces préliminaires, s'ajoutent très naturellement la notion des deux directions concevables sur une droite, celles tout à fait connexes des *demi-droites*, *demi-plans*, *demi-espaces*, que j'ai expliqués avec un peu de soin. Leur utilité se montrera très grande en Géométrie *de position*, c'est-à-dire dans les cas innombrables et cependant laissés jusqu'ici sans analyse, où, à côté des valeurs *métriques* des éléments d'une figure, il y a à discuter leurs *positions relatives*.

Aurais-je érigé à tort en axiome indépendant, un fait susceptible de quelque démonstration? Je serais sensible à ce reproche comme à celui d'une menue redite, mais pas davantage, tant les principes embryonnaires de toute science se mêlent, se rapprochent en groupes d'une cohérence extrême, tant il me paraît puéril d'armer un microscope d'un objectif à immersion pour essayer de les distinguer. En même temps, j'invoque des circonstances atténuantes toutes semblables, pour le règlement des autres axiomes que j'ai posés en tête des deux théories suivantes.

VIII. — En appuyant les propriétés des parallèles et des perpendiculaires sur celles du triangle, les traditions classiques sont condamnées à l'introduire avec une hâte précipitée, et cela est mauvais, parce que les segments rectilignes et les angles, éléments du triangle, ont été encore nommés seulement, non suffisamment étudiés, parce que la théorie du parallélisme et celle de la perpendicularité sont hachées menu et embarrassées l'une dans l'autre, parce qu'ainsi, elles prennent dans l'espace une réelle complication, parce que celle du triangle est elle-même rompue en deux parties,

l'une soutenant ces dernières, l'autre appuyée sur elles (théorème de Pythagore, etc.); bref, ce n'est que confusion. J'ai pu éviter la faute en construisant ces théories d'une manière et dans un ordre de succession, où chacune est entièrement dégagée des suivantes : parallèles, perpendiculaires, segments rectilignes, angles, triangles. J'y ai trouvé cet autre avantage, de condenser au début, et bien en saillie, l'étude du parallélisme et de la perpendicularité qui dominent les arts du Dessin tout autant que la Géométrie théorique, la première surtout visant la position relative la plus remarquable de deux droites ou plans, indistinctement.

J'ai assis toutes les propriétés générales des droites et plans parallèles, sur les circonstances fondamentales du mouvement de translation érigées en axiomes. Mes définitions font de l'état de superposition de deux droites, plans, indistinctement, un simple cas particulier du parallélisme, corrigent en conséquence une faute assez grave des vues classiques où par exemple une droite et un plan parallèles sans rencontre, sont représentés comme formant une figure absolument distincte de ce qu'elle est en cas d'application mutuelle. Les démonstrations sont brèves et d'une rare uniformité, par conséquent très faciles à s'assimiler et à retenir. Cette entrée dans la trame du raisonnement proprement dit, par des énoncés bien nets, par des démonstrations expéditives partant toutes d'un même principe, exigeant rarement le concours d'une figure, fournit ce semble la meilleure gymnastique préparatoire, à des débutants auxquels l'art d'analyser une figure, de combiner méthodiquement des idées différentes, est encore inconnu. La discussion des cas généraux où des droites, plans, sont en concours ou en parallélisme termine, le chapitre : je ne crois pas qu'elle soit un hors-d'œuvre, ni qu'elle pourrait être mieux placée.

On a trouvé mes axiomes trop nombreux et chargés de faits précaires. Aux reproches de ce genre, j'ai fait déjà une réponse générale ; ici, j'ajoute que le mouvement de translation s'observe dans des cas assez vulgaires et nombreux pour donner à sa vision une facilité suffisante, qu'au rebours des axiomes classiques (définition des parallèles par leur coexis-

tence dans quelque plan, sans rencontre, etc.), ceux-ci se prêtent immédiatement aux vérifications expérimentales les plus simples, qu'ils sont absolument conformes, non les autres en aucune façon, au tracé pratique des parallèles par l'équerre et la règle. On a dit que l'idée de mouvement doit être bannie de la Géométrie. Je proteste d'abord contre un tel byzantinisme; puis je nie, en rappelant que la superposition des figures, âme de la Géométrie, est inséparable, dans son essence, de la conception d'un certain *déplacement* pour la réaliser; je riposte, en revenant à la théorie classique de la perpendiculaire, où quelque demi-plan est assurément mis en *mouvement* autour de sa charnière.

