Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 6 (1904)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DÉFINITION PHYSIQUE DE LA FORCE 1
Autor: Hartmann
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-7571

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

DÉFINITION PHYSIQUE DE LA FORCE[1]

Note de la Rédaction. — Les idées contenues dans cet article méritent d'être examinées de près à la fois par les physiciens et les mathématiciens. Nous publierons dans un prochain numéro, éventuellement sous forme d'extraits ou de résumés, les notes ou lettres qui nous seraient adressées pour critiquer ou pour approuver la thèse de M. Hartmann.

Il est utile, à cette occasion, de rappeler que l'*Enseignement mathématique* ouvre largement ses colonnes à l'exposition de toutes les idées nouvelles, de toutes les doctrines, mais que la Rédaction ne saurait se solidariser avec les auteurs, dont la liberté est entière, et dont la responsabilité scientifique est seule engagée.

Quand le contact d'un corps nous fait éprouver une sensation de chaleur, nous considérons comme évident que l'antécédent immédiat de notre sensation réside dans le corps lui-même et consiste dans l'énergie thermique emmagasinée par lui.

Nous partons de la même conception pour l'étude des phénomènes lumineux, électriques, magnétiques. Qu'il s'agisse de l'un ou l'autre de ces phénomènes, nous en plaçons la cause à l'intérieur des corps, et quand nous observons en ceux-ci des propriétés nouvelles, nous les attribuons à des changements survenus dans l'état de la matière qui les constitue.

La Science du mouvement, seule, échappe à l'application de cette formule objective. Quand on nous demande ce qui se passe dans le mobile qui se meut sous nos yeux, nous répondons que ce n'est pas là de la Physique, et, négligeant la sensation que nous éprouvons en arrêtant ce mobile dans son trajet, nous le tenons pour physiquement identique à ce qu'il était dans la position de repos. Pour nous, s'il se déplace, c'est qu'il a subi l'action d'une cause extérieure, la force, préexistant au mouvement et indépendante de lui.

[1] Communication faite par M. le colonel HARTMANN au 2me Congrès international de Philosophie, tenu à Genève du 4 au 8 septembre 1904.

Dérogeant ainsi à la règle que nous nous imposons pour la chaleur, la lumière, l'électricité, le magnétisme, nous séparons la cause, qui est la force, de l'effet qui est le mouvement. Nous faisons de cette cause une sorte d'agent sans matérialité, et finalement nous donnons à la Mécanique, comme fondement, une conception toute idéale, analogue à celle qui consisterait à considérer la chaleur comme existant à part du corps chaud, la lumière comme sans relation avec le corps lumineux, l'électricité comme séparée du corps électrisé.

On comprend dès lors l'opinion émise à ce sujet par M. Poincaré :

« Quand on dit que la force est la cause du mouvement, on « fait de la métaphysique. »

L'objet de cette communication est de montrer que la Science du mouvement peut être traitée d'après les méthodes admises par les autres Sciences naturelles, en particulier pour la Science de la chaleur, et de faire connaître les résultats, assez inattendus pour quelques-uns, auxquels on se trouve ainsi conduit.

I. — Le mouvement des corps dû a une cause physique interne.

1. Je partirai de cette idée que, quand un corps se meut, il renferme en lui-même la cause de son mouvement, par suite d'une modification intervenue dans l'état correspondant à la position de repos.

Je désignerai par la dénomination d'*action* l'état physique spécial, cause du mouvement des corps.

Je dirai qu'un corps qui se déplace suivant une direction donnée contient de l'*action* suivant cette direction.

Cet état spécial est susceptible d'augmentation et de diminution : d'où la notion de la *quantité d'action*.

Chaque élément du corps possède une *quantité d'action* déterminée suivant la direction du déplacement à l'instant considéré, c'est-à-dire suivant la tangente à la trajectoire ; le

corps possède une *quantité d'action totale* égale à la somme des *quantités d'action élémentaires.*

2. Quand la quantité d'action d'un corps est maintenue constante, sa vitesse est également constante, et réciproquement. C'est un fait de même ordre que la constance du volume, quand la quantité de chaleur est constante.

La quantité d'action est donc fonction de la vitesse.

3. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans le détail des quelques propositions au moyen desquelles on établit les relations existant entre l'action, cause du mouvement, la masse et la vitesse. Aussi bien le temps me manquerait-il à cet effet.

Je dois me borner à dire que ces propositions se démontrent par l'expérience et qu'elles aboutissent aux deux théorèmes fondamentaux suivants :

1° A tout moment du mouvement d'un corps, la quantité d'action qu'il renferme suivant la tangente à la trajectoire est égale, en unités d'action, au produit de la masse par la vitesse.

2° Quand un corps reçoit simultanément de l'action suivant plusieurs directions, il acquiert une quantité d'action représentée en grandeur, direction et sens, par la résultante des quantités d'action composantes.

J'ajouterai que l'unité d'action choisie est la quantité d'action donnant dans le vide au décimètre cube d'eau distillée ayant la température du maximum de densité une vitesse égale à la valeur de l'accélération de la pesanteur à Paris, soit $9^{m},8088$ par seconde.

II. — Ce que représente, au point de vue physique, la force de la mécanique.

4. La cause du mouvement des corps, c'est-à-dire la véritable force, étant ainsi l'action qu'ils renferment, qu'est-ce que la *force de la mécanique?*

Envisageons la variation de l'action en fonction du temps.

Si le mouvement est rectiligne, du moment que, pour toute position du corps, la quantité d'action est égale au produit

de la masse par la vitesse, la dérivée de cette quantité d'action prise par rapport au temps est égale au produit de la masse par l'accélération, c'est-à-dire à la *force de la Mécanique*.

La *force de la Mécanique* est donc alors la *vitesse de variation de l'action* suivant la direction du déplacement.

Si le mouvement est curviligne on sait que la *force de la Mécanique* est dirigée suivant l'accélération totale et qu'elle est égale au produit de la masse par la valeur de cette accélération. On sait aussi que si le mouvement est rapporté à des coordonnées rectilignes, elle est la résultante des forces afférentes aux mouvements composants suivant les trois axes.

La force de la Mécanique est donc alors la résultante des vitesses de variation de l'action suivant les axes de coordonnées, c'est-à-dire qu'elle consiste dans la *vitesse de variation de l'action suivant l'accélération.*

L'énoncé général est donc le suivant :

La force de la Mécanique est la vitesse de variation de l'action suivant la direction de l'accélération totale.

C'est un facteur analogue à la vitesse de refroidissement ou de réchauffement des corps.

5. La cause du mouvement, en chaque point de la trajectoire, est la quantité d'action que le corps possède suivant la tangente. La valeur de cette quantité d'action est le produit de la masse par la vitesse, et sa dérivée prise par rapport au temps est la force tangentielle de la Mécanique.

La cause de la modification du mouvement en chaque point est la variation élémentaire de l'action suivant l'accélération totale, ou encore la différentielle de l'action introduite suivant cette direction.

La force de la Mécanique, qui n'est ni l'un ni l'autre de ces facteurs, n'est donc ni la cause du mouvement ni la cause de la modification du mouvement ; elle exprime seulement la vitesse avec laquelle la modification de l'action se produit suivant l'accélération.

La dénomination de force, donnée par la Mécanique à ce qui n'est en réalité que la vitesse de variation de la véritable force, est donc impropre.

III. — Le concept de l'action, base d'une Mécanique objective.

6. Puisque la relation existant entre la quantité d'action et la vitesse donne par une différentiation la relation existant entre la force de la Mécanique et l'accélération, on est en droit de prendre l'une ou l'autre de ces deux relations pour point de départ de la Science du mouvement.

7. Le système qui dérive du concept de l'action est éminemment rationnel, étant donné que la notion la plus immédiate est celle du fait physique, cause du mouvement.

Il est objectif, l'action représentant un phénomène dont le corps est réellement le siège et qu'on peut suivre expérimentalement dans ses variations.

Il simplifie les opérations de calcul; la vitesse s'introduisant à la place de l'accélération dans les équations différentielles du mouvement, celles-ci descendent du second ordre au premier, toutes les fois qu'on peut déterminer la loi suivant laquelle varie l'action.

Pour la même raison, les théorèmes sont moins complexes; le théorème de la quantité de mouvement projetée constitue une identité; il en est de même pour le théorème de la force vive; la quantité de mouvement et l'impulsion se confondent avec la quantité d'action.

Enfin, pas plus que pour la chaleur, on n'a besoin de recourir à des postulats initiaux, la relation fondamentale — à savoir la proportionnalité des quantités d'action aux vitesses — se déduisant de l'expérience. En particulier, l'inertie d'un corps en mouvement consiste dans ce fait évident qu'une quantité d'action maintenue constante donne lieu à une vitesse constante. La Physique n'invoque pas de principe d'inertie pour énoncer qu'un corps ne change pas de volume, quand la quantité de chaleur qu'il renferme conserve sa valeur.

Dans ces conditions, la Mécanique cesse d'être une Science déductive; elle devient, comme les autres Sciences naturelles,

une branche de la Physique, ou plutôt elle en est le premier chapitre.

IV. — Autres systèmes de mécanique, dérivés du concept de l'action.

8. D'après ce qui précède, la Mécanique classique, en partant de la vitesse de variation de l'action, improprement appelée force, est une filiale de la mécanique de l'action, analogue à ce que serait la Science de la chaleur, relativement à ce qu'elle est actuellement, si la Physique était partie de la vitesse de refroidissement des corps, et non de la chaleur qu'ils renferment.

Il est aisé de voir que du concept de l'action dérivent une infinité d'autres systèmes que l'on serait en droit d'adopter pour l'étude du mouvement tout aussi bien que celui de la vitesse de variation de l'action.

9. Tout d'abord, nous pourrions prendre pour point de départ, également sous la dénomination impropre de forces, au lieu de la vitesse de variation de l'action $\frac{dA}{dt}$, qui est, je le répète, la force de la Mécanique, l'accélération de la variation $\frac{d^2A}{dt^2}$, ou encore une suraccélération d'un ordre quelconque $\frac{d^nA}{dt^n}$. Nous en serions quittes pour poser au seuil des mécaniques correspondantes des postulats dont la formule générale serait la suivante :

Principe de l'inertie. Un corps qui n'est soumis à l'action d'aucune force ne peut avoir qu'un mouvement rectiligne dont l'équation est $\frac{d^n v}{dt^n} = 0$.

Principe de l'indépendance des effets des forces. Même énoncé que pour la force de la mécanique, étant entendu que l'effet correspondant au mouvement représenté par l'équation $\frac{d^n v}{dt^n} = 0$ est l'accélération d'ordre n.

Dans ces conditions, la relation fondamentale serait la

suivante : *La force est égale au produit de la masse par l'accélération d'ordre* $n + 1$.

10. En second lieu, à tous ces systèmes déduits de l'action envisagée dans ses variations en fonction du temps, viennent s'ajouter d'autres systèmes parallèles, obtenus en partant de l'action envisagée dans ses variations en fonction de l'espace parcouru.

Le premier de ces systèmes a pour base la dérivée de la quantité d'action prise par rapport au parcours, c'est-à-dire le nombre d'unités à raison duquel l'action varie *par mètre*. C'est ce qu'on peut appeler la *vitesse-espace* de variation de l'action, en attribuant dès lors à la précédente la dénomination de *vitesse-temps*, pour éviter toute ambiguité.

Il existe d'ailleurs entre ces deux facteurs une relation évidente : A tout instant, la vitesse-espace de variation de l'action est égale au quotient de la vitesse-temps F par la vitesse du corps, c'est-à-dire que sa valeur est $\frac{F}{v}$.

La vitesse-espace pourrait être prise comme base de la mécanique, comme la vitesse-temps, moyennant l'adoption de postulats ayant exactement le même énoncé qu'en partant de celle-ci. On arriverait alors à la relation suivante : *La force est égale au produit de la masse par l'accélération, divisé par la vitesse*, qui, avec la considération de l'accélération-espace $\frac{dv}{de}$ prendrait cette forme : la force est égale au produit de la masse par l'accélération (espace).

En outre, comme pour l'action fonction du temps, on a le moyen de constituer des systèmes de mécanique en adoptant comme point de départ l'accélération-espace de la variation $\frac{d^2A}{de^2}$ ou les suraccélérations-espace de divers ordre $\frac{d^nA}{de^n}$.

Le postulat de l'indépendance des effets des forces conserve encore dans ce cas son énoncé actuel ; celui de l'inertie ne diffère de l'énoncé relatif aux accélérations-temps que par l'équation du mouvement qui est $\frac{d^nv}{de^n} = 0$.

D'autre part, à tout moment, l'accélération-espace d'ordre n est égale au quotient de l'accélération-temps de même ordre par la puissance n^{me} de la vitesse.

11. D'une manière générale, la Mécanique peut recevoir comme point de départ :

1° L'action, cause physique du mouvement des corps, constituant la véritable force, et à laquelle j'aurais donné cette dénomination, si la Mécanique n'appelait ainsi la vitesse avec laquelle elle varie en fonction du temps. C'est le système fondamental, le seul logique et exempt de postulats.

2° Soit la dérivée de l'action prise par rapport au temps ou la vitesse-temps de variation de l'action.

Soit la dérivée de l'action prise par rapport à l'espace parcouru ou la vitesse-espace de variation de l'action.

3° Soit la dérivée seconde par rapport au temps, ou l'accélération-temps de variation de l'action.

Soit la dérivée seconde par rapport à l'espace parcouru ou l'accélération-espace de variation de l'action.

Etc., etc.

On est en présence d'une infinité de systèmes possibles, conduisant tous aux mêmes résultats définitifs, avec des complications plus ou moins grandes.

La Mécanique classique se trouve avoir adopté l'un des deux systèmes secondaires du second échelon, celui de la vitesse-temps de variation de l'action.

La recherche des causes qui ont déterminé ce choix constitue un problème des plus intéressants pour la Philosophie des sciences.

Une remarque essentielle, c'est que, quel que soit l'ordre du système de mécanique considéré, il jouit de cette propriété que ses postulats se trouvent vérifiés par la concordance de leurs conséquences avec les mouvements réels observés, et que les postulats de la vitesse-temps de variation de l'action, c'est-à-dire les principes de Képler et de Galilée, n'ont pas à cet égard de privilège particulier.

Une autre remarque importante, c'est que la force de la Mécanique n'est que l'un des facteurs conventionnels qui, sous la dénomination impropre de *forces*, peuvent être pris, en nombre illimité, comme base de la Science du mouvement, et qu'on n'est pas en droit, par suite, de la considérer comme un agent unique en son genre, et nécessaire.

V. — Défaut de sens, au point de vue physique, de la force vive et du travail de la mécanique classique.

12. Je n'ai pas eu à signaler jusqu'ici de désaccord entre la mécanique de l'action et la mécanique classique de la force ; et, en effet, il ne saurait en exister, au point de vue purement mathématique, puisque la seconde de ces mécaniques se déduit de la première par une différentiation de sa formule fondamentale.

J'ai à montrer maintenant que les deux systèmes divergent, au contraire, et sont incompatibles en ce qui concerne la définition des effets subis par les corps en mouvement.

13. Considérons d'abord le mouvement rectiligne. Quand le corps passe d'une position à une autre position, l'effet qu'il subit dans l'intervalle consiste dans la variation de sa quantité d'action. L'effet élémentaire en chaque point est la différentielle de la quantité d'action.

L'analogie est complète avec ce qui se passe quand le corps s'échauffe ou se refroidit ; l'effet produit entre deux instants successifs est la variation de la quantité de chaleur ; l'effet élémentaire est la différentielle de la quantité de chaleur.

La différentielle de la quantité d'action a indifféremment pour valeur, soit $F\,dt$, produit de la vitesse-temps de variation de l'action F par le temps élémentaire dt, soit $\frac{F}{v}\,de$, facteur produit de la vitesse-espace de variation de l'action par le parcours élémentaire de.

La concordance la plus absolue existerait donc entre la mécanique de l'action et la mécanique classique, si cette dernière avait défini l'effet des forces par le produit $F\,dt$, qui est la quantité d'action de Descartes, auquel j'ai emprunté cette dénomination, ou par le produit égal $\frac{F}{v}\,de$.

Mais il n'en est pas ainsi ; la Mécanique a adopté comme valeur du *travail élémentaire* le facteur $F\,de$, produit de la vitesse-temps de variation de l'action par le parcours élémentaire de.

Or, de toute évidence, du moment que la quantité d'action varie à raison de F unités par seconde, ou ce qui revient au même, à raison de $\frac{F}{v}$ unités par mètre, sa variation, pour le parcours de est égal à $\frac{F}{v}\,de$ et non à Fde.

La Mécanique en prenant néanmoins Fde pour valeur du travail à la place de $\frac{F}{v}\,de$ a considéré implicitement comme égales entre elles la vitesse-temps de variation de l'action F et la vitesse-espace $\frac{F}{v}$, tandis que ces deux facteurs, dont le rapport est égal à la vitesse, ne s'identifient que dans le mouvement uniforme, étant alors tous deux nuls.

En raison de l'erreur ainsi commise, le *travail élémentaire* de la Mécanique correspond, non à l'effet réel subi par le corps, qui est dA différentielle de la quantité d'action A, mais à cet effet multiplié par la vitesse au moment considéré, c'est-à-dire à vdA, qui est la différentielle du facteur $\frac{A^2}{2m}$.

Ce n'est pas un facteur physique effectif, le carré de la quantité d'action ne pouvant pas plus correspondre à une propriété réelle des corps que le carré de leur quantité de chaleur, et ne constituant dès lors qu'un nombre abstrait.

14. Quand le mouvement est curviligne, l'effet dynamique subi par le corps entre deux positions est représenté par la résultante géométrique des quantités d'actions en ces deux points. L'effet élémentaire, en chaque point, est représenté par la différentielle de la quantité d'action introduite suivant l'accélération totale.

La mécanique classique définit alors le travail élémentaire au moyen du produit de la force tangentielle A_t par le parcours élémentaire de ; elle substitue ainsi à l'effet réel l'expression vdA_t, c'est-à-dire la différentielle du facteur $\frac{A_t^2}{2m}$.

On aboutit encore à une abstraction, et ce résultat est dû aux deux causes suivantes :

1° En rapportant l'effet à la force tangentielle seule, la mécanique classique admet que l'action, cause de la modifi-

cation du mouvement, varie suivant la tangente, alors qu'en réalité, la variation se fait suivant l'accélération totale.

2° En évaluant l'effet produit par l'introduction de l'action suivant la tangente, elle admet, comme pour le mouvement rectiligne, qu'à tout instant la vitesse-temps et la vitesse-espace de variation de l'action sont égales entre elles.

Par suite, la mécanique n'est pas en droit d'attribuer à la force vive une signification physique; elle n'est pas en droit non plus de représenter par la différence de deux forces vives l'effet subi par le corps entre deux positions, qui est égal à la résultante de deux quantités d'action.

Toutes les déductions de la mécanique concernant la force vive, le travail et le potentiel, si elles présentent, au point de vue mathématique, une exactitude rigoureuse, sont, au point de vue physique, des abstractions qu'il y a lieu de remplacer par les réalités concrètes correspondantes.

VI. — Conservation de la quantité d'action.

15. Puisque la force vive ne correspond pas à l'effet réellement subi par les corps en mouvement, elle ne saurait représenter l'énergie cinétique de ces corps.

Quel est donc le facteur physique jouissant de cette propriété?

L'expérience montre que ce facteur n'est autre que la quantité d'action prise avec le signe de la vitesse.

Dans quelque condition que se trouvent les corps qu'on considère, ils appartiennent à un système animé d'un mouvement général, qu'à un instant donné on peut regarder comme un mouvement de translation de vitesse α, cette vitesse étant d'ailleurs considérable. C'est dire que ces corps, même quand ils sont en repos relatif dans le système dont ils font partie, renferment des quantités d'action, que j'appellerai *quantités d'action d'entraînement*.

Nos observations ne portent, bien entendu, que sur les quantités d'action relatives.

Quand une masse M_1 se meut suivant la même direction et dans le même sens que tout le système avec une vitesse relative v_1, sa quantité d'action subit une augmentation ; elle devient égale à la somme de la quantité d'action d'entraînement $M_1\alpha$, et de la quantité d'action afférente à la vitesse v_1 qui est M_1v_1. Sa valeur est donc $M_1(\alpha + v_1)$.

Quand cette même masse M_1 se meut avec la vitesse relative v_1 en sens inverse du mouvement général, sa quantité d'action subit une diminution et elle devient $M_1(\alpha - v_1)$.

Les quantités d'action relatives sont donc, soit une augmentation, soit une diminution de la quantité d'action d'entraînement, suivant qu'elles ont le sens du mouvement général ou le sens opposé.

Considérons maintenant deux corps M_1 et M_2 ayant respectivement des vitesses v_1 et v_2, soit dans le sens du mouvement général, soit en sens contraire. La quantité d'action totale du système est égale à $\Sigma M\alpha + M_1v_1 + M_2v_2$, les vitesses v_1 et v_2 étant prises avec leur signe.

Or, les expériences effectuées sur le choc des corps élastiques démontrent que la somme algébrique $M_1v_1 + M_2v_2$ est la même avant et après le choc.

La signification physique de ce résultat expérimental est que la quantité d'action totale du système conserve toujours la même valeur ; on peut dire aussi que la somme des quantités d'action relatives des corps M_1 et M_2 se conserve, quelles que soient leurs réactions mutuelles. On peut dire encore que chaque quantité d'action relative se conserve, en ce sens que si elle subit une diminution, à cette diminution correspond une augmentation égale pour d'autres corps, sous des formes diverses.

Si nous considérons une quantité d'action relative inclinée sur la direction de l'entraînement, nous pouvons lui substituer ses composantes suivant trois axes rectangulaires, dont l'un coïncide avec la direction de l'entraînement ; les quantités d'action composantes se conservant, il en est de même de la résultante qui est la quantité d'action du corps.

16. La somme $M_1v_1 + M_2v_2$ est ce que Leibniz appelle la *quantité de progrès* ; mais, d'après lui, ce n'est pas la conser-

vation de ce facteur qu'il faut admettre, en tant que conservation de quelque chose d'absolu:

« Or, il se trouve, dit-il, que le progrès total se conserve, « ou qu'il y a autant de progrès de même costé avant ou après « le choc. Mais il est visible encore que cette conservation ne « répond pas à celle qu'on demande de quelque chose d'ab- « solu, car il se peut que la vistesse, quantité de mouvement « et force des corps estant très considérables, leurs progrès « soit nuls. Cela arrive lorsque les deux corps opposés ont « leurs quantités de mouvement égales. En quel cas, selon le « sens que l'on vient de donner, il n'y a point de progrès « total du tout... »

Ces considérations perdent leur valeur, quand les quantités d'action relatives des corps sont envisagées comme des augmentations et des diminutions des quantités d'action d'entraînement. En particulier, dans l'exemple cité par Leibniz, les deux corps opposés ont avant le choc, des quantités d'action relatives égales et de signes contraires $+ M\upsilon$ et $- M\upsilon$; leurs quantités d'action effectives, dans le système considéré, sont $M(\alpha + \upsilon)$ et $M(\alpha - \upsilon)$. Après le choc, leurs quantités d'action relatives sont $- M\upsilon$ et $+ M\upsilon$; leurs quantités d'action effectives sont $M(\alpha - \upsilon)$ et $M(\alpha + \upsilon)$. Le premier corps a perdu la quantité d'action $2M\upsilon$, le second a gagné la quantité d'action $2M\upsilon$.

Par suite, 1° la quantité d'action totale qui est $2M\alpha$ s'est conservée;

2° Les quantités d'action relatives $+ M\upsilon$ et $- M\upsilon$ se sont conservées chacune, chaque corps ayant, après le choc, le mouvement qu'avait l'autre avant le choc.

3° Leur somme, qui est nulle, s'est conservée aussi, l'augmentation subie par l'un des corps étant égale à la diminution subie par l'autre.

Tout concourt donc pour montrer que, contrairement à l'opinion de Leibniz, la conservation absolue porte sur la quantité de mouvement prise avec le signe de la vitesse, qui est la quantité d'action relative, cause physique du mouvement du corps dans le système auquel il appartient.

17. Je rappellerai à ce sujet que l'unique point de départ

adopté par Leibniz pour soutenir la thèse de la conservation de la force vive contre ce qu'il appelle l'erreur mémorable de Descartes est la proposition suivante :

Il revient au même d'élever 1 livre à 4 pieds de hauteur et d'élever 4 livres à 1 pied de hauteur.

Ce que j'ai dit au sujet de l'effet réellement subi par les corps en mouvement montre que cette proposition est inexacte.

Quand un corps tombe en chute libre dans le vide, l'effet de la pesanteur, évalué à partir de l'origine du mouvement, est représenté par la quantité d'action Mv acquise par le corps, c'est-à-dire qu'il est proportionnel, non à la hauteur de chute, mais à la racine carrée de cette hauteur.

Inversement, si l'on veut faire remonter, en une fois, un corps pesant d'un niveau donné correspondant à la position de repos à un niveau supérieur, la quantité d'action qu'on doit lui fournir de bas en haut est proportionnelle, non à la hauteur de remontée, mais à la racine carrée de cette hauteur.

Il faudrait, par suite, une quantité d'action deux fois plus grande pour élever, sans relai, 4 livres à 1 pied de hauteur, que pour élever, également sans relai, 1 livre à 4 pieds.

Le postulatum de Leibniz n'est exact que si l'on considère des *mouvements uniformes*, comme on le fait dans les expériences relatives à la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur.

18. En résumé, j'ai eu pour objet d'établir les propositions suivantes :

1° La cause du mouvement réside dans les corps ; elle consiste dans un état physique spécial suivant la direction du déplacement. C'est la véritable force.

2° La *force de la mécanique classique* est la vitesse avec laquelle cet état physique se modifie suivant la direction de l'accélération totale ; elle n'est ni la cause du mouvement, ni la cause de la modification du mouvement.

3° En prenant pour point de départ le fait physique, cause du mouvement, on a le moyen de constituer une mécanique objective et expérimentale, branche de la Physique.

4° En prenant pour point de départ, soit la vitesse, soit l'accélération, soit l'accélération seconde, etc... suivant lesquelles la cause du mouvement varie par rapport au temps ou à l'espace parcouru, on peut constituer une infinité de systèmes de mécanique, dont l'un est la mécanique actuelle, mais moyennant le recours préalable à des postulats initiaux.

Si l'on donne à ces facteurs, ainsi pris comme points de départ, la dénomination purement conventionnelle de forces, il y a une infinité d'espèces de forces, et la *force de la mécanique* qui est l'une d'elles, apparaît comme n'ayant pas le caractère d'agent unique en son genre qui lui est actuellement attribué.

Les principes de Képler et Galilée ne sont qu'une application de principes plus généraux au cas particulier traité par la mécanique classique.

5° Pour définir l'effet des forces, la mécanique actuelle identifie implicitement les vitesses avec lesquelles la cause du mouvement varie, d'une part en fonction du temps, d'autre part en fonction de l'espace parcouru, alors que le premier de ces facteurs est le produit du second par la vitesse.

Elle se trouve ainsi substituer à l'effet réellement subi par le corps, qui est la variation de la cause physique du mouvement mdv, le produit de cet effet par la vitesse, soit $mvdv$, ou la différentielle de $\frac{mv^2}{2}$.

Comme conséquence de cette erreur, elle introduit dans ses développements la notion de la force vive et du travail, qui, tels qu'elle les définit, sont des abstractions ne répondant à rien de réel dans la nature.

6° Le facteur cinétique qu'il y a lieu de considérer dans la conservation de l'énergie n'est pas la force vive : ce facteur est la *quantité d'action*, produit de la masse des corps par leur vitesse prise avec son signe.

Lieut.-colonel HARTMANN (Paris).