

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 6 (1904)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA LOGIQUE SYMBOLIQUE  
**Autor:** Mac Coll, Hugh  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-7569>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## LA LOGIQUE SYMBOLIQUE

(Deuxième article<sup>1</sup>.)

24. — Dans cet article je vais discuter la validité de certaines formules en indiquant, en même temps, certains piéges dans lesquels tombent souvent nos raisonnements. Soit  $\varphi(x, y, z)$ , ou simplement  $\varphi$ , une proposition fonctionnelle, dont chaque symbole,  $x, y, z$ , peut représenter n'importe quel individu d'une série *infinie* de symboles,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , etc. Par exemple, lorsque  $x, y, z$ , représentent respectivement  $\alpha_8, \alpha_2, \alpha_8$ , alors  $\varphi(x, y, z)$  doit représenter  $\varphi(\alpha_8, \alpha_2, \alpha_8)$ . Que  $\varphi_\alpha(x, y, z)$  ou simplement  $\varphi_\alpha$ , représente  $\varphi(x, y, z)$  lorsque les valeurs de  $x, y, z$ , et, par conséquent, de  $\varphi(x, y, z)$ , sont *limitées*. Par exemple, si le symbole  $x$  est limité aux quatre valeurs  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ , le symbole  $y$  aux valeurs  $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_5, \alpha_7$ , et le symbole  $z$  aux valeurs  $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6, \alpha_8$ ; alors nous écrivons  $\varphi_\alpha$ , et non pas  $\varphi$ . Les symboles  $\varphi^\varepsilon, \varphi^\eta, \varphi^\theta$  affirment respectivement que  $\varphi$  est *certaine*, que  $\varphi$  est *impossible*, que  $\varphi$  est *variable*; et pareillement pour les symboles  $\varphi_\alpha^\varepsilon, \varphi_\alpha^\eta, \varphi_\alpha^\theta$ . Ici le mot *certaine* veut dire vraie pour toutes les valeurs admissibles des symboles  $x, y, z$ ; *impossible* veut dire fausse pour toutes leurs valeurs admissibles; tandis que le mot *variable* veut dire *ni certaine, ni impossible*. Donc  $\varphi^\theta$  est synonyme de  $\varphi^{-\varepsilon} \varphi^{-\eta}$ , et de  $(\varphi^\varepsilon)' (\varphi^\eta)'$ .

25. — De ces conventions symboliques nous déduisons les trois formules

$$(1) \quad \varphi^\varepsilon : \varphi_\alpha^\varepsilon, \quad (2) \quad \varphi^\eta : \varphi_\alpha^\eta, \quad (3) \quad \varphi_\alpha^\theta : \varphi^\theta.$$

Mais les trois implications converses ne sont pas nécessairement vraies, de sorte que nous ne devons pas rempla-

<sup>1</sup> Pour le premier article voir *L'Enseignement mathématique*, p. 415, novembre 1903.

cer le signe d'implication : par le signe d'équivalence  $\equiv$ . Les deux premières formules n'ont pas besoin de preuve ; mais la troisième est moins évidente. Je la prouve donc comme suit, en prenant les deux premières formules comme données, et, par conséquent, comprises dans la classe  $\varepsilon$ , qui indique les *certitudes*. Soit  $F_1, F_2, F_3$  les trois formules. Nous aurons

$$\begin{aligned} \varepsilon : F_1 F_2 : & (\varphi^\varepsilon : \varphi_\alpha^\varepsilon) (\varphi^\eta : \varphi_\alpha^\eta) : (\varphi_\alpha^{-\varepsilon} : \varphi^{-\varepsilon}) (\varphi_\alpha^{-\eta} : \varphi^{-\eta}) \\ & : (\varphi_\alpha^{-\varepsilon} \varphi_\alpha^{-\eta} : \varphi^{-\varepsilon} \varphi^{-\eta}) : (\varphi_\alpha^\theta : \varphi^\theta) : F_3 ; \end{aligned}$$

ce qui prouve la validité de la formule  $F_3$ , ou son synonyme  $(\varphi_\alpha^\theta : \varphi^\theta)$ .

26. — Maintenant pour l'application. Soit  $X$  et  $Y$  deux classes appartenant à notre « Univers du discours », c'est-à-dire à l'ensemble de toutes les choses et des classes, *réelles, imaginaires ou impossibles*, dont nous faisons mention dans notre argument ou raisonnement. Soit  $P$  un individu pris au hasard dans notre Univers du discours. Que  $x, y, z$  représentent respectivement les trois propositions  $P^x, P^y, P^z$ ; alors,  $x', y', z'$  doivent représenter  $P^{-x}, P^{-y}, P^{-z}$ . Par notre définition, tous les individus formant les classes  $X, Y, Z$  appartiennent à notre Univers du discours ; donc les trois propositions  $P^x, P^y, P^z$ , comme leurs synonymes  $x, y, z$ , sont toujours possibles, de sorte qu'aucun des cas  $x^\eta, y^\eta, z^\eta$  ne peut jamais se présenter. Avec ces conventions symboliques, nous aurons (voir § 17)

Tout  $X$  est  $Y \equiv P^x : P^y = x : y = (xy')^\eta$

Quelque  $X$  n'est pas  $Y \equiv (P^x : P^y)' = (x : y)' = (xy')^{-\eta}$

Nul  $X$  n'est  $Y \equiv P^x : P^{-y} = x : y' = (xy)^\eta$

Quelque  $X$  est  $Y \equiv (P^x : P^{-y})' = (x : y)' = (xy)^{-\eta}$

Done, nous pouvons exprimer tout syllogisme de la logique traditionnelle en termes de  $x, y, z$ . Mais, puisque aucune des propositions  $x, y, z$  ne peut, dans ce cas, appartenir à la classe  $\eta$ , les valeurs de  $x, y, z$  sont limitées. Done,

chaque syllogisme exprimé en termes de  $x, y, z$  doit être représenté par une fonction de la forme  $\varphi_\alpha(x, y, z)$ , ou son abrégé  $\varphi_\alpha$ , qui indique que les valeurs  $x, y, z$  sont limitées, et non pas par une fonction de la forme  $\varphi(x, y, z)$ , ou son abrégé  $\varphi$ , qui laisserait supposer qu'il n'y a pas de restrictions sur les valeurs de  $x, y, z$ . Supposons maintenant que  $\varphi$  représente l'implication

$$(y: z) (y: x) : (x: z')' .$$

Si nous supposons que les propositions  $x, y, z$  soient limitées par les conventions du § 26, le syllogisme *Darapti* sera représenté par  $\varphi_\alpha$  et non par  $\varphi$ . Par la première formule du § 25, nous avons  $\varphi^\varepsilon : \varphi_\alpha^\varepsilon$  et, par conséquent,  $\varphi_\alpha^\varepsilon : \varphi^{-\varepsilon}$ , mais non pas nécessairement  $\varphi^{-\varepsilon} : \varphi^{-\varepsilon}$ .

Donc, si  $\varphi$  est valide (c'est-à-dire vraie pour toutes les valeurs, sans limite, des variables  $x, y, z$ ), *Darapti* doit être valide aussi. Nous trouvons que  $\varphi$  n'est pas valide, car cette implication est fausse dans le cas  $y^\eta (xz)^\eta$ . Mais, puisque  $\varphi^{-\varepsilon}$  n'implique pas nécessairement  $\varphi_\alpha^{-\varepsilon}$ , cette découverte ne nous donne pas le droit de conclure que *Darapti* n'est pas valide. Le seul cas où la formule générale  $\varphi$  est fausse est  $y^\eta (xz)^\eta$ , et ce cas ne peut pas se présenter dans la formule limitée  $\varphi_\alpha$  qui représente *Darapti*, parce que, dans  $\varphi_\alpha$ , les propositions  $x, y, z$  sont toujours possibles (voir § 26).

27. — Il est vrai que si nous représentons les deux prémisses de n'importe quel syllogisme de la logique traditionnelle par  $P_1 P_2$ , et la conclusion par  $Q$ , ce syllogisme (comme je l'ai prouvé § 19) n'est pas valide sous sa forme traditionnelle et ordinaire de  $P_1 P_2 \therefore Q$ ; donc, sous cette forme, *Darapti*, comme tous les autres 18 syllogismes, n'est pas valide. Mais *Darapti*, comme tous les 18 autres, est valide sous la forme  $P_1 P_2 : Q$ , qui n'affirme ni  $P_1$  ni  $P_2$  ni  $Q$ , mais seulement  $(P_1 P_2 Q')^\eta$ . On peut dire la même chose des syllogismes *Felapton*, *Fesapo*, *Bramantip*, que je croyais à tort être des exceptions (voir § 18).

HUGH MAC COLL. (Université de Londres).

P.-S. — Mon système de logique est fondé sur des principes

essentiellement différents de ceux sur lesquels sont bâtis les autres systèmes. Les ressemblances qui se présentent là et là ne sont que des ressemblances de *forme*, de simples ressemblances *symboliques*. Par exemple, la formule  $x(y+z)=xy+xz$ , se trouve dans plusieurs systèmes; mais dans aucun elle n'a la même signification que dans le mien. Je peux dire la même chose des symboles 0 et  $=$ . La proposition  $(A=B)$  dans mon système veut dire  $(AB + A'B')^e$ , signification qu'elle n'a dans aucun autre. Mon symbole 0 exprime une *classe* de choses *non-réelles*, comme *fées*, *centaures*, *cercles carrés*, *triangles ronds*, etc.; les *individus* composant la classe étant  $0_1$ ,  $0_2$ ,  $0_3$ , etc., exactement comme n'importe quelle classe  $\Lambda$ , réelle ou non-réelle, se compose des individus  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ,  $\Lambda_3$ , etc. La proposition  $\Lambda^o$  affirme que l'individu  $\Lambda$  qui se trouve dans la série  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ,  $\Lambda_3$ , etc., se trouve aussi dans la série  $0_1$ ,  $0_2$ ,  $0_3$ , etc. Autrement dit la proposition  $\Lambda^o$  affirme que l'individu  $\Lambda$  n'a qu'une *existence symbolique*, de sorte que l'on peut traduire  $\Lambda^o$  en langage ordinaire par « il n'y a pas de  $\Lambda$  ».

Toutes ces conventions (ou définitions) sont tellement différentes des conventions des autres systèmes, ainsi que des conventions mathématiques, que le syllogisme que j'appelle « Darapti » pourrait bien être un syllogisme tout différent de ce que les autres logiciens appellent « Darapti ». Dans ce cas je n'ai pas le droit de dire que les raisonnements de ceux qui n'acceptent pas mes conclusions à l'égard de ce syllogisme ne sont pas valides, pas plus qu'ils n'ont le droit de faire le même reproche aux miens. À propos de cette question de principe je citerai l'anecdote suivante :

Pendant la guerre du Transvaal deux soldats blessés, l'un Ecosais, l'autre Boer, se trouvent sous le même toit. L'Ecosais, pensant à sa ville natale, dit : « À présent il fait froid à Glencoe ». L'autre étonné, répond : « Mais non; à présent il fait chaud à Glencoe ». Malgré la contradiction apparente, chacun avait parfaitement raison. Car l'un parlait du Glencoe en Ecosse, tandis que l'autre parlait d'un autre Glencoe, dans le Natal.