Cette théorie des parallèles se recommande encore par des démonstrations extraordinairement faciles qu'elle procure ailleurs: égalité des angles rectilignes ou dièdres à côtés ou faces parallèles, homothétie, etc. Maintenant d'ailleurs, elle se trouve couverte par des sanctions pédagogiques : dans des écoles primaires supérieures, plus de quatre cent cinquante enfants âgés de moins de 13 ans l'ont entendue déjà en classe, l'ont repassée généralement sur mon livre, et se la sont assimilée avec une grande facilité, puisque certaines démonstrations en ont été souvent improvisées par quelques-uns, même avec une certaine préférence, car, sur leurs visages, les maîtres ont observé le retour d'une satisfaction marquée, chaque fois que le déroulement du cours a remis la translation en scène.

A un autre point de vue, je réfléchis à l'importance vraiment capitale du mouvement de translation en Mécanique théorique, en Mécanique appliquée; je vois même sa notion se mêler intimement à l'énigme toujours trop obscure du repos et du mouvement *absolutus* dans l'Univers. J'en tire pour ma théorie une justification nouvelle; et une autre serait encore apportée par sa bonne adaptation aux besoins des arts du Dessin.

IX. — Les mêmes choses à fort peu près, peuvent être dites, dans l'étude des perpendiculaires, en faveur du choix des axiomes parmi les particularités simples de la rotation, l'autre élément de tout déplacement d'une figure solide. Ce mouvement se montre effectivement à nos yeux plus souvent en-

core que la translation, et plus tangible ; il anime toutes nos machines, il est une sorte de lieu commun dans l'Univers. Dans la construction mécanique, y compris celle des instruments de précision, il procure le moyen le plus sûr de réaliser l'assemblage d'une droite et d'un plan en perpendicularité mutuelle ; dans le tracé des épures, les rabattements et autres procédés courants le mettent continuellement en jeu. Aidées par la théorie des parallèles maintenant achevée, les démonstrations restent courtes, se divisent en trois groupes naturels dont l'ensemble est homogène. Elles commencent à être un peu moins simples, mais, par les pas faits antérieurement, les débutants commencent aussi à être façonnés à la marche : la remarque en a été faite à propos de la recherche de la perpendiculaire commune à deux droites, dont la complication relative ne les a pas du tout embarrassés.

J'ai donné au théorème « des trois perpendiculaires » la forme nouvelle à laquelle j'ai fait une allusion : elle facilite autant son emploi ultérieur, qu'elle simplifie son énoncé et sa démonstration.

Ces théories du parallélisme et de la perpendicularité ont avec la Cinématique des corps solides, en même temps qu'avec les arts du Dessin, des rapports dont l'intimité me paraît précieuse, parce qu'elles se trouvent ainsi être des introductions à ces deux études, faites d'avance et sans frais nouveaux. Dans son essence, la première me paraît bien plus spéciale à la droite et au plan, que la seconde confinant aux spéculations sur le cercle et les surfaces de révolution ; c'est une des raisons qui m'ont conduit à la dégager entièrement de celle-ci, à la placer avant elle, et à en faire un appui¹.

X. — Les moyens employés dans les théories dont je viens de parler, ont cet autre avantage de laisser en lumière intégrale l'idée d'infiniété dont il faut favoriser la prompte et définitive fixation sur la droite et le plan, tandis que les traditions

¹ Une homogénéité insuffisante peut être critiquée dans les principes de ces deux théories, parce qu'une droite et un plan perpendiculaires sont définis comme guides d'un mouvement élémentaire, après que deux objets parallèles l'ont été comme positions successives d'une figure, acquises par un autre déplacement simple. N'y ayant pas songé plus tôt, j'ignore actuellement s'il serait facile et opportun de corriger ce défaut, en prenant pour définition de deux droites parallèles, leur propriété d'être deux glisières de quelques mêmes translations : mais je reviendrai sur cette question s'il y a lieu.

classiques en contrarient la naissance par leur abus prématûré du triangle. L'étude du segment rectiligne inaugure dans mon livre celle des éléments *métriques* des figures, où cette idée passe au second rang. J'ai procédé ainsi, parce que la notion de longueur (rectiligne) est bien plus familière que celle des angles, moins complexe en elle-même puisque celle du plan ne s'y mêle pas, et qu'au contraire d'un angle, un segment rectiligne peut augmenter toujours sans venir jamais en duplication avec lui-même. L'extrême simplicité de ce thème, son pittoresque, l'immensité du rôle joué dans la Géométrie entière par les *rapports* de segments rectilignes, se réunissent pour en faire la matière la plus convenable à l'exposition des règles générales qui président à la *mesure* des grandeurs géométriques.

Des considérations très simples, auxquelles les angles et les triangles demeurent encore étrangers, permettent d'établir immédiatement le théorème capital attribué à Thalès, qui domine toute la Géométrie, d'aussi haut que l'égalité des angles à côtés ou faces parallèles. De prime abord, on pourra juger bizarre, l'intervention des figures que je nomme *bandes* et *murs*; je crois cependant leur considération utile, ailleurs comme ici; elles s'associent bien aux segments rectilignes, et comblent une sorte de lacune entre eux et les angles. Enfin les enfants ont parfaitement accepté le tout.

Par son importance et son utilité extrêmes, le théorème sur les angles à côtés ou faces parallèles fait un pendant très équilibré à celui de Thalès sur les segments rectilignes, et ma théorie des parallèles m'en permet une démonstration absolument intuitive; ce qui concerne les angles *correspondants*, etc., s'en présente comme des cas minimes. Très peu de mots suffisent ensuite pourachever par les angles dièdres, et le rapprochement a excité une autre satisfaction manifeste chez les élèves de deuxième année de l'enseignement primaire supérieur.

Pour des angles formés simultanément par des parties de deux mêmes droites (ou plans), pour les relations de position entre deux angles rectilignes dans un même plan, pour d'autres questions encore, plusieurs termes nouveaux ont étonné

au début les habitudes des maîtres ; mais ils ont été parfaitement compris et retenus par les mêmes élèves, que de tels antécédents ne pouvaient gêner, et qui ont « jonglé » très promptement avec eux, m'ont répété leurs professeurs.

XI. — Aux deux grands théorèmes précités dont j'ai refait les démonstrations, les moyens spéciaux à la Géométrie se rattachent tous bien plus naturellement, directement et solidement, qu'aux propriétés du triangle, que la tradition classique invoque avec une réitération presque insupportable, qu'elle présente en véritable état de dislocation. Mais, outre qu'il est l'élément irréductible dans la mesure des aires, le triangle fournit par ses éléments, des intermédiaires précieux dans la comparaison des angles, dans celle de segments empruntés à des droites différentes. En conséquence, il mérite toujours de faire l'objet d'une théorie soignée, et, à celle-ci, les mêmes théorèmes m'ont permis de donner une cohésion et un coulant qui ont plu aux élèves comme aux maîtres.

J'ai fait rentrer les cas d'égalité dans ceux de similitude, parce que je n'en ai presque plus besoin, et que déjà on rencontrait des triangles semblables vingt fois plus souvent que des triangles égaux. A ce mot *semblable*, j'ai substitué l'épithète *équiangle* rappelant directement la plus apparente des propriétés qui se groupent sous cette dénomination, et aussi pour ne pas particulariser sans utilité, pour ne pas déflorer, la grande théorie de la similitude qui sera unifiée plus loin.

Une extension bien facile de la démonstration moderne du théorème de Pythagore, m'a permis de le faire rentrer par un mot dans la relation générale, établie d'emblée maintenant, entre les côtés d'un triangle et la projection de l'un d'eux sur un autre. Le troisième cas de similitude (ou d'égalité) a pu ainsi être rattaché aux particularités propres aux triangles rectangles, en conformité cette fois avec la résolution, la construction même, d'un triangle dont les trois côtés sont donnés.

En analyse pure, dans l'étude approfondie du mouvement de rotation,...., les lignes trigonométriques se présentent certes comme des *fonctions*, mais, en Géométrie générale,..et exception faite des questions, bien souvent de fantaisie, que

l'on fait rouler sur les coordonnées polaires, on a trop oublié qu'elles interviennent seulement comme *nombres* caractéristiques des assemblages de droites ou de plans, dits angles, nombres fort utiles à considérer de préférence aux paires de segments *individuellement indéterminés* dont ils sont les rapports. Je suis revenu à cette conception bien plus simple, et j'ai rassemblé dans un paragraphe la nomenclature des sinus, cosinus..., d'un angle saillant, leurs relations mutuelles, leurs propriétés les plus élémentaires, toutes choses facilitant bien des raisonnement, simplifiant bien des formules. Cette innovation a été goûtee dans l'enseignement primaire et plus haut encore.

Le chapitre suivant contient la définition des diverses *distancess*, préliminaire indispensable à la mesure des aires et volumes, mais surtout, comme application immédiate de la théorie du triangle, la recherche de lieux rectilignes et plans remarquables par leur extrême simplicité et leur grande utilité ultérieure. En particulier, leur connaissance générale et raisonnée réduira à un simple choix de *notations commodes*, l'écriture, en Géométrie analytique, des équations de la droite et du plan rapportés à des coordonnées rectilignes ; il est fâcheux que les habitudes scolaires la laissent presque totalement dans l'ombre.

Je reviens un instant à la Trigonométrie, pour blâmer les programmes en passant, d'imposer en vue du simple Baccalauréat, l'étude des angles positifs et négatifs de toutes valeurs, la discussion complète de leurs lignes trigonométriques, la recherche générale des formules d'addition, duplication, bisection,..., le savoir, sur la « construction des Tables », de vieilleries aussi prodigieusement usées que fastidieuses. La disproportion est trop flagrante entre la pompe encombrante de cet appareil, et les trois ou quatre théorèmes si modestes qui pourraient fournir toutes les formules réellement utiles à ce niveau.

Je protesterai encore contre les abus de la « Géométrie du triangle », thème toujours inépuisé d'élucubrations qui rempliraient déjà des volumes. Une droite, un cercle, liés d'une manière quelconque à un triangle, passent assurément par

quelque point, sont tangents à quelque chose, comme une balle tirée au hasard frappé toujours quelque part. Mais chercher où, donner des noms comme à des rues, pour le seul plaisir de la trouvaille, est une occupation dont la frivolité est égale dans les deux cas. Je regrette qu'un réel talent s'y soit dépensé avec une telle prodigalité ; je regrette surtout que, pour la jeunesse, certaines habitudes scolaires aient fait de cela (et d'autres choses), une perte appréciable d'efforts et de temps. On la fatiguerait bien moins, et on l'instruirait presque autant, en lui faisant collectionner des timbres-poste oblitérés.

XII. — Le périmètre d'un triangle, ai-je indiqué plus haut, est le plus simple des contours pouvant délimiter une aire, et ceci est montré immédiatement par le diviseur 2 dont le choix de l'unité reçue a compliqué l'expression de sa surface ; il reste *triangulaire*, nonobstant tout déplacement de ses sommets. Ces considérations m'ont porté à prendre la comparaison des aires de deux triangles pour base de la théorie des aires planes, et tout autant, la préoccupation de donner à cette théorie, des allures générales fournissant d'avance un modèle à copier seulement pour faire celle des volumes, d'où l'intervention presque immédiate du tétraèdre ne peut être écartée. Jusqu'à un certain point, je comparerais la commodité de cette innovation à celle de la substitution de l'hydrogène à l'oxygène dans l'établissement de la Table des poids atomiques, car elle éclaire et accélère l'exposition de ce qui concerne les autres polygones, et plus tard, par extension, ce qu'on retrouve d'analogie pour les polyèdres.

Les simplistes regretteront l'abandon des procédés classiques, dont la facilité est en vérité très grande : je ferai valoir la double compensation procurée par l'établissement d'une conformité extérieure parfaite, entre deux théories dont les fonds se ressemblent au dernier point, par l'épargne d'efforts et de temps à réaliser plus tard à propos des polyèdres. Les puristes critiqueront l'introduction de la méthode des limites dans une question où ils l'évitent : je répondrai qu'elle y était déjà quoique à leur insu, puisqu'elle est inéluctable dans la comparaison des segments rectilignes quand ils sont incommensurables. Les rigoristes pourront appuyer

les puristes en objectant le manque de rigueur de cette méthode, imputable à l'impossibilité de l'approprier convenablement aux Éléments : je riposterai alors par la même réponse, je leur demanderai ensuite comment ils pourraient bien procéder autrement dans la mesure de la pyramide ou des figures courbes. Quand il faut nouer des brins de cordelette pour suspendre un fardeau, ce n'est vraiment pas la peine d'y mêler un câble, puisque sa résistance n'empêchera jamais la rupture de la partie la plus faible. Pour tous, j'ajouterais qu'une telle décomposition de l'aire d'un triangle se trouve ainsi toute faite pour conduire à son centre de gravité, et je ferai observer qu'ici aucun expédient ne pourrait suppléer à la proscription de la méthode des limites.

XIII. — Les demi-plans, bandes, angles (rectilignes)..., aires planes polygonales, sont, pour le plan, les pendants des demi-droites, segments (rectilignes), pour la droite, et, par des soudures variées, ils conduisent aux dièdres,..., et autres surfaces polyédriques, comme on avait été amené aux lignes brisées. En tête, j'ai placé la surface prismatique, parce que sa considération se mêle à celle des projections des aires planes sur un plan, question succédant naturellement au chapitre précédent. L'étude de ces projections est traitée de manière à se présenter comme un simple prolongement du théorème de Thalès. Certes, on pourrait abréger un peu, mais il n'est aucune branche des connaissances humaines, où la vision nette et le souvenir persistant des analogies ne me semblent avoir plus de prix que le gain de quelques minutes.

Dans la théorie des trièdres, j'introduis immédiatement la notion d'*amplitude*, dont l'acquisition directe supprime l'entremise artificielle et compliquée au fond, de l'aire du triangle sphérique, qui étendra plus nettement à la sphère les relations des arcs d'un cercle à leurs angles au centre. J'ai changé presque toutes les démonstrations, en vue de les rendre naturelles et directes par l'abandon des moyens tirés du trièdre supplémentaire, afin de les mieux modeler sur celles analogues intéressant les triangles, d'ébaucher d'avance et d'assez près la construction d'un trièdre dont les trois faces ou les trois angles sont donné.

La mesure des volumes polyédriques n'est plus qu'une copie presque servile de celle des aires polygonales. A une ressemblance utile à procurer pour elle-même, s'ajoute ainsi une facilité augmentée encore par l'élimination des appels aux propriétés des aires semblables qui s'imposaient auparavant (équivalence de deux tétraèdres à bases équivalentes et à hauteurs égales). Ces procédés ont plu aux élèves des écoles normales, et à ceux d'un cours de Baccalauréat, les seuls encore qui les aient étudiés.

XIV.—Pour l'homothétie, la similitude, les trois symétries, études dont l'importance théorique et pratique est capitale, l'antériorité des matières dont je viens d'achever la revue, et la nature des moyens employés pour elles, ont, entre autres avantages, celui d'en permettre une exposition étendue d'elle-même à l'espace, presque simultanée, et facile au point de rendre les tracés à peu près inutiles, les propositions généralement intuitives. Je regrette seulement, que la sobriété, ce devoir étroit de quiconque parle à la jeunesse, m'ait empêché de traiter toutes ces correspondances comme de simples variétés de l'homographie étudiée généralement.

J'ai défini deux figures homothétiques par leur propriété permanente et la plus apparente, savoir le parallélisme constant, soit direct, soit inverse, des segments (dirigés) qui unissent deux points quelconques de l'une, et leurs homologues dans l'autre. Une modification légère, avec introduction du rapport anharmonique, suffirait pour traiter la théorie des figures homologiques d'une manière aussi expéditive.

La considération des éléments *doubles* dans ces diverses correspondances, est un emprunt à la Géométrie supérieure, qui est légitimé par la facilité singulière conférée ainsi à quantité de démonstrations.

Je n'avais trouvé nulle part la démonstration, ni même l'affirmation, de l'existence d'un axe, centre ou plan de symétrie, pour une figure douée d'auto-égalité réciproque, directe ou inverse. L'utilité de ces théorèmes est manifeste dans ma digression finale sur les lignes brisées régulières (gauches ou planes). Je me suis laissé aller à cet épisode, parce qu'il réduit à très peu de mots l'analyse d'un déplacement

quelconque d'un corps solide, et encore pour commencer largement l'étude ultérieure des polygones réguliers. En outre, la considération de ces lignes confine aux propriétés de l'hélice, et intervient dans certaines questions de morphologie biologique.

XV.—Si, dans leur enchaînement, les propriétés des combinaisons de droites et de plans doivent être amorcées par des axiomes, celles des figures courbes n'en ont plus aucun besoin, et j'ai montré depuis longtemps que ce qu'il y a de *général* en elles, peut être établi par des moyens aussi précis et rigoureux que s'il s'agissait du théorème de Pythagore. Mais le caractère de *généralité* qui alors est imposé aussi à ces moyens, en place impérieusement la source dans la *théorie des fonctions*, combinée avec la représentation *uniforme* que les coordonnées rectilignes fournissent pour ces figures. A cause de cela, la recherche de démonstrations *élémentaires* demeurera toujours chimérique. Pour l'existence du plan tangent par exemple, on peut, trop facilement hélas ! faire croire aux élèves qu'on leur a donné une démonstration sérieuse ; elle est cependant condamnée *a priori*, par le fait seulement qu'elle serait impuissante à distinguer les points *ordinaires* des points *singuliers* où le plan tangent disparaît aussi souvent qu'il subsiste. Tout cela n'est en réalité qu'un village de carton bâti sur le sable, s'effondrant sous le moindre souffle des objections.

Bien loin d'instruire la jeunesse, de tels procédés ne sont propres qu'à retarder l'affermissement de son sens critique, à le fausser comme une monnaie de cuivre neuf donnée pour une pièce d'or. J'y ai donc absolument renoncé, me contentant de poser des définitions correctes, de formuler sur la tangente, sur les figures variables à considérer dans la mesure des figures courbes,..., des énoncés précis et susceptibles, à un niveau plus élevé, de démonstrations irréprochables. Il est certain que l'ensemble des raisonnements donnerait satisfaction plus complète à l'esprit, si l'on n'y trouvait pas de ces vides ; mais, pour les combler de matériaux *solides*, il faudrait des années, et, pour ceux qui ne sont pas appelés aux études supérieures, ce temps serait perdu

au détriment de connaissances autrement précieuses ; or, un bénéfice de nature purement esthétique ne compensera jamais une perte aussi dommageable à cet âge. En quoi d'ailleurs, l'ajournement, l'omission de ces démonstrations, pourraient-ils nuire à l'assimilation de ce qui s'appuie sur elles, puisque tant de raisonnements boîteux ne l'ont pas rendue impossible ?

La manière dont les correspondances homothétiques et autres ont été présentées permet d'y faire rentrer les figures courbes en très peu de mots.

Les surfaces cylindriques et coniques sont rapprochées de ces généralités, par ce qu'il y a d'indéfini aussi dans les spéculations pouvant être développées sur elles sans spécifications ; elles le sont même des figures non courbes, par le rôle dominant que la droite y joue et par la possibilité de leur développement sur un plan. A ces considérations s'est ajoutée leur importance extrême en Physique, en Astronomie, dans le Dessin, en Géométrie pure aussi, pour me déterminer à en placer l'étude avant celle du cercle. L'interversion de cet ordre de succession n'en demeure pas moins faisable sans aucune retouche.

XVI. — Les propriétés du cercle considéré dans son propre plan, sont assez importantes et étendues, relativement aux autres, pour mériter une dérogation au principe de la « fusion », qui est conforme à la tradition cette fois. Mon ordonnance générale m'a permis de les grouper en une monographie homogène et condensée, et je me suis appliqué à la faire aussi ressemblante que possible à celles de l'ellipse et autres coniques, pour rendre le passage plus facile par la conservation dans la forme, des analogies de fond. C'est ainsi que j'ai abandonné, pour des moyens mettant en jeu les seuls segments rectilignes, ceux tirés de l'égalité des angles inscrits dans un même segment circulaire, qui deviennent impuissants pour l'ellipse, etc. J'ai même subordonné aux premières considérations, la recherche du lieu connu sous le nom de « segment capable d'un angle donné ».

De la mesure des longueurs et surfaces circulaires, j'ai fait un chapitre spécial où j'ai rassemblé en un seul théorème

toutes les relations des angles situés dans le plan d'une circonférence, avec les arcs interceptés par ses côtés.

Les lieux circulaires dont la connaissance est la plus utile, sont étudiés successivement dans un autre chapitre où je me suis étendu sur l'inversion, moyen précieux dans de nombreuses questions impliquant des cercles (ou sphères), et sur la réduction d'une expression contenant linéairement les distances d'un point indéterminé à des droites fixes et les carrés de ses distances à des points fixes. Cette transformation, qui introduit naturellement en Géométrie la notion du centre de gravité de masses situées dans un même plan, et qui conduit à beaucoup de lieux particuliers, a une importance qui n'est pas sans se montrer ailleurs.

Dans l'étude du système de deux cercles, j'ai ramené la recherche de leurs points communs, à celle de l'intersection de l'un d'eux par leur axe radical. Cette marche qui n'a plus l'empirisme des traditions classiques, est conforme à la nature de la question et à sa portée dans la résolution des problèmes ; elle l'est encore à la méthode préférée dans la discussion générale des points communs à deux coniques, et ces diverses qualités m'empêchent de regretter les longueurs qui pourront choquer certains lecteurs.

A la construction géométrique des racines d'une équation du deuxième degré, j'ai donné une forme embrassant tous les cas, se prêtant à une discussion très facile, et n'ayant besoin que de simples particularisations pour se confondre, même extérieurement, avec la construction classique d'une moyenne proportionnelle ou d'une « moyenne et extrême raison ». C'est une bagatelle assurément, comme cent autres détails de mon livre ; mais elle économise un peu de temps, et surtout elle empêche de voir distinctes, des choses qui ne le sont pas.

Les polygones réguliers ne touchent guère au cercle que par des côtés historiques, savoir leur construction de date immémoriale par inscription dans un cercle donné, et surtout leur application, par les mains d'Archimède, au calcul du nombre π . Comme nulle en Géométrie pure, leur utilité mérite cependant leur mention habituelle, parce qu'elle est

appréciable en Cristallographie, dans quelques tracés industriels, ça et là encore, par exemple dans le graphique de la discussion de l'équation binôme. J'ai rattaché leur théorie générale à celle des lignes brisées régulières dans l'espace, et je lui ai donné quelques soins parce qu'il ne faut rien faire avec négligence. Pour le calcul de π par la duplication du nombre des côtés d'un polygone régulier, je me suis contenté de la méthode «des périmètres», et je crois l'avoir rendue un peu plus nette en faisant tout pivoter sur l'apothème du polygone variable. Ces calculs ne m'en semblent pas moins oiseux autant qu'ils sont pénibles et fastidieux : ils ne mettent en action aucune méthode digne d'un souvenir, ils mesurent en grimaçant et avec une rare avarice, des décimales que les procédés modernes prodiguent plus tard avec une grâce parfaite, ils trompent enfin en contribuant à laisser croire pendant un temps, que la duplication du nombre des côtés d'un polygone régulier est essentielle à la conception métrique des figures courbes. Je m'étonnerai donc toujours, que les habitudes classiques infligent à la jeunesse cet inutile supplice, en le raffinant trop souvent encore par la méthode «des isopérimètres» et autres variations du même goût.

XVII. — Autant que possible, j'ai appuyé la théorie de la sphère sur celle des surfaces de révolution, ceci étant justifié, même indiqué d'avance, par les facilités en résultant pour l'établissement de certaines propriétés de la sphère, et, plus encore, par la place que le caractère révolutif de cette surface occupe en Astronomie. J'ai songé enfin à l'importance capitale des surfaces de révolution en Cinématique appliquée, dans la taille de mille objets usuels, dans les arts du Dessin par conséquent, et j'ai trouvé à leur étude le droit d'être faite aussi complète que le niveau des Éléments le permet. Celle du cercle considéré maintenant dans l'espace, en est le préliminaire obligé; le cylindre et le cône droits y trouvent la place la plus convenable. En parlant de la sphère, je me suis encore appliqué, et ce pour les motifs allégués à propos du cercle, à suivre au plus près les allures propres à la monographie des surfaces de second ordre.

Tout ce qui concerne la mesure des *corps ronds* a été rejeté

dans un paragraphe où j'ai été aussi sobre que possible. D'abord, l'intérêt théorique de ces questions est médiocre; ensuite, j'ai tenu à prendre le contre-pied des traditions classiques égarant l'esprit sur des *aires* et des *volumes*, avant de l'avoir bien fixé sur les *propriétés générales* des *surfaces* qui les fournissent.

XVIII. — Cinq *Additions* sont consacrées à des questions ne rentrant pas essentiellement dans les *Eléments* réduits au nécessaire. Les deux premières contiennent des démonstrations un peu plus nettes pour les théorèmes de Menelaüs et de Ceva sur le triangle et le quadrilatère gauche, et la décomposition du déplacement général d'un corps solide en une translation et une rotation, opérée d'une manière extrêmement facile. A ce dernier propos, on y trouvera encore une propriété des *axes de figures* qui me paraît ne pas manquer d'intérêt. M. le colonel Mannheim a bien voulu fournir la matière de la troisième, par son théorème général sur le quadrilatère inscriptible, élargissant infiniment les théorèmes classiques en une seule proposition fort intéressante.

La quatrième contient une théorie élémentaire des coniques autres que le cercle; pour base, j'ai pris leur propriété commune fournie par l'existence d'une directrice, au lieu d'y entrer par celle des foyers qui place la parabole à part. Il ne m'a pas été difficile d'y insérer la propriété de l'ordonnée perpendiculaire à un axe: elle unit ces figures au cercle, ce dont elle tire une grande importance pour le tracé et la quadrature de l'ellipse; elle permet enfin une démonstration très facile, de celle d'être aussi des sections planes du cylindre et du cône. J'ai modelé de mon mieux cette exposition sur cel que certains élèves retrouveront en Géométrie analytique.

Dans la dernière, on trouvera quelques soins donnés à la théorie élémentaire de l'hélice.

L'adjonction d'exercices spéciaux sur mes premiers chapitres, leur fournit une illustration utile aux cours, qui leur manquerait autrement, et que les maîtres ont appréciée. Pour le surplus, cette précaution n'était pas indispensable, puisque le nécessaire se trouve partout avec surabondance. A ce pro-

pos, j'exprimerai le regret que trop de problèmes destinés aux élèves soient des charades à deviner, non des thèmes méthodiques dont le travail explique, enracine les connaissances enseignées, et développe *normalement* la faculté d'invention. La cause en est dans l'encombrement des cours par des matières oiseuses (futilités sur le triangle et sur le cercle, calcul de π par les polygones réguliers, triangles tournants,...), au détriment des théories fécondes qui s'y substitueraient si facilement. Ayant sous la main trop peu de matériaux utilisables, on est bien forcé, pour varier, d'en pousser les combinaisons au delà du point où l'on n'a plus que des rébus. Devient-on adroit de ses mains en s'exerçant à marcher sur elles? Sait-on l'Algèbre, par exemple, pour s'être épuisé dans les chinoiseries qu'on a fait pulluler sur le deuxième degré?

XIX. — J'ai attendu la fin de cet examen, pour signaler une amélioration générale, apportée aux démonstrations qui exigent la prise en considération de la disposition *topographique* relative des diverses parties d'une figure. Auparavant, il fallait se contenter d'appels décousus et presque toujours tacites, à l'évidence naissant de l'inspection du *tracé*. J'ai réussi à rattacher tous ces points de *Géométrie de position*, à quelques axiomes très simples sur les *demi-droites*, *demi-plans*, *demi-espaces*, d'où se tirent immédiatement des définitions maintenant très précises pour l'intérieur ou l'extérieur d'un segment rectiligne, d'une *bande*, d'un *mur*, des angles, etc. De cette manière, on *démontre* par exemple, qu'entre des points sur une droite et entre leurs projections sur une autre, les dispositions relatives sont identiques.

Dans le même ordre d'idées, j'ai pu ôter son caractère resté trop vague, à la conception de deux figures ayant égaux leurs longueurs (rectilignes), angles plans et dièdres, sans qu'elles soient superposables (cela dans le champ, soit d'une simple droite, soit d'un plan, soit de l'espace entier). Quand on descend aux applications, quand on veut par exemple définir l'allure dextrorsum ou sinistrorsum d'une hélice, il faut bien user de références à la structure d'objets universellement connus, tels que le corps humain; mais dans cette

théorie, j'ai évité les indications de cette nature (*à droite, à gauche, en haut, ...*), et j'ai appelé simplement *homotaxie*, la disposition relative permettant la superposition des figures en cas d'*isomérie, antitaxie*, celle qui la rend impossible. Ces vues m'ont procuré en particulier une démonstration qui manquait encore, pour la réciprocité *topographique*, existant, comme la réciprocité métrique, entre deux trièdres supplémentaires.

XX. — Au moment où j'écris ces lignes, mon ouvrage a l'honneur d'être enseigné, textuellement ou à fort peu près, dans une trentaine de cours d'écoles normales d'instituteurs et d'écoles primaires supérieures, même pour la première fois dans une classe de Baccalauréat scientifique. Je ne cacherai pas ma joie très vive, de voir unanime et de plus en plus accentuée chez tous les professeurs, chez leurs élèves eux-mêmes, me disent-ils, la satisfaction dont les marques me sont prodiguées depuis qu'après l'initiative hardie prise par M. Chancenotte en 1876, MM. Ch. Adam recteur, Brémont et Mironneau directeurs, Billiet professeur, ont inauguré ce nouvel enseignement à l'Ecole normale d'instituteurs d'Auxerre (1899 et 1900). Je n'en conclus pas que mon travail est sans défaut, qu'un plus habile ne saurait mieux faire. Je me sens seulement autorisé à croire que mes longs efforts n'auront pas été dépensés en pure perte, que les Eléments classiques ont bien fait leur temps comme je l'avais pensé, et que leurs remplaçants futurs se trouveront sur la voie où j'ai marché.

Je ne signerai pas ce long plaidoyer *pro domo mea*, avant d'avoir remercié mille fois la Rédaction de ce Recueil pour son hospitalité accordée avec une bonne grâce et une libéralité sans pareilles, avant d'avoir remercié particulièrement M. Laisant dont l'amitié m'est devenue bien précieuse, de son appui chaleureux, prêté ici même à mon œuvre écrasée alors sous le poids d'un dédain qu'un quart de siècle n'avait pas fléchi.

Charles MÉRAY (Dijon).