

# SÉANCES DE SECTIONS

Autor(en): **Fehr, H.**

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **6 (1904)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

rales auxquelles M. SEGRE a consacré une série de beaux mémoires (vers 1890) et qu'il désigne sous le nom de *variétés hyperalgébriques*. Elles s'obtiennent en établissant des relations algébriques non plus entre les coordonnées complexes des éléments géométriques, mais entre les composantes réelles de ces coordonnées. Par exemple les *formes* dites d'HERMITE à variables complexes conjuguées représentent les éléments géométriques envisagés par Segre et peuvent être étudiées plus facilement par les méthodes géométriques.

Les variétés hyperalgébriques comprennent comme cas particulier celles qui sont formées par les éléments réels d'une variété algébrique donnée. L'étude des questions de réalité ou de forme n'est pas assez cultivée actuellement, il y a toutefois lieu de mentionner les importantes recherches de HILBERT, KLEIN, JUEL et d'autres. D'autre part il y a les travaux relatifs à l'*Analysis situs* et les recherches sur la forme des courbes intégrales des équations différentielles.

On a considéré récemment en géométrie une nouvelle espèce de *points* complexes (points bicomplexes, etc.); on a aussi employé avec avantage une nouvelle espèce de *nombres* complexes, par exemple les nombres  $a + b\varepsilon$ , où  $\varepsilon^2 = 0$ , comme le fait STUDY dans sa *Geometrie der Dynamen*.

Nous rappellerons également qu'on a aussi créé une nouvelle branche géométrique en *restreignant* le champ des points, par exemple en envisageant seulement les points aux *coordonnées entières* (MINKOWSKI, *Geometrie der Zahlen*), ou les points aux *coordonnées rationnelles* (POINCARÉ, *Journ. de Math.* 1901). Ces exemples, auxquels on pourrait en ajouter encore beaucoup d'autres, font ressortir les rapports de plus en plus étroits entre la Géométrie et l'Analyse, et nous sommes convaincus qu'ils rendront de grands services à l'une et à l'autre de ces sciences.

La conférence de M. WIRTINGER (Vienne) traite des *leçons de Riemann sur la série hypergéométrique*. Il s'agit de l'examen des méthodes contenues dans des leçons faites il y aura bientôt cinquante ans, mais qui sont d'une importance fondamentale dans certaines questions actuelles de la théorie des fonctions. M. Wirtinger passe en revue ces questions, puis il donne un aperçu des directions diverses dans lesquelles se sont développées les méthodes de Riemann.

## SÉANCES DE SECTIONS

### 1<sup>re</sup> section.<sup>1</sup> Arithmétique et Algèbre.

Les séances ont été présidées successivement par MM. KNESER, LUROTH, SELIWANOFF, NETTO.

<sup>1</sup> Le compte rendu de cette section a été rédigé d'après les notes de M. O. PRUD (Hambourg) H.F.

1. — M. GORDAN (Erlangen) parle de la résolution des équations du 6<sup>e</sup> degré. Il part du groupe ternaire de collinéation du 360<sup>e</sup> ordre établi par Valentiner et étudié également par Wiman. Ce dernier avait montré que ce groupe est holoédriquement isomorphe avec le groupe alterné à six éléments et, qu'après adjonction de la racine carrée du discriminant, il peut être envisagé comme groupe d'une équation générale du sixième degré. MM. VALENTINER (Copenhague) et WIMAN (Upsala) présentent quelques remarques au sujet de cette communication.

2. — M. KÖNIG (Budapest) a fait une communication des plus importantes; elle avait pour objet de *montrer que le continu ne peut être conçu comme un ensemble bien ordonné*. En raison de son grand intérêt elle avait attiré un nombre considérable de congressistes.

Il s'agit d'une affirmation de M. G. CANTOR et mentionnée par M. HILBERT dans ses *Problèmes mathématiques* au congrès de Paris<sup>1</sup>, en 1900. M. König montre que cette affirmation d'après laquelle on peut *mettre le continu sous la forme d'un ensemble bien ordonné*, ne peut être acceptée. Sa démonstration procède d'une manière indirecte. Elle suppose que le continu est équivalent à un ensemble bien ordonné et donne cette hypothèse sous forme d'une équation. En utilisant les propriétés de la théorie des ensembles, notamment un théorème établi par M. Bernstein, M. König montre qu'il y a contradiction. Sa communication est suivie d'une discussion à laquelle prennent part MM. G. Cantor, Hilbert et Schœnflies; il n'a d'ailleurs été soulevé que de simples remarques et non des objections contre la démonstration. M. Cantor s'est toutefois réservé un examen plus approfondi du problème.

3. — La communication de M. CAPELLI (Naples) est une *contribution à la théorie des nombres, et spécialement au théorème de Fermat*. Soient  $a$  et  $b$  deux nombres n'ayant aucun facteur commun et  $\varphi$  la fonction d'Euler; M. Capelli établit quelques propriétés relatives à

$$a^{\varphi(b)} \bmod b \quad \text{et} \quad b^{\varphi(a)} \bmod a \quad .$$

4. — HOCEVAR (Graz) examine la *détermination des facteurs linéaires d'une forme algébrique*; elle est suivie de quelques remarques faites par MM. Lüroth et Landsberg.

5. M. GULDBERG (Christiania) a établi pour les équations linéaires aux différences une théorie analogue à celle de MM. Picard et Vessiot pour les équations différentielles linéaires; il en a exposé les théorèmes fondamentaux relatifs à la théorie des groupes.

6. — M. MIXKOWSKI (Göttingue) a présenté une communication sur la *Géométrie des nombres* et concernant spécialement des pro-

<sup>1</sup> *Compte rendu du Congrès*, p. 70-71. — Le résumé de la conférence a été publié dans *L'Ens. math.*, 2<sup>e</sup> année, 1900, p. 349-355.

blèmes relatifs à des réseaux (Zahlengitter), tels que ceux qui se rencontrent dans la détermination des unités dans les corps algébriques. Cette communication était accompagnée de projections de figures empruntées principalement aux corps algébriques cubiques.

7. — Venait ensuite la conférence de M. HILBERT (Göttingue) *sur les fondements de l'Arithmétique*. Elle avait attiré un grand nombre de membres appartenant aux autres sections.

M. Hilbert remarque d'abord que tandis que les conceptions sur les fondements de la Géométrie ont pris une forme assez claire, il n'en est pas de même dans le domaine de l'Arithmétique, où règnent encore les tendances les plus diverses. Le conférencier fait un exposé critique de ces différents points de vue. KRONECKER envisage les nombres entiers comme base de l'Arithmétique (« Dieu a créé les nombres entiers, le reste est l'œuvre des hommes »). Hilbert le qualifie de *dogmaticien*, parce que d'une part il n'a approfondi pas assez, puisque la notion de nombre entier peut être ramenée à des éléments plus simples, ainsi que le montrent notamment les recherches de Dedekind; d'autre part, parce qu'il est impossible de partir des nombres entiers pour établir la théorie des ensembles et celle des nombres irrationnels. Le point de vue *empirique* de HELMHOLTZ laisse à désirer dès le début, parce que l'on ne peut arriver à la considération de l'infini par un dénombrement, CHRISTOFFEL serait un *opportuniste*, parce qu'il veut présenter les propriétés et théorèmes des nombres irrationnels dans une forme telle qu'ils semblent être ceux des nombres rationnels. FREGE serait un *logicien*; il cherche à établir les bases de l'Arithmétique en les soumettant à une logique aristotélicienne étroite, à tel point, ainsi qu'il l'avoue lui-même, que l'on arrive à des paradoxes qui sont en contradiction avec la théorie des ensembles. M. Hilbert ne peut accepter le point de vue adopté par DEDEKIND, malgré le grand mérite que celui-ci s'est acquis par son exposé des bases de l'Arithmétique; sa critique s'adresse surtout à la méthode adoptée par Dedekind pour introduire l'infini et qui lui ferait donner la qualification de *transcendantaliste*. Quant à sa propre conception des fondements de l'Arithmétique, elle pourrait être qualifiée *d'axiomatique*, parce qu'elle tend à réunir par un lien étroit et dans leur développement successif les principes logiques et les principes mathématiques; les premiers doivent être délivrés de l'étroitesse de l'ancienne logique. M. Hilbert fait ensuite un court exposé — malheureusement trop bref, en raison du temps limité accordé à chaque communication — de sa façon d'envisager les notions fondamentales de la Logique et les principes mathématiques. Cette importante communication a été suivie de remarques faites par MM. KÖNIG (Budapest) et G. CANTOR (Halle).

8. — M. VOROXOI (Varsovie) a fait une communication *sur une*

*propriété du discriminant des fonctions entières* qui n'était connue que pour les congruences quadratiques. Si une fonction entière à coefficients entiers à une variable et de degré  $n$  peut être décomposée en  $\nu$  facteurs irréductibles (mod.  $p$ ), son discriminant  $\Delta$  vérifie la relation  $\left(\frac{\Delta}{p}\right) \equiv (-1)^{n-\nu}$ , le premier membre représentant le symbole de Legendre,  $p$  étant un nombre premier, premier à  $\Delta$ .

9. — M. WIMAN (Upsala) a montré que les propriétés de la *théorie des groupes d'une équation métacyclique du 9<sup>e</sup> ordre* permet de donner une expression explicite des racines d'une pareille équation.

10. — M. LÆWY (Fribourg, Br.) a exposé ses recherches sur certains problèmes de réductibilité et d'irréductibilité dans la *théorie des groupes de substitutions linéaires et homogènes*, et il a montré les liens entre ces problèmes et la théorie des équations différentielles linéaires et homogènes.

11. — M. STEPHANOS (Athènes) a examiné une catégorie d'*équations fonctionnelles* dont il a obtenu les solutions les plus générales ; à citer, entre autres l'équation.

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \sum \varphi_i(x) \psi_i(y) (x - y)^{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

12. — Dans sa communication *On products in additive Fields*, M. E. B. WILSON (New-Haven), se plaçant au point de vue des théories de Gibbs, a donné une définition générale de la multiplication basée sur la loi distributive de Grassmann, puis il a étudié quelques cas spéciaux de multiplication. Elle a été suivie d'une discussion entre MM. JARNKE et WILSON.

13. — M. Eug. MÜLLER (Constance) a parlé des travaux laissés par E. SCHRÖDER et dont il a entrepris l'examen en vue de leur publication.

## 2<sup>e</sup> section. Analyse.

Les séances ont été successivement présidées par MM. HILBERT, SCHWARZ, MITTAG-LEFFLER, LINDELÖF, HADAMARD, LEVI-CIVITA.

1. — M. SCHLESINGER (Berlin) a parlé du *problème de Riemann* dans la théorie des équations différentielles et des travaux récents qui s'y rattachent.

2. — M. BOREL (Paris), continuant ses travaux dans la théorie des fonctions, a exposé ses recherches *sur l'approximation des fonctions continues par des polynomes*.

3. — M. HILBERT (Goettingue) a présenté une communication sur les équations intégrales.

4. — M. VORONÖI (Varsovie) a examiné le *développement, à l'aide des fonctions cylindriques, des sommes doubles*

$$\Sigma f(p m^2 + 2 q m n + r n^2), \text{ où } p m^2 + 2 q n + r m n^2$$

est une forme quadratique positive à coefficients entiers.

5. — M. R. FRICKE (Braunschweig) a fait une communication sur *l'existence des fonctions polymorphes* sur une surface de Riemann. Après avoir rappelé les travaux de Klein et de Poincaré, il a exposé ses propres recherches relatives aux théorèmes d'existence et dans lesquelles il établit ceux-ci sur des bases nouvelles.

6. — M. BOUTROUX (Paris) a présenté une communication *sur les fonctions entières d'ordre entier*.

7. — M. MITTAG-LEFFLER (Stockholm) a exposé ses récentes recherches *sur une classe de fonctions entières*.

8. — M. HADAMARD (Paris) a communiqué un important mémoire *sur les équations linéaires aux dérivées partielles*.

9. — M. CAPELLI (Naples) a fait une communication *sur les formules d'addition des fonctions theta*.

### 3<sup>me</sup> section. Géométrie.

Présidence : MM. v. BRILL, F. MEYER, SCHUR, ZEUTHEN, SEGRE, MORLEY, GUICHARD, GEISER.

1. — M. v. BRILL (Tubingue) donne un aperçu historique des *problèmes d'élimination* dans leurs rapports avec la Géométrie, notamment pour la période des cinquante dernières années.

2. — M. MACAULAY (Londres) : Intersection des courbes planes.

3. — M. GUICHARD (Clermont-Ferrand) : Sur les systèmes triples orthogonaux.

4. — M. STUDY (Bonn) : Plus courtes distances dans des domaines complexes.

5. — M. F. MEYER (Kœnigsberg) : Bases d'une théorie du tétraèdre.

6. — M. ROHN (Dresde) : Sur les courbes gauches algébriques.

7. — M. SCHEFFERS (Darmstadt) : Sur les courbes isogonales, les courbes équitangentielles et les nombres complexes.

8. — M. SCHÖNFLIES (Kœnigsberg) : Structure des ensembles parfaits.

9. — M. ZINDLER (Innsbruck) : Sur la géométrie différentielle dans la géométrie réglée.

10. — M. WILCZINSKI (Californie) : Théorie projective générale relative à des courbes gauches et des surfaces réglées.

11. — M. ANDRADE (Besançon) : Les mouvements des solides aux trajectoires sphériques.

12. — M. KNOBLAUCH (Berlin) : Formules fondamentales de la théorie des systèmes de rayons (Strahlensysteme).

13. — M. de LILIENTHAL (Münster) : Sur des courbes équidistantes.

14. — M. AUTONNE (Lyon) : Sur les substitutions crémoniennes dans l'espace à plusieurs dimensions.

15. — M. GENESE (Aberystwith) : Sur quelques théorèmes relatifs aux produits regressifs.

16. — M. STUDY (Bonn) : Sur le principe de la conservation du nombre.

Sont déposés en outre deux mémoires dont les auteurs n'ont pu se rendre au Congrès.

17. — M. CATREIRA (Lisbonne) : Note sur les rapports polygonaux.

18. — M. TICHOMANDRITZKY (Suida, St. Pétersbourg) : Sur la somme des angles d'un triangle plan.

#### 4<sup>me</sup> Section. **Mathématiques appliquées.**

Présidence : MM. HAUCK, KLEIN, RUNGE, VAN VLECK, VOLTERRA, HADAMARD, BÖRSCH, FINSTERWALDER.

I. — Dans son discours d'ouverture des travaux de la 4<sup>me</sup> section M. KLEIN parle *des problèmes des mathématiques appliquées* et les envisage tout particulièrement au point de vue de l'enseignement. Il estime que l'importance croissante des mathématiques dans le vaste domaine de l'activité humaine semble résulter en première ligne du développement si remarquable des mathématiques appliquées. Les représentants de celles-ci doivent porter tous leurs efforts là où l'occasion de développer l'influence des mathématiques dans un cercle plus large est la plus favorable. C'est donc sur *l'enseignement de la jeunesse* qu'ils doivent porter leur attention.

Ce point de vue a été développé par M. Klein dans une brochure<sup>1</sup> qu'il présente à la section et qui a pour titre : *Ueber eine zeitgemässe Umgestaltung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen* (sur une transformation, conforme aux besoins actuels, de l'enseignement mathématique dans les écoles secondaires supérieures). Le *but à atteindre* est le suivant : placer au centre de l'enseignement algébrique des classes supérieures les notions de la théorie des fonctions présentées sous leur forme géométrique et les notions élémentaires de calcul différentiel et intégral, en laissant de côté ou en diminuant dans les programmes actuels un certain nombre de chapitres d'importance moindre. M. Klein estime en effet que ce sont ces notions qui dominent de nos jours les divers domaines des mathématiques appliquées. Une pareille mesure pourrait paraître révolutionnaire, mais, en réalité, ainsi que le fait ressortir l'orateur, elle se trouve déjà appliquée dans une certaine mesure. Il suffirait de rappeler les considérations

<sup>1</sup> Cette brochure est le premier fascicule (82 pages) du volume dans lequel seront réunies les conférences sur l'enseignement des sciences mathématiques et physiques faites à Göttingue, à Pâques 1904, à l'occasion des cours de vacances pour maîtres de mathématiques et de physique des établissements secondaires supérieurs. Le volume actuellement sous presse contiendra les conférences de MM. BEHRENDSEN, E. BOSE, E. GÖTTING, F. KLEIN, E. RIECKE, F. SCHILLING, K. SCHWARZSCHILD, J. STARK. Il est destiné à servir de base à la discussion qui aura lieu le 22 septembre prochain, à Breslau, à l'occasion de la réunion des mathématiciens allemands participant au congrès annuel des naturalistes de l'Allemagne.

mathématiques dont on fait usage en Mécanique et en Physique et dont l'école ne peut se désintéresser.

2. — M. DELAUNAY (Varsovie) : Sur le problème des trois corps.

3. — M. LEVI-CIVITA (Padua) : Sur le problème des trois corps.

4. — M. WEINGARTEN (Fribourg, Br.) : Sur un cas du mouvement d'un liquide pesant.

5. — M. VOLTERRA (Rome) : Théorie des ondes.

6. — M. HADAMARD (Paris) : Equations aux dérivées partielles en Physique.

7. — M. SOMMERFELD (Aix-la-Chapelle) : Mécanique des électrons.

8. — M. GENESE (Aberystwyth) : Problèmes d'attraction.

9. — M. WEBER : Remarques sur la communication de M. Hadamard.

10. — M. ANDRADE (Besançon) : Recherches chronométriques.

11. — M. BÖRSCH (Potsdam) : Connaissance actuelle de la forme de la terre.

12. — M. FINSTERWALDER (Munich) : Levés photogrammétriques.

13. — M. PRANDTL (Hannovre) : Mouvement d'un liquide dans le cas d'un frottement très faible.

14. — M. KEMPE (Rotterdam) : Sur un mécanisme articulé.

15. — M. RUNGE (Hannovre) : La machine à calculer de Leibniz.

16, 17, 18. — MM. DISTEL, SCHILLING, WIENER : Communications et démonstrations, faites à l'Exposition, sur les modèles et appareils exposés.

#### 5<sup>me</sup> section. Histoire des mathématiques.

Présidence : MM. MOR, CANTOR, STECKEL, ZEUTHEN, P. TANNERY, v. BRAUNMÜHL, LORIA.

1. — M. MOR, CANTOR : Introduction à l'Histoire des mathématiques.

2. — M. P. TANNERY (Paris) : Résumé de la correspondance de Florimond, Debeaune et Descartes.

2. — M. DICKSTEIN (Varsovie) : Wronski comme mathématicien.

4. — M. MAX SIMON (Strasbourg) : Sur la mathématique des Egyptiens.

5. — M. ZEUTHEN (Copenhague) : Sur l'usage et l'abus des dénominations historiques en mathématiques.

6. — M. SCHLESINGER (Klausenburg) : Rapport sur la publication des *œuvres de Fuchs* ; présentation du premier volume.

7. — M. ENESTRÖM (Stockholm) : Quelle place convient-il d'accorder à l'Histoire dans une encyclopédie des sciences mathématiques ?

8. — M. SUTER (Zurich) : Contribution à l'Histoire des mathématiques chez les Hindous et les Arabes.



9. — M. G. LORIA (Gènes) : Sur l'Histoire de la Géométrie analytique.

10. — M. G. VALLATI (Côme) : Sur la signification de la différence entre axiomes et postulats dans la Géométrie grecque.

Il y a lieu de signaler en outre *les vœux* qui ont été *présentés à la section d'Histoire* et dont nous avons déjà parlé en rendant compte des séances générales.

Le premier recommande la création de *chaires universitaires d'Histoire des sciences mathématiques* et l'introduction de notions d'Histoire des sciences dans l'enseignement secondaire supérieur. Il a déjà été adopté, pour l'Histoire des sciences d'une manière générale, à Rome, au Congrès d'Histoire en 1903<sup>1</sup>.

Le vœu concernant la *publication d'une édition des œuvres complètes d'Euler* avait certainement été exprimé individuellement depuis longtemps par un grand nombre de mathématiciens. Grâce à l'initiative de MM. MORLEY (Baltimore) et VASSILIEF (Kasan) la question a été soumise d'abord à la section d'Histoire, puis au 3<sup>me</sup> Congrès réuni en assemblée générale où elle a d'ailleurs trouvé un appui unanime.

M. Morley a d'abord fait part à la section d'Histoire des démarches qui se font auprès de la *Carnegie Institution* en faveur de la publication des œuvres d'Euler. Les arguments en faveur de cette publication ont été développés ensuite par M. Vassilief dans un discours dont nous reproduisons ici les principaux passages. « Il est en effet désirable, dit-il, qu'à côté des grandes éditions des œuvres complètes de Lagrange, de Gauss, de Laplace, de Cauchy et de Cayley, on ait une édition des œuvres d'Euler. Sa publication aurait, encore de nos jours, une influence féconde sur les progrès des sciences mathématiques. Euler est précisément le plus grand représentant de « l'époque la plus glorieuse et la plus féconde de l'Histoire des Mathématiques, l'époque où il semble vraiment qu'elles soient la clef de l'Univers, » l'époque des successeurs de Newton et de Leibniz, comme le faisait ressortir M. Painlevé dans sa brillante conférence. C'est dans les ouvrages d'Euler qu'on peut le mieux étudier et suivre l'Analyse se développant sur la profonde influence des problèmes réels. Non seulement la méthode y est importante; mais on y trouvera, ainsi qu'il serait facile de le montrer à l'aide de quelques exemples, une quantité de résultats d'une haute importance scientifique qui sont maintenant oubliés et qui sont de temps en temps retrouvés. Les recherches d'Euler sur la croissance des fonctions et sur les séries divergentes ont le plus grand rapport avec les théories les plus intéressantes de l'Analyse moderne. »

« Le comité américain a donc été bien inspiré en proposant à la *Carnegie Institution*, ainsi que vient de nous le communiquer

<sup>1</sup> Voir *L'Ens. math.*, 5<sup>e</sup> année, 1903, p. 378.

M. Morley, de prendre l'initiative de cette publication et il me semble que notre Congrès ne saurait rester indifférent à cette importante question. C'est pour ces motifs que j'ai l'honneur de vous proposer de soumettre à l'approbation de l'assemblée générale du Congrès le vœu suivant » :

« Le 3<sup>me</sup> Congrès international des mathématiciens, estimant que l'édition complète des œuvres d'Euler a une haute importance scientifique, appuie la proposition faite à la « Carnegie Institution » par le Comité mathématique constitué sous la présidence de M. MOORE et émet le vœu de sa réalisation prochaine. Estimant d'autre part que le succès de cette édition exige le concours de plusieurs savants appartenant à divers pays et dont la réunion en vue de l'élaboration du plan de la publication pourrait avoir lieu pendant le prochain Congrès, le 3<sup>me</sup> Congrès prie la Commission d'organisation du Congrès suivant de lui présenter un rapport sur l'état de la question et sur les mesures qu'aurait à prendre le Congrès afin de contribuer pour sa part à la réussite de cette importante entreprise scientifique. »

Quant au 3<sup>me</sup> vœu adopté par la Section d'Histoire, puis par le Congrès, et demandant la création d'une association des savants s'occupant d'Histoire des mathématiques, il avait été présenté par M. FELDHAUS; sur la demande de M. LAMPE, la question figurera à l'ordre du jour du prochain congrès.

#### 6<sup>me</sup> section. Enseignement mathématique.

Présidence : Les séances ont été présidées successivement par MM. SCHUBERT, LAMPE, GREENHILL, FEHR, SCHOTTEN, GÜBLER.

Diverses brochures ont été adressées et signalées à la 6<sup>me</sup> section. Ce sont : 1<sup>o</sup> le mémoire de M. KLEIN, *Ueber eine zeitgemässe Umgestaltung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen*, dont il a déjà été question plus haut (voir 4<sup>me</sup> section). — 2. SCHUBERT : *Elementare Berechnung der Logarithmen*. — 3. BUFFA : *Primo Studio della Geometria Piana*. — 4. GREENHILL : *Exercises in Practical Mathematics*. — 5. VERONESE : *La Laguna di Venezia*. — C. A. LAISANT et H. FEHR : *L'Enseignement mathématique*, 6<sup>me</sup> année, n<sup>o</sup> 4.

Sur la proposition de MM. KLEIN, STÄCKEL et SCHUBERT la 6<sup>me</sup> section a décidé de soumettre à l'approbation du congrès un « vœu en faveur de l'obtention, dans tous les pays, des moyens indispensables à l'avancement de l'Enseignement mathématique dans sa conception moderne, création de chaires nouvelles, bibliothèques suffisamment fournies, salles de dessin et de travaux pratiques, collection de modèles, etc. »

Chacun reconnaît aujourd'hui, qu'en raison de l'importance toujours croissante que prennent les mathématiques dans un

grand nombre de domaines, il est indispensable que leur enseignement soit approprié aux besoins actuels. On est donc en droit d'espérer que les gouvernements et autorités scolaires voudront bien prendre en considération ces utiles indications que leur adresse, modestement sous forme de vœu, le 3<sup>me</sup> Congrès international des mathématiciens.

La 6<sup>me</sup> section a en outre été appelée à examiner la résolution suivante, présentée par M. SCHOTTEX (Halle) et qui a été adoptée à l'unanimité.

« La section d'Enseignement du 3<sup>me</sup> Congrès international des mathématiciens estime

1<sup>o</sup> que *l'enseignement de la Géométrie descriptive* doit être rendu obligatoire dans les établissements réaux; que son introduction comme branche facultative dans les gymnases est désirable;

2<sup>o</sup> que, dans tous les cas, cet enseignement doit être donné par les maîtres de mathématiques, et dans la règle, dans une même classe, les diverses branches mathématiques devraient être enseignées par le même maître.

Les communications présentées à la 6<sup>me</sup> section sont au nombre de quatorze.

1. — Dans un travail intitulé *Teaching of Mechanics by familiar applications on a large scale*, M. GREENHILL (Londres) expose ses vues sur le premier enseignement de la Mécanique. Il insiste tout particulièrement sur le rôle que doit jouer l'expérience et l'observation ainsi que sur le parti que l'on peut tirer des travaux pratiques de laboratoires combinés avec l'exposé du professeur; la théorie doit toujours être précédée d'exercices convenablement choisis.

2. — M. GUTZMER (Jena) examine les *efforts que fait actuellement l'enseignement mathématique dans les universités allemandes en faveur des applications*. Il rappelle d'abord comment ont pris naissance les besoins d'une réforme de l'enseignement, notamment de l'enseignement mathématique, puis il passe à l'examen des thèses établies par M. STÄCKEL dans son article sur les mathématiques appliquées et la physique aux universités allemandes (*Jahresbericht*, XIII, 1904, n<sup>o</sup> 6). M. Gutzmer se déclare favorable à ces thèses, toutefois il demande que la géométrie descriptive soit rendue obligatoire pour tous les étudiants en mathématiques. Il estime en outre que dans l'enseignement des mathématiques appliquées on doit tenir compte de la mécanique technique, afin que les étudiants soient initiés aux problèmes et dénominations de la technique scientifique. Dans ces conditions il serait possible de préparer avec succès les mathématiciens destinés aux écoles techniques moyennes.

D'autre part, il est désirable que les mathématiques appliquées et la physique technique soient également admises parmi les

branches d'examen du doctorat, dans le sens des propositions formulées à Göttingen et à Jena.

Passant ensuite à la formation des candidats à l'enseignement, le conférencier insiste sur ce que l'Université ne peut donner que la préparation scientifique, y compris la pédagogie scientifique. Les directions pédagogiques d'un caractère pratique ne doivent être données aux futurs maîtres qu'au début de leur stage et par leurs collègues plus âgés. Les maîtres des collèges et gymnases auraient la belle mission de prendre une part directe à la formation de leurs successeurs et de leur donner les dernières instructions et recommandations.

M. Gutzmer fait ensuite circuler quelques vues photographiques du nouvel Institut de physique technique de l'Université construit par la fondation Carl Zeiss.

3. — M. G. LORIA (Gènes) parle de *l'enseignement des mathématiques en Italie*. Il débute en faisant remarquer que les traditions géométriques de l'Italie sont franchement euclidiennes; toutefois, sous les différents gouvernements qui se succédèrent dans la péninsule, elles s'étaient affaiblies, tout au moins partiellement. C'est alors que Cremona se proposa et réussit à ramener l'enseignement sur la bonne voie en suggérant au gouvernement italien d'imposer, dans les écoles classiques, le retour aux sources pures de la Géométrie grecque. Cette disposition fut adoucie au bout de quelques années lorsqu'on se borna à demander que l'enseignement soit donné suivant la *méthode*, mais *non pas sur le texte* même d'Euclide. Ce mouvement donna lieu à une série de bons traités modernes tels que ceux de SAUNIA et d'OVIDIO et FAIFOFER; en outre d'éminents savants, tels que de PAOLIS, VERONESE, ENRIQUES et AMALDI portent leur attention sur les principes de la Géométrie. Les résultats qu'ils obtinrent, les discussions soulevées par leurs propositions, les essais que firent leurs élèves pour en tirer parti dans l'enseignement, animèrent le corps des professeurs d'une vie tout à fait nouvelle. On en trouve une preuve éclatante dans l'association « Mathesis » groupant les professeurs des écoles moyennes d'Italie et ayant pour but de « tirer parti des progrès de la science en faveur de l'École ». M. Loria examine ensuite deux questions importantes qui ont fait l'objet de discussions dans cette association et dont voici les énoncés :

1° Est-il didactiquement utile d'abandonner la marche euclidienne et de traiter conjointement la Géométrie du plan et celle de l'espace; — 2° Existe-t-il quelque moyen permettant d'augmenter le profit que doit tirer l'étudiant de l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes?

M. Loria a enfin parlé des établissements d'instruction (*scuole tecniche et istituti tecnici*) qui correspondent à peu près aux *lateinlosen Realschulen* allemandes et à l'enseignement moderne en

France, et il a présenté quelques remarques sur leur plan d'études et leurs programmes actuels, ainsi que sur les changements qu'on devra y apporter tôt ou tard. Cette communication fera d'ailleurs l'objet d'un article destiné à l'un de nos prochains numéros.

4. — M. FEHR (Genève) présente, au nom de la Rédaction de *L'Enseignement mathématique*, le questionnaire de l'*Enquête sur la méthode de travail des mathématiciens*. Il expose le but de cette enquête et insiste sur l'intérêt scientifique qu'il y a de connaître l'avis des mathématiciens sur la méthode de travail, puis il rappelle que c'est à la suite d'une proposition de M. Ed. MAILLET que la *Rédaction* a examiné le projet d'une pareille enquête. Après avoir donné un aperçu sommaire du questionnaire, il termine en exprimant l'espoir que les résultats soient assez nombreux et assez complets pour fournir d'utiles contributions à la pédagogie des mathématiques. Il faut entendre par là, il n'est guère besoin d'insister, la pédagogie scientifique ou expérimentale, telle qu'elle résulte des progrès récents de la psychologie expérimentale et qui se distingue de l'ancienne pédagogie en ce qu'elle est faite, non pas d'idées préconçues, mais de résultats basés sur l'observation et sur l'expérience.

5. — M. STECKEL (Kiel) parle de la nécessité qu'il y a d'*introduire à l'Université des cours de mathématiques élémentaires*. Il estime que tandis que la partie pratique et pédagogique des candidats à l'enseignement ne doit pas être fournie par l'Université, il est cependant désirable de faire disparaître l'abîme qui existe actuellement entre l'enseignement des établissements secondaires supérieurs et celui de l'Université. Outre les cours de vacances et d'instruction auxquels l'Université est appelée à participer, celle-ci doit, dans son plan d'études des candidats à l'enseignement : 1<sup>o</sup> accorder une part très large aux applications ; 2<sup>o</sup> introduire un cours dans lequel les mathématiques élémentaires sont envisagées à un point de vue plus élevé qu'on ne peut le faire dans les écoles moyennes. Un pareil cours présenterait des avantages multiples : il permettrait d'approfondir les éléments et de montrer qu'ils ne forment pas quelque chose de fini et qu'il n'y a pas de limite entre les mathématiques élémentaires et les mathématiques supérieures. Au surplus il constituerait un précieux appui à la préparation pédagogique des candidats, et permettrait de maintenir chez les maîtres de mathématiques le contact avec la science. Dans ce cours on envisagerait non seulement la partie spécifique des mathématiques, mais aussi le développement historique et le côté bibliographique. Il devrait être placé à la fin des études universitaires afin de pouvoir utiliser des connaissances mathématiques très étendues.

La communication a été suivie de quelques remarques de M. KRAUSE (Dresde).

6. — M. FRICKE (Braunschweig) expose ses vues sur *l'enseigne-*

*ment mathématique aux hautes écoles techniques allemandes.* Il rappelle d'abord les questions qui, depuis une dizaine d'années, font l'objet de discussions entre les professeurs de mathématiques et ceux des branches techniques des dites écoles. Il s'élève ensuite contre la proposition de M. Klein demandant l'introduction des éléments de calcul différentiel et intégral dans les programmes des établissements secondaires supérieurs. Puis examinant la question de la préparation des candidats à l'enseignement technique, il parle en faveur de la préparation, par les Hautes Ecoles techniques, des maîtres enseignant les branches mathématiques et techniques dans les gymnases, écoles réales, écoles techniques moyennes ou supérieures.

Ont pris part à la discussion : MM. GUTZMER (Jena), STECKEL (Kiel), KRAUSE (Dresde), CZUBER (Vienne), DZIWIŃSKI (Lemberg), SCHOTTEN (Halle), BLOCH (Strassbourg), LAMPE (Berlin), FLATT (Bâle). Et il ressort des renseignements qui ont été apportés que, tandis que certaines Hautes Ecoles techniques fournissent une excellente préparation mathématique, il en existe encore d'autres où l'on semble n'avoir pas encore reconnu le rôle utile et fondamental que jouent les mathématiques dans les domaines les plus divers et par conséquent la nécessité de donner aux ingénieurs une forte culture mathématique appropriée au but de leurs études.

7. — M. J. ANDRADE : L'Enseignement scientifique aux écoles professionnelles et les *Mathématiques de l'ingénieur*. Cette locution « Les Mathématiques de l'ingénieur » se rencontre dans les programmes de diverses universités ; elle y désigne habituellement un enseignement destiné aux jeunes gens qui s'initient aux sciences physiques et parfois même à une seule branche industrielle de la Physique, pour autant du moins que la chose est possible.

Les mathématiques ainsi enseignées, en vue d'aspérer une intelligence *suffisante* des lois physiques, voilà habituellement ce qu'on appelle : les Mathématiques de l'ingénieur. En France, elles s'adressent toujours sinon à des anciens élèves de « Mathématiques spéciales, du moins à des anciens élèves élémentaires ».

Sauf un réalisme particulier dans l'exposition et quelques simplifications dans la marche même de l'enseignement, sauf aussi un certain tact pédagogique particulier cet enseignement ne constitue pas une variété pédagogique réellement nouvelle.

Tout au contraire, ce que M. Andrade appelle ici les Mathématiques de l'ingénieur désigne une œuvre pédagogique réellement neuve née de besoins nouveaux que l'auteur nous a fait connaître.

Chargé d'organiser à l'université de Besançon l'enseignement de la Chronométrie, l'auteur constata bientôt que les prévisions des promoteurs de cet enseignement ne se réalisaient pas complètement.

A côté de l'enseignement théorique, l'université installait des travaux pratiques de réglage ; mais les étudiants horlogers sauf une exception, ne furent pas comme on le prévoyait des fils d'industriels, ou suivant l'expression de l'auteur des étudiants patrons ; les étudiants horlogers sont jusqu'à présent des étudiants ouvriers, manquant des connaissances mathématiques les plus élémentaires et les plus indispensables à l'intelligence du réglage, mais désireux de les comprendre et ayant sur les écoliers l'avantage d'une réelle intuition de la Mécanique.

Avec un peu de géométrie on peut facilement les rendre maîtres de la statique des matériaux, mais est-il possible, dans les délicats problèmes de l'horlogerie, de leur éviter l'assimilation de la dynamique ? Pas de Mécanique analytique bien entendu, et pourtant !

Si l'image mécanique peut faire immédiatement la théorie du mouvement pendulaire comment éviter le calcul dans l'évaluation des perturbations ?

M. Andrade affirme cependant que la chose est possible pour établir les points essentiels de la théorie du réglage.

Et, à vrai dire, l'auteur nous donne confiance dans ses méthodes pédagogiques par un exemple où triomphe sans conteste la méthode d'exposition synthétique ; nous voulons parler de la théorie des phénomènes de synchronisation que M. Andrade, s'inspirant de Cornu en le complétant, a réduite à un problème de géométrie tout à fait élémentaire.

M. Andrade nous a encore fait part d'observations pédagogiques intéressantes, de celle-ci entre autres :

La plus grande difficulté d'exposition qu'il a eue à surmonter dans cet enseignement nouveau, ne consiste pas, dit-il, dans l'assimilation des conceptions relatives aux infiniment petits et à la méthode des limites mais dans la terreur que les transformations algébriques les plus simples inspirent à ses intéressants élèves.

Résoudre deux équations du 1<sup>er</sup> degré est cent fois plus difficile pour eux que de comprendre à fond le phénomène de la synchronisation.

Enfin, pour conclure, l'auteur signale l'importance de ces Mathématiques de l'ingénieur qui commencent à la géométrie de l'enfant et qui, bien loin de se réduire à une simple amputation de l'enseignement secondaire finiront un jour ou l'autre par réagir sur « les méthodes pédagogiques imposées à nos enfants. »

8. — M. H. SCHOTTEN (Halle) parle de *l'enseignement mathématique dans les établissements secondaires supérieurs de l'Allemagne* et plus spécialement dans ceux de la Prusse. Sans contester en aucune façon la valeur formelle de cette enseignement, il voudrait que le côté matériel soit davantage pris en considération. Il insiste sur la différence qu'il y a entre les problèmes qui sont des exercices et ceux qui sont destinés aux applications. Mais dans une réforme de l'enseignement il faudrait envisager celui-ci dans son

ensemble et non pas seulement les sciences mathématiques ou les sciences naturelles. Des vœux ont été émis de divers côtés, notamment de la part des hygiénistes, et il semble que l'on se propose un nouvel idéal d'éducation.

M. Schotten demande que dans la délimitation des plans d'études on évite toute surcharge; lorsqu'il s'agit de nourriture intellectuelle, la faim est préférable au rassasiement. Comme d'ailleurs tous les autres enseignements, celui des mathématiques doit tendre à développer chez les élèves l'intérêt et le plaisir de la réflexion et du travail personnels.

9. — M. MAX SIMON (Strasbourg) présente quelques remarques :

1<sup>o</sup> Sur le mode d'introduction des *nombres complexes* dans l'enseignement des gymnases; elles donnent lieu à des observations et critiques de MM. SCHOTTEN, SCHUBERT, ULLRICH, THIEME, WIELEITNER, BLOCH et LAMPE;

2<sup>o</sup> Sur l'enseignement de la *Trigonométrie sphérique*; elles soulèvent quelques observations de M. BLOCH.

10. — M. THIEME (Posen) examine l'influence qu'exercent les *nouveaux résultats scientifiques sur l'enseignement des Mathématiques élémentaires*. Il distingue trois directions dans les recherches qui sont à envisager à cet effet. En premier lieu, la science a étudié les éléments au point de vue de leur fondement logique, puis, en seconde ligne, un certain nombre de recherches récentes se rattachent intimement aux éléments et contribuent à une étude plus approfondie de ceux-ci et de leurs rapports avec les autres branches; enfin il y a lieu de tenir compte que certaines parties des mathématiques élémentaires, par exemple la Géométrie du triangle, ont reçu d'importantes contributions.

Si l'on se demande, d'autre part, dans quelle mesure l'enseignement élémentaire peut tenir compte des progrès réalisés, on doit tenir compte d'une série de conditions: du temps disponible, de la compréhension des élèves, de l'état actuel de l'enseignement et de la mesure dans laquelle les progrès réalisés par la science ont pénétré dans les milieux du corps enseignant des établissements secondaires supérieurs.

Toutefois un grand nombre de transformations, pourtant désirables au point de vue scientifique, ne peuvent avoir lieu parce que les conditions ci-dessus ne sont pas remplies. La plupart des élèves ne possèdent pas la maturité d'esprit voulue. Il y a pourtant un certain nombre de points où l'on peut tenir compte, plus qu'on ne l'a fait jusqu'ici, de l'état actuel de la science. Au début de l'enseignement on nè doit pas présenter les mathématiques dans un enchaînement logique rigoureux; il faut avoir recours à l'intuition. Mais celle-ci n'est applicable que dans certaines limites. Dans les classes supérieures on peut introduire peu à peu plus de rigueur et insister sur le développement logique.



Se plaçant à ce point de vue M. Thieme jette un coup d'œil sur l'enseignement des mathématiques élémentaires tel qu'il se donne actuellement en Allemagne. Il se déclare favorable à une modification des programmes en faveur de l'introduction de notions de Calcul différentiel et intégral. Après avoir présenté une série de remarques concernant les plans d'études d'Arithmétique, d'Algèbre et de Géométrie, il cite à l'appui de sa thèse l'ARITHMETIK de STOLZ et GMEINER, l'*Encyclopädie der Elementar-Mathematik* de WEBER et WELLSTEIN, les *Vorlesungen über neuere Geometrie* de PASCH, les *Grundlagen der Geometrie* de HILBERT, les *Elementi di Geometria* de VERONESE et les *Elementi di Geometria* d'INGRAM<sup>1</sup>.

11. — M. SOUREK (Sofia) donne un aperçu de *l'état actuel de l'Enseignement mathématique en Bulgarie*. Nul il y a une trentaine d'années cet enseignement s'est développé d'une façon très rapide et se présente actuellement sous un aspect des plus satisfaisants. Ayant tout à créer, et grâce à des hommes compétents et bien informés, la Bulgarie a su établir ses écoles en s'inspirant des besoins actuels.

La communication de M. Sourek rentre directement dans le cadre des études que publie cette *Revue* sur l'enseignement des mathématiques dans les divers pays; elle sera reproduite *in extenso* dans l'un de nos prochains numéros.

12. — M. W. FR. MEYER (Königsberg) développe quelques-unes des idées qui forment la base de son étude sur *l'objet et la nature des démonstrations mathématiques* et qui doit faire partie du volume que l'Université de Königsberg consacre au centenaire de la mort de KANT. Il examine spécialement *en quoi consiste le nouveau en mathématiques*; puis il présente un certain nombre de principes, notamment un principe d'identité, qui permettraient de condenser les théorèmes en un nombre minimum, d'obtenir en quelque sorte un minimum formant le noyau des connaissances mathématiques.

13. — M. FIXSTERBUSCH (Zwickau), se plaçant au point de l'enseignement élémentaire dans lequel on ne peut faire usage des quadratures, présente une *méthode simple et uniforme permettant de calculer le volume des corps pour lesquels l'expression de l'aire des sections parallèles ne dépasse par le 3<sup>e</sup> degré*,

$$A = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3.$$

Sa communication donne lieu à des remarques présentées par MM. BLOCH, LAMPE et EBSTEIN.

14. — M. BRÜCKNER (Bautzen), poursuivant ses travaux sur les

<sup>1</sup> On peut y ajouter, entre autres, les *Nouveaux éléments de Géométrie* de MÉRAY, les divers volumes formant le *Cours complet de Mathématiques élémentaires*, publié sous la direction de M. DARBOUX, notamment les « Leçons de Géométrie élémentaire » de J. HADAMARD, et l'ouvrage récent de G. B. HALSTED, *Rational Geometry, a Text-Book for the Science of Space, based on Hilbert's foundations*.

polyèdres, a fait une étude des *polyèdres discontinus et non convexes* ayant leurs faces égales et les angles solides égaux. Après avoir indiqué brièvement le développement historique du problème de la détermination des polyèdres à faces égales et à angles solides égaux, résolu par E. HESS pour le cas des polyèdres convexes, M. BRÜCKNER donne un aperçu des résultats qu'il a obtenus dans le cas des polyèdres non convexes et discontinus. Il examine le groupement des sphénoïdes des systèmes octaédriques et icosaédriques (7 et 5 groupes), puis il étudie plus spécialement les combinaisons des *stephonoïdes* des deux systèmes (3 et 11 combinaisons). Les résultats complets de son étude seront publiés dans les *Nova Acta der Ksl. Leop. Carol. Deutsch. Acad. d. Naturforscher*.

M. Brückner a eu soin de faire figurer à l'Exposition les modèles des polyèdres dit *nuls* dont il vient d'être question, ainsi que les polyèdres continus non-convexes à volume positif et les polyèdres de Mobius du système icosaédrique.

Ces quelques pages donnent une idée suffisamment nette de l'activité scientifique du 3<sup>e</sup> Congrès international, et par cela même elles donnent un premier aperçu de ce que contiendra le volume qui renfermera les travaux du Congrès et qui, dit-on, sera publié dans le plus bref délai possible. Les séances de section ont toutes été très fréquentées et cependant elles l'auraient été encore davantage si les séances des six sections n'avaient pas eu lieu simultanément. Beaucoup de congressistes ont exprimé leurs regrets de n'avoir pu assister à certaines séances qui les intéressaient tout particulièrement. Il y aura lieu d'examiner la question de l'emploi du temps et de voir si pour les prochains congrès il ne serait pas possible de n'avoir jamais plus de deux ou trois sections siégeant simultanément, comme cela se faisait à Paris en 1900; les séances générales et les séances des sections seraient principalement consacrées à des rapports et travaux d'un intérêt général conformément à un programme qui serait élaboré par le Comité d'organisation. Quant aux communications concernant des points spéciaux, elles seraient exposées très brièvement ou simplement déposées aux début des séances; elles continueraient à être insérées dans les comptes rendus du congrès, après examen par le bureau de la section; leur étendue serait limitée à cinq à dix pages d'impression.

Ces remarques pourraient d'ailleurs être appliquées encore à d'autres congrès où les mêmes inconvénients ont été constatés.

*Expositions.* — Pour que ce court compte rendu donne une esquisse quelque peu fidèle du congrès, il est indispensable de mentionner les expositions de *bibliographie* et de *modèles et instruments* organisées, l'une par M. GUTZMER, l'autre par M. DISTEL. Mais, faute de temps, nous sommes obligés d'en renvoyer la description au prochain numéro